

(1)次の和を求めよ。

(a) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$

(b) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}}$

(2) $\sum_{k=1}^n k(k+1) =$

(3) $\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) =$

(2)、(3)の結果から、

$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2)(k+3) =$

と予想される。

正しいのか、明日調べましょう。

$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2)(k+3) = \frac{1}{5}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$ を証明する前に...

※左辺は k についての 4 次式であるが、 $\sum_{k=1}^n k^4$ の公式は学習していない。 $\sum_{k=1}^n k^4$ の公式を知らなくても証明できる方法を、昨日のプリントの (1)(a)~(c) をヒントに考えてみよう。(1)(a)~(c) の計算において、共通して言えることを書き出してみよう。

(3)の別解

$\sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2) = \frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$ を、今考えた方法で証明してみよう。

要点の確認

・一般項をどのような形に変形すればよいですか。

$$(4) \sum_{k=1}^n k(k+1)(k+2)(k+3) = \frac{1}{5}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$$

を証明しよう。

証明

・その際、今まで学習したどの式が活用できますか。