# 高等学校第２学年 数学科（数学Ｂ）学習指導案

日　時　平成30年10月30日（火）２校時
指導者　教育センター所員　嘉村　淳一

**単元名**　「いろいろな数列」(「数学Ｂ　改訂版」啓林館)

## １　単元について

本単元は、学習指導要領の内容「数学Ｂ　(2)数列　ア数列とその和　(ｲ)いろいろな数列」」に基づくものである。いろいろな数列の一般項や和について，その求め方を理解し，事象の考察に活用することをねらいとしている。

ある数列の一般項は，その数列の各項の階差に着目すれば容易に求められる場合があることを理解させる。ここでは，階差数列が等差数列や等比数列となるような簡単な数列について考察する。例えば，三角数からなる数列１，３，６，10，15，…などを扱うことが考えられる。数列の和の計算では，数列$\{n\}$及び$\{n^2\}$，$\{n^3\}$の和を扱う。例えば，簡単な数列$\{n(n+1)\}$や$\{(2n+1)^2\}$などについて，第n項までの和をΣを用いて表しその値を求めることができるようにする。

指導に当たっては，Σの扱いは，生徒にとって理解しにくいものであるので，和を具体的に書いてみるなど丁寧に指導することが大切である。公式を導き出してしまえば機械的に計算できるようになる。しかし，様々な数学的な事象を考察できるようになるには，公式を導き出すときに用いた数学的な見方や考え方を身に付けることが大切である。そこで，数学的な見方や考え方を身に付けさせることができるよう，数列$\{n(n+1)(n+2)(n+3)\}$の初項から第 n 項までの和を探究的な学習として扱う。具体的には，数列 $\{\frac{1}{n(n+1)}\}$や$\{\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}\}$の初項から第n項までの和を求める過程の特徴を調べさせたり，確認させたりする。そうすることで，$\{n(n+1)(n+2)(n+3)\}$の一般項を$f(k+1)-f(k)$の形で表す方法があることや，和の計算の過程で絶対値が同じ値になる項同士の和が 0 になることに気付くことができるようにする。さらに，既習内容を使って一般項を $f(k+1)-f(k)$の形に変形するための手段がないかを問いかけることで，$a_n = S_n - S_{n-1}$ $(n = 2, 3, 4, \cdots)$の公式が活用できるところまで考えを深めさせたい。

## ２ 単元の目標

いろいろな数列の一般項や和について理解し,基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り,事象を数学的に考察し表現する能力を伸ばすとともに,それらを活用する態度を育てる。

## ３　単元の評価規準

| 関心・意欲・態度 | 数学的な見方や考え方 | 数学的な技能 | 知識・理解 |
|---|---|---|---|
| いろいろな数列に関心をもつとともに，数学のよさを認識し，それを事象の考察に活用しようとする。 | 事象を数学的に考察し表現したり，思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して，いろいろな数列における数学的な見方や考え方を身に付けている。 | いろいろな数列において，事象を数学的に表現・処理する仕方や推論の方法などの技能を身に付けている。 | いろいろな数列における基本的な概念，原理・法則などを体系的に理解し，知識を身に付けている。 |

## 4　指導と評価の計画

| 時間 | 目標，●活動 | 評価規準 | 評価方法 |
|---|---|---|---|
| 1時 | 記号Σの意味を理解し，知識を身に付ける。<br>●和を記号Σで表したり，Σを用いた式を和で表したりする。 | ・記号Σについての知識を身に付け，意味を理解している。〔知〕 | 観察・ノート |
| 2時 | 自然数の累乗の和の公式の求め方に関心をもち，公式を求めることができる。<br>●自然数の２乗の和や３乗の和の公式を導く。 | ・自然数の２乗の和や３乗の和の公式の求め方に関心をもっている。〔関〕<br>・自然数の３乗の和の公式を導く技能を身に付けている。〔技〕 | 観察・ノート |
| 3時 | 第ｋ項をｋの式で表して，初項から第ｎ項までの和を求める。<br>●数列の一般項を求め，和を求める。 | ・第ｋ項をｋの式で表して，初項から第ｎ項までの和が求める技能を身に付けている。〔技〕 | 観察・ノート |
| 4時 | 階差数列について理解し，知識を身に付ける。また，階差数列を利用して数列の規則性を発見し，もとの数列の一般項を求める。<br>●階差数列を利用してもとの数列の一般項を求める。 | ・階差数列についての知識を身に付け，意味を理解している。〔知〕<br>・階差数列を利用して，もとの数列の一般項が求める技能を身に付けている。〔技〕 | 観察・ノート |
| 5時 | 初項から第ｎ項までの和と一般項の関係を理解する。また，一般項を求める。<br>●関係式 $a_1=S_1$ と $a_n=S_n-S_{n-1}$ （$n=2, 3, 4, \cdots$）を導く。 | ・数列の和 $S_n$ と第ｎ項 $a_n$ の関係について理解し，知識を身に付けている。〔知〕<br>・数列の一般項を，初項から第ｎ項までの和と初項から第 n−1 項までの和の差と見て考察する考え方を身に付けている。〔考〕 | 観察・ノート |
| 6時 | $f(k+1)-f(k)$ を用いる和の求め方に興味をもち，具体的な問題に活用する。<br>●分数を部分分数に式変形し，数列の和を求める。 | ・$f(k+1)-f(k)$ を用いる和の求め方に関心をもっている。〔関〕<br>・数列の一般項を $f(k+1)-f(k)$ の形の式と見ることで，初項から第ｎ項までの和を考察する考え方を身に付けている。〔考〕 | 観察・ノート |
| 7時 | 一般項が等差数列と等比数列の積で表されている数列についての知識を身に付け，和の求め方を理解し，数列の和を求める。<br>●一般項が等差数列と等比数列の積で表されている数列の和を求める。 | ・一般項が等差数列と等比数列の積で表されている数列についての知識を身に付け，和の求め方を理解している。〔知〕<br>・一般項が等差数列と等比数列の積で表されている数列の和の求める技能を身に付けている。〔技〕 | 観察・ノート |
| 8時 | 群数列の特定の群に属する数の和を求める。<br>●群数列において，第ｎ群の初項をｎを用いて表す。 | ・群数列に関心をもっている。〔関〕<br>・群数列において，各群の初項を取り出してその一般項を考察する考え方を身に付けている。〔考〕 | 観察・ノート |
| 9時 | 本単元の学習内容を振り返り，その定着を確認する。<br>●節末問題の解答を板書し説明する。 | ここでは，本単元全体を振り返り，次の評価規準に基づいて関心・意欲・態度の評価も行う。<br>・いろいろな数列に関心をもつとともに，数学のよさを認識し，それを事象の考察に活用しようとする。〔関〕 | 単元テスト |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10<br>時 | 数列 {n} 及び {n(n＋1)}，{n(n＋1)(n＋2)} について，初項から第 n 項までの和を求める。<br>●自然数の累乗の和の公式の導き方を確認する。また，数列 {n(n＋1)} 及び {n(n＋1)(n＋2)} ついて，初項から第 n 項までの和を求める。 | ・Σの公式を利用して，数列の和を求める技能を身に付けている。〔技〕 | ワークシート |
| 11<br>時<br><br>本<br>時 | 数列 {n(n＋1)(n＋2)(n＋3)} について，初項から第 n 項までの和を考察する。<br>●数列の一般項を f(k＋1)－f(k) の形で表す。 | ・数列の一般項を f(k＋1)－f(k) の形の式と見ることで，初項から第 n 項までの和を考察する考え方を身に付けている。〔考〕 | ワークシート |

## 5　本時

### (1) 目標

数列の一般項を f(k＋1)－f(k) の形の式と見ることで，初項から第 n 項までの和を考察する考え方を身に付ける。　〔数学的な見方や考え方〕

### (2) 展開　□はワークシート

| 過程<br>(時間) | 学習活動 | 指導上の留意点 | 評価規準<br>(評価方法等) |
|---|---|---|---|
| 導入<br>(5 分) | 1　本時の学習内容を確認する。 | (4) $\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)(k+3)=\frac{1}{5}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$ を証明しよう。<br><br>・$\sum_{k=1}^{n} k^4$の公式を知らなくても証明ができないか，考察を促す。 | |
| 展開<br>(30 分) | 2　証明するための方法を考察する。 | ※左辺は $k$ についての 4 次式であるが，$\sum_{k=1}^{n} k^4$ の公式は学習していない。$\sum_{k=1}^{n} k^4$ の公式を知らなくても証明できる方法を，昨日のプリントの (1)(a)～(c) をヒントに考えてみよう。(1)(a)～(c) の計算において，共通して言えることを書き出してみよう。<br><br>・前時の学習内容である数列 $\{\frac{1}{n(n+1)}\}$ や $\{\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}\}$ の初項から第 n 項までの和の求め方を振り返ることで，その考え方が応用できないか問いかける。 | 〔数学的な見方や考え方①〕<br>(ワークシート) |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 3　2で考察した方法で、数列 {n(n+1)(n+2)} の和を求める。 | ・既習内容を用いて，一般項を f(k+1)−f(k)の形に変形できないか問いかけ，$a_n=S_n-S_{n-1}$ を生徒から引き出す。<br>(3)の別解<br>$\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$ を，今考えた方法で証明してみよう。<br>・$S_k-S_{k-1}$ を計算した結果が一般項になるか確認させる。<br>・個人で解答を作成させた後，一斉指導で正解を確認する。 | |
| まとめ<br>(15分) | 5　本時の学習内容をまとめる。<br><br>6　数列 {n(n+1)(n+2)(n+3)} の和の予想が正しいことを示す。 | ・一般項を２つの式の差に変形することで、和が求められることと、一般項の変形に $a_n=S_n-S_{n-1}$ が利用できることを確認する。<br><br>(4)　$\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)(k+3)=\frac{1}{5}n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)$ を証明しよう。 | |

## (3) 評価

| 評価規準 | 評価の観点 | 評価方法 |
|---|---|---|
| ・数列の一般項を f(k+1)−f(k)の形の式と見ることで，初項から第 n 項までの和を考察する考え方を身に付けている。 | 〔数学的な見方や考え方〕 | ワークシート |
| 「おおむね満足」できる状況 | 一般項を２つの式の差に変形すると考えている。 | |
| 「十分満足」できる状況 | 適当な関数 f(k)に対して，一般項を f(k+1)と f(k)の差に変形すると考えている。 | |

「努力を要する」状況と判断した生徒には，一般項を変形したときに２つの式の加減乗除のいずれかで表せるかを考えるように指示する。