

## 高等学校第 1 学年 数学科（数学 A）学習指導案

日 時 平成 28 年 10 月 26 日（水）2 限目

指導者 教育センター所員 嘉村 淳一

単元名 「場合の数」（「高等学校 数学 A」数研出版）

### 1 単元について

本単元のねらいは、場合の数を求めるときの基本的な考え方について理解を深め、事象の考察に活用できるようにすることである。場合の数をもれなく、重複なく数え上げる方法として、ベン図や表、樹形図を用いて整理することで数え上げる方法を扱う。また、和の法則、積の法則、順列や組合せの記号  $nPr$ 、 $nCr$  を用いて計算で求める方法を扱う。様々な場合の数を正確に求めるには、事象に応じて論理的に考えて数え上げたり、立式して計算したりする必要がある。

本学級の 9 割近くの生徒は、数学の問題を数人で協力して解くことについて、「理解しやすい」、「友人の意見を参考にして早く解ける」、「人に説明するので理解が深まり印象が強くなる」、「様々な解き方から自分にとって分かりやすい解法を選んで解くことができる」、「過程のミスに早く気付ける」といった肯定的な意見をもっている。

生徒が、事象に応じて場合の数を求める方法を考えることができるように、思考力を育成したい。そこで、個人で考えさせた後にグループで協議する機会を設けることで、数学的な見方や考え方を養いたい。生徒にとって身近な事象を題材として扱い、事象の考察に活用させるとともに、有用性を認識させたい。

### 2 単元の目標

場合の数について理解させ、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に考察する能力を養い、数学のよさを認識できるようにするとともに、それらを活用する態度を育てる。

### 3 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
集合の要素の個数、数え上げの原則、和の法則や積の法則、順列や組合せの考え方に関心をもつとともに、場合の数の考え方の有用性を認識し、事象の考察に活用しようとしている。	集合の要素の個数、数え上げの原則、和の法則や積の法則、順列や組合せの考え方を身に付け、具体的な事象についてそれらを用いて考察することができる。	様々な場合の数を、ベン図や表、樹形図を用いたり、順列や組合せの記号 $nPr$ 、 $nCr$ を用いたりして求めることができる。	集合の要素の個数、数え上げの原則、順列や組合せにおける基本的な概念、用語・記号を理解し、基礎的な知識を身に付けている。

## 4 指導と評価の計画

時間	目標, ●活動	評価規準	評価方法
1 時	ベン図を用いて, 和集合, 補集合の要素の個数を求めることができる。 ●ベン図を用い, 記号を用いて和集合の要素の個数を式で表す。	・集合の要素の個数の求め方に関心をもっている。〔関〕 ・集合の要素の個数についての基本的な概念, 用語・記号を理解し, 基礎的な知識を身に付けている。〔知〕	観察 ノート
2 時	ベン図を用いて, 倍数の個数など具体的な集合の個数を求めることができる。	・ベン図や表を用いて集合の要素の個数を求めることができる。〔技〕	観察 ノート
3 時	樹形図を用いて場合の数を求めることができる。 ●樹形図を用いて場合の数を求める。	・数え上げの原則に関心をもっている。〔関〕 ・数え上げの原則の考え方を身に付け, 具体的な事象についてそれらを用いて考察することができる。〔考〕	観察 ノート
4 時	和の法則, 積の法則を用いて場合の数を求めることができる。	・和の法則や積の法則に関心をもっている。〔関〕 ・和の法則や積の法則の考え方を身に付け, 具体的な事象についてそれらを用いて考察することができる。〔考〕	観察 ノート
5 時	整数の正の約数の個数とその和を求めることができる。 ●因数分解, 展開を用いて正の約数の総和を求める。	・積の法則を利用して, 整数の正の約数の個数やその総和を考察することができる。〔考〕	観察 ノート
6 時	順列について理解する。	・順列の考え方に関心をもっている。〔関〕 ・順列についての基本的な概念, 用語・記号を理解し, 基礎的な知識を身に付けている。〔知〕	観察 ノート
7 時	順列の考え方をを用いて場合の数を求めることができる。	・ $nPr$ や $n!$ の記号を用い, さらに積の法則を用いて場合の数を求めることができる。〔技〕 ・順列の考え方を身に付け, 具体的な事象についてそれらを用いて考察することができる。〔考〕	観察 ノート
8 時	円順列について理解し, 場合の数を求めることができる。 ●回転させると同じ並び方になるものが幾つあるか調べる。	・円順列の総数を求めることができる。〔技〕	観察 ノート
9 時	積の法則を用いて重複順列の場合の数を求めることができる。	・重複順列の総数を求めることができる。〔技〕	観察 ノート
10 時	組合せについて理解する。 ●順列と組合せの違いを述べる。	・組合せの考え方に関心をもっている。〔関〕 ・組合せについての基本的な概念, 用語・記号を理解し, 基礎的な知識を身に付けている。〔知〕	観察 ノート

11 時	組合せの総数についての性質を利用して、場合の数を求めることができる。	・ $nCr$ の計算をより簡単にする工夫をすることができる。〔技〕	観察 ノート
12 時	組合せの考え方を利用して場合の数を求めることができる。 ● 正多角形の 3 個の頂点を結んでできる三角形の個数を求める。	・ 様々な組合せの総数の考察に、 $nCr$ の記号を活用しようとしている。〔関〕	観察 ノート
13 時	組分けの総数を求めることができる。 ● 組を作る順番が違って同じ結果になることを説明する。	・ 組合せの考え方をを用いて、区別のない組分けの総数を考察することができる。〔考〕	確認テスト
14 時	同じものを含む順列の総数を求めることができる。 ● 碁盤の目のような道を移動する道順を矢印で表し、矢印の並べ方の総数を求める。	・ 同じものを含む順列の総数を求めることができる。〔技〕	観察 ノート
15 時	本単元の学習内容を振り返り、その定着を確認する。	ここでは、本単元全体を振り返り、次の評価規準に基づいて関心・意欲・態度の評価も行う。 ・ 数え上げの原則、和の法則や積の法則、順列や組合せの考え方に関心をもつとともに、場合の数の考え方の有用性を認識し、事象の考察に活用しようとする。〔関〕	単元テスト
16 時	完全順列の一例について理解し、その総数を考察する。 ● $n$ 人がくじ引きで席替えをするとき、全員の座席が入れ替わる確率を $p_n$ とおく。 $p_2, p_3, p_4$ を求める。また、 $p_5$ の分子の値について、樹形図などを用いて考察する。	・ 数え上げの原則、和の法則や積の法則を用いて、具体的な事象の場合の数について考察することができる。〔考〕	ワークシート
17 時 本時	完全順列の一例について理解し、その総数を考察する。 ● 完全順列の総数をもつ規則性を考察する。		

## 5 本時

### (1) 目標

完全順列の総数をもつ規則性について考察することができる。〔数学的な見方や考え方〕

### (2) 指導の視点

完全順列の総数を、席替えをするときに全員の座席が移動する確率  $p_n$  の分子として扱い、より一層生徒の主体的な学習を促すことができるように問題設定を工夫した。前時の授業では、40 人で席替えをするときに全員が座席を入れ替わる確率を予想させた。これは、生徒が自分の予想を確かめようと積極的に活動することをねらいとしている。 $p_5$  についての考察から、人数が多い場合は、確率の分子の値を求めることが困難になっていくことを実感させ、考察の対象を

分子に限定していく。グループ活動を行うことで全ての生徒が発言しやすく、友人の意見を参考にしやすい環境を作り、完全順列の総数をもつ規則性の発見につながるような対話的な学びを行わせたい。最後には、40人のときの確率について考察させる。これまで学習したことに加え、どのような工夫が必要かを考えさせたい。実際の計算は数値が大きくなるが、ICT機器を利用しておよその値を調べ、場合の数の考え方の有用性を認識できるようにしたい。

(3) 展開          はワークシート

過程 (時間)	学習活動	指導上の留意点	評価規準 (評価方法等)
導入 (5分)	1 課題の答え合わせをする。 ・ $p_5$ の答え合わせをする。  2 本時の学習内容を確認する。	・ $p_n$ の計算で一番苦勞するのは分子の値を求めるところに気付かせ、考察する対象を分子に限定していく。	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><math>p_n</math> の分子を <math>D(n)</math> とする。つまり、人数が <math>n</math> のときに全員の座席が入れ替わる場合の数を <math>D(n)</math> とする。            今まで調べたことから、  <math>D(2)=\square</math>, <math>D(3)=\square</math>, <math>D(4)=\square</math> である。            これらを用いて <math>D(5)</math> を求められないか考えてみよう。</p> </div>			
展開① (25分)	3 5個の完全順列の総数について、規則性の調べ方の方向性を確認する。 ・元の①の座席が、②, ③, ④, ⑤の中の誰の新しい座席になる場合も11通りずつできることに気付く。  4 個人で考えた後にグループ	・ $D(2)$ , $D(3)$ , $D(4)$ の値を考えさせることで、 $D(n)$ の式の意味について十分理解させる。  ・ $D(5)$ の値となる44通りを黒板に示し、11通りが4つできることに気付きやすいように配慮する。 ・それぞれ11通りずつできる理由を考えることに問題を焦点化する。	

<p>で協議することで、完全順列の規則性を発見し、立式につなげる。</p>		
<p><b>疑問 1</b> ①の座席が元の②の座席になる場合（つまり②-①-?-?-?となる場合）はなぜ2通りできるか理由を考えてみよう。</p> <p><b>疑問 2</b> ①の座席が元の②の座席ではない場合はなぜ9通りできるか理由を考えてみよう。</p>		
<p>5 規則性を生かして立式する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 席替え後の①の座席の場所に着目させて場合分けをしながら考察させる。</li> <li>・ 学習用PCの画面上に机や椅子に座った生徒の図を表示させる。画面上で席替えを行わせ規則性を発見しやすいように配慮する。</li> <li>・ 疑問2について考察させるときは、<math>D(4)</math>の値を意識させ、残り9通りをまとめて考えればよいことに気付かせる。</li> </ul>	<p>【数学的な見方や考え方】</p>
<p><b>まとめ</b> ①, ②, ③, ④, ⑤の5人で席替えをする。 元の①の座席が②の座席となる（つまり②-?-?-?-?）とき、 (i) ①と②の席が入れ替りになる場合 ②-①-③-④-⑤の状態から③, ④, ⑤の3人が座席を入れ替わるので<math>D(3)</math>通り。 (ii) ①と②の席が入れ替りではない場合 ②-①-③-④-⑤の状態から①, ③, ④, ⑤の4人が座席を入れ替わるので<math>D(4)</math>通り。 ①の座席だったところが②の座席となる場合は全部で<math>D(3)+D(4)</math>通りある。 元の①の座席が③, ④, ⑤になる場合も同様に考えて <math>D(5) = \{D(3)+D(4)\} \times 4 = 44</math></p>		
	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 和の法則, 積の法則を正しく理解できているかを確認しながら, <math>\{D(3)+D(4)\} \times 4</math>を導かせる。</li> </ul>	

展開② (15分)	6 関係式についての理解を深めるために、4個と6個の場合の完全順列の総数を立式で求める。		
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>問</p> <p>D(5)得られた関係式と同じような式が、D(4)についても作れないか考えてみよう。</p> <p>問</p> <p>D(6)を求めてみよう。</p> </div>			
7 $p_{40}$ の求め方を考える。		<ul style="list-style-type: none"> <li>・式が作れない生徒には D(5)で得られた関係式を作ったときの考え方を参考にさせる。</li> </ul>	
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><math>p_{40}</math>を求めるために、D(40)について調べたい。これまで学習した内容を生かして、あなたならどのようにして D(40)を求めますか。D(40)を求める考え方を書いてください。</p> </div>			
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>p_n</math>の値はある値に収束していくことを知る。</li> </ul>		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ <math>D(40) = \{D(38) + D(39)\} \times 39</math>を書いた生徒には、D(38)や D(39)の値をどのようにして求めるか考えさせる。</li> <li>・ 個人で考えた後、グループで協議させ、関係式の利用の仕方について生徒に意見を述べさせる。</li> <li>・ コンピュータを使って、<math>p_{40}</math>のおよその値を提示する。</li> </ul>	
まとめ (5分)	8 本時の学習内容を振り返る。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 規則性を見付けて立式できたことが問題の解決につながったことを認識させる。また、数学が実生活における事象の考察に有用であることについて認識させる。</li> </ul>	

## (3) 評価

評価規準		評価の観点	評価方法
・数え上げの原則, 和の法則や積の法則を用いて, 具体的な事象の場合の数について考察することができる。		[数学的な見方や考え方]	ワークシート
I	「おおむね満足」できる状況	③, ④, ⑤の並び方を具体的に書いて答えている。	
	「十分満足」できる状況	③, ④, ⑤の3人全員が席を入れ替わる並び方だから $D(3)=2$ 通りと答えている。	
II	「おおむね満足」できる状況	①, ③, ④, ⑤の4人が座席を入れ替わるので $D(4)$ 通りと答えている。	
	「十分満足」できる状況	②-①-③-④-⑤の状態から①, ③, ④, ⑤の4人が座席を入れ替わるので $D(4)$ 通りと答えている。	

I で「努力を要する」状況と判断した生徒には, ③, ④, ⑤の並び方を具体的に書かせる。「おおむね満足」できる状況と判断した生徒には, 具体的に書かなくても  $D(2)$ ,  $D(3)$ ,  $D(4)$  が使えないか考えさせる。

II で「努力を要する」状況と判断した生徒には, まだ座席が確定していない人は誰かを考えさせる。「おおむね満足」できる状況と判断した生徒には, どのような状態から①, ③, ④, ⑤の4人が座席を変わればよいかを考えさせる。