

### 3 小学校算数

#### 1 研究主題

## 数理を構成する力を育てる学習指導方法の改善に関する研究 作業的・体験的な活動を軸とした授業展開を通して

#### <内容の要約>

本研究は、子どもの数理を構成する力を育てるために、子どもが自ら数学的な概念や原理・法則をつくり出す活動を授業改善の視点として考え、問題解決的な学習の過程における指導の在り方を明らかにしようとしたものである。子どもが数理を構成するステップを3段階でとらえ、各段階に作業的・体験的な活動や話し合い活動を位置付けた授業設計を行った。その結果、自力で作り出した解決方法を基にして数学的な概念や原理・法則をつくり出し、それを活用することを通して、数学的な見方や考え方を広げることができるようになった。

#### <キーワード>

(1)小学校算数 (2)数理の構成 (3)算数的活動 (4)数学的な見方や考え方 (5)問題解決

#### 2 主題設定の理由

平成9年に実施された国際教育到達度評価学会などの国際比較調査において、子どもの算数嫌いが問題点として浮かび、自ら進んで学習を進めることが苦手な子どもたちが多いということが明らかになった。そのため、文章や図などで抽象的に表現された問題を用いて学習を進めていく算数の授業の在り方に疑問が投げ掛けられ、子どもたちが直接作業をしたり、体験をしたりするなどの活動をもっと多様に取り入れることの必要性が指摘されるようになった。

平成10年12月に告示された学習指導要領において、算数科の目標の中に「算数的活動」という新しい表現が用いられた。目標の冒頭に「数量や図形についての算数的活動を通して」とあるのは、この部分が、それ以下の算数科の目標を実現するための全体的な学習指導の原理を述べたものだからである。すなわち、子どもが、数量や図形についての算数的活動に取り組むことによって、主体的に算数の知識や技能を身に付けたり、算数を活用していく態度を身に付けたりすることなどを実現することを目指したものである。また、それとともに、自ら積極的に算数的活動に取り組む子どもを育てることも、算数科の大切な目標であることを述べたものである。

算数には、系統性を重視し、それまでに学習した事柄に基づいて新しい内容を構成していくという特性がある。そうした系統性を生かして、子どもが自分たちで数理をつくっていくようにする工夫が大切である。本教育センターが平成10年度から2か年にわたって行った小学校算数に関する学習到達度調査及び教師の意識調査の結果でも、子ども自身で公式をつくり出す過程を大切にすること、教師は子ども自身が数理をつくり出すよう支援に努めることが課題として挙げられている。

そこで、算数的活動を積極的に取り入れ、子どもが数理をつくり出すような学習指導の在り方について、具体的方策を明らかにするため本研究主題を設定した。

### 3 研究の目標

子どもが自ら数理をつくり出し、数学的な見方や考え方を広げる力を育てる学習指導方法の改善に向けて、具体的な方策を探る。

### 4 研究の仮説

問題解決的な学習過程の中に、意図的・計画的に次のような手立てをとれば、子どもが自ら数学的な概念や原理・法則をつくり出し、それを基に数学的な見方や考え方を広げる力が伸びるであろう。

作業的な活動を通した自力解決

自力でつくり出した解決方法を基に「妥当性・有効性・協定化」の検討

作業的・体験的な活動を通して、つくり出した数学的な概念や原理・法則の活用

### 5 研究の内容と方法

#### (1) 研究の内容

ア 「数理の構成」「算数的活動」「自ら数理をつくり出す力を育成する指導方法」についての研究

イ 問題解決的な学習における子どもの活動についての研究

ウ 作業的・体験的な活動を通して、子どもが自ら数学的な概念や原理・法則をつくり出す授業実践

#### (2) 研究の方法

ア 算数的活動や問題解決的な学習について、学習指導要領及び解説書、文献等による理論研究を行う。

イ 問題解決的な学習と数理の構成を関連させた学習過程を設定する。

ウ 検証授業を行い、子どもが数理を構成していく過程を授業記録や子どもの作品を基に分析する。

エ 数理を構成する力の育成に関する研究の成果と課題をまとめる。

### 6 研究の実際

#### (1) 理論について

ア 数理を構成する力について

算数の学習とは、子どもたちが、数・量・図形を様々な事象の中で考察しながら原理・法則などをつくり上げたり、数学的な考え方や態度を高めたりしていくことであると考え。そこで、数理を構成する力について、数学的な概念や原理・法則を子ども自らがつくり出したり、それらを活用して数学的な見方や考え方を広げたりすることができる力ととらえる。また、それは、子どもたちが数・量・図形等を介して、そこから規則や法則等を見だし、より客観的なものへと高めていくステップを踏んでいくことでもあると考え。

イ 作業的・体験的な活動について

##### (ア) 算数的活動としての作業的・体験的な活動

小学校学習指導要領解説算数編(平成11年文部省)において、算数的活動は「児童が目的意識をもって取り組む算数にかかわりのある様々な活動」と示され、その活動に関しては、作業的・体験的な活動など主に手や身体を使った外的な活動があり、活動の意味を広くとらえ、主に思考活動などの内的な活動も含むことが述べられている。また、算数的活動の例として、作業的あるいは体験的なものを次のように示している。<sup>(1)</sup>

作業的な算数的活動...手や身体などを使って、ものを作るなどの活動

体験的な算数的活動...教室の内外において、各自が実際に行ったり確かめたりする活動

##### (イ) 数理を構成するために必要な作業的・体験的な活動

中原忠男は、実際に具体物を動かす操作は、「楽しい授業、わかりやすい授業、活発な授業」と

なるとともに「自力による問題解決を可能とする。概念，原理，法則等の構成，発明を可能とする」<sup>(2)</sup>と述べている。これらのことは，作業的・体験的な活動に当てはまることであると考える。

また，実際に具体物を動かす操作を行い，その活動やその活動を通して得られた結果を対象としてとらえ直し，質を高める思考を行うことが，子どもたちが数学的な知識をつくり出すためには大切であることも述べている。したがって，作業的・体験的な活動を行い，その活動や得られた結果について検討することが重要であると考える。

#### ウ 子どもが数理を構成するための指導について

##### (ア) 数理を構成するステップ

子どもたちは，最初から数学的な概念や原理・法則をつくり出すわけではない。取り組んだ問題の解決方法を基に，それを加除修正しながら数学的価値のより高いものをつくり出していくことで，数学的な概念や原理・法則にたどり着くと考える。そして，つくり出した数学的な概念や原理・法則を活用することによって，数学的な見方や考え方を広げることができる考える。

このようなことから，子どもが数理を構成するステップとして，以下に示す3段階のステップを考えた(図1)。

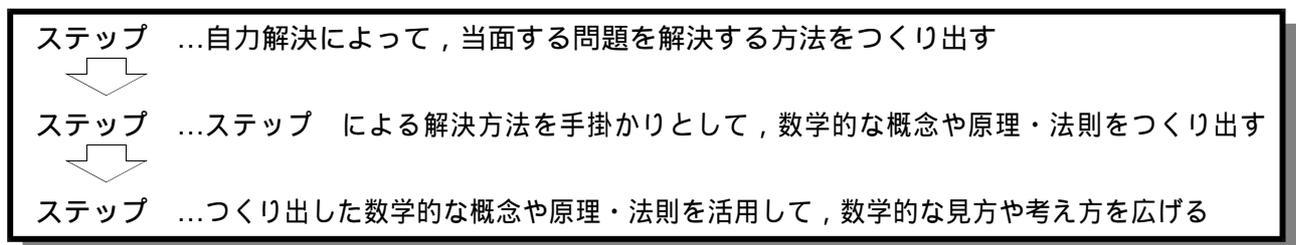


図1 子どもが数理を構成するステップ

##### (イ) 数理を構成するステップの各段階における指導

数理を構成するステップの各段階において，次のような指導を行いたい。

- ・ステップ ...作業的な活動を通して自力解決ができるようにする。作業的な活動として，教材等を手に触れたり動かしたり，はさみで切ったりするなど，手を直接使うことができるものにする。
- ・ステップ ...自力による解決方法を手掛かりとして，妥当性，有効性，協定化を視点とした検討を行う。妥当性，有効性，協定化の内容については，図2に示す。

妥当性	...自力でつくり出した解決方法が，問題を解決するのに妥当かどうかを検討する。
有効性	...自力解決や妥当性の検討における活動を振り返って，新たな意味付けを行い，数学的な概念や原理・法則をつくり出す。
協定化	...有効性を検討してつくり出された数学的な概念や原理・法則を整理し，まとめる。

図2 妥当性，有効性，協定化の内容

- ・ステップ ...作業的・体験的な活動を通して，つくり出した数学的な概念や原理・法則を活用できるようにする。作業的・体験的な活動として，<教材，教具を使った活動>，<算数の目で実生活の事象を見直す活動>，<算数の情報を発信する活動>を取り入れて，数学的な概念や原理・法則について，理解を深めたり適用できる場面を広げたりできるようにしたい。

##### (ウ) 学習過程について

ステップ ・ ・ の各段階は，問題解決的な学習の流れ「問題の把握 解決の計画 解決の実行 解決の検討 活用」の中において， は「解決の実行」， は「解決の検討」， は「活用」にそれぞれ位置付けることができると考える。本研究は，「実行 検討 活用」の過程を中心に進めていく。

(2) 実践について

ア 本研究における検証授業1（平成12年11月実施，17名）

(ア) 単元名 第2学年「三角形と四角形」

(イ) 単元の目標

図形を構成する要素に着目して，三角形や四角形などについて知り，それらをかいたり，作ったり，平面上で敷き詰めたりすることができるようにする。

(ウ) 単元の指導計画（10時間）…略

(I) 授業の実際（2 / 10）

a 本時の目標

図形を分類する観点をもち，仲間分けをすることができる。

仲間分けを通して，三角形の定義や性質を見いだすことができる。

三角形の定義に基づき，三角形をつくることができる。

b 本時の指導について

第1時で作成した図形を仲間分けする活動（作業的な活動）を通して，三角形の定義や性質をつくり出す活動へ，そして，三角形の定義に基づく三角形づくりへと子どもたちの活動が数学的に高まっていくようにしたい。曲線を有する図形や凹四角形が三角形の定義や性質をつくり出すときの検討の視点となると考える。

c 展開の概略

過程	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
問題 の 把握 / 解決の 計画 / 解決の 実行 / 解決 の 検討 / 活用	1 投影図を見て，課題を予想する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・プロジェクターを使い，三角形のキャラクター「さんかく君」（動画と音声）を提示することで，子供の興味・関心を高める。</li> <li>・第1時で子どもたちが作成した図形を用いることで，前時とのかかわりをもたせ，提示した図形の中から「さんかく君」と仲間になる図形を見付ける課題であることを把握させる。</li> </ul>
	2 本時の課題を把握する。	
解決の 計画 / 解決の 実行 / 解決 の 検討 / 活用	3 仲間を見付けるときの視点を考える。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・子供が使う言葉を取り上げ，それと図形を対比させることで，解決に向けて見通しをもたせる。</li> <li>・分類ができたら，その方法を，文章化できる子どもには書くように指示する。</li> </ul>
	4 自力解決をする。	
解決 の 検討 / 活用	5 発表し，話し合う。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・頂点や角の数に着目したり曲線を有する図形を取り上げたりした意見と，直線に着目した意見とを比較することで，三角形の定義付けへと導いていく。</li> <li>・「さんかく君」は，実は「三角形」という名前であることを知らせ，仲間分けの場面を振り返り，見通した事項と比較しながら「直線」に視点を当て，定義付けを行う。</li> <li>・「かど」「とんがっているところ」を「頂点」，「まっすぐなせん」は「辺」というように，子どもが使う用語を一般化する。</li> </ul>
	6 三角形の定義を理解し，図形の構成要素である「辺」と「頂点」を知る。	
解決 の 検討 / 活用	7 辺構成により三角形をつくる。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・作成した中で，直線で囲まれない図形や鋭角三角形など，子どもの例を取り上げることで，三角形の定義を再確認するようにしたい。</li> <li>・三角形の仲間に入らなかった図形を見た気付きなどから，次時の見通しをもたせたい。</li> </ul>
	8 本時のまとめをする。	

d 自力で解決方法をつくり出す活動の実際

子どもたちは，第1時で作成した9つの図形（図3）の中で「さんかくくん」（図4）と仲間になる図形を見付ける課題に取り組んだ。一人一人が，画用紙で作った9つの図形を手にとって触れたり観察したりしながら見付けていった。子どもたちが考えた仲間分けは，図5の4通りであった。

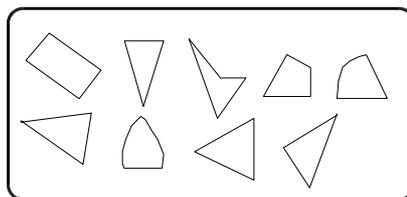


図3 第1時で作成した図形



図4 さんかくくん

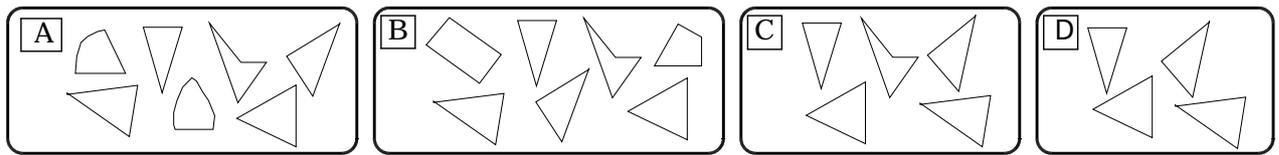


図5 子どもたちが考えた仲間分けの実際

e 自力で作り出した解決方法を基に検討する活動の実際

全員が自分なりに仲間になる図形を考えたところで、図5の中の[A]、[B]、[C]について、図形を黒板に提示して仲間になる理由を説明して、検討を行った。その実際を以下に示す。

【妥当性】

[A]の理由は、「てっぺんが3こずつあるから」であった。それに対して、とは、曲がっているところがあるので仲間には入らないという意見が出た。

[B]の理由は、「まっすぐなところがあるから」であった。それに対して、とは、まっすぐなところはよいが、それが4つあるので仲間には入らないという意見が出た。

[C]の理由は、「まっすぐなところが3つあるから」であった。それに対して、は、まっすぐなところは3つではない、曲がっているところがあるので仲間には入らないという意見が出た。

【有効性】

意見の出た5つの図形について、検討を行なった。

まず、とは、「しかく」ということで仲間には入らないことを納得し合った。

次には、さんかくくんは全部まっすぐになっているという意見から、仲間に入らないことを確認し合った。また、についても、右と左が曲がっているから違うことを確認した。

最後に、について検討した。「まがっているところがある」「へっこんだところがある」など、三角形の定義や性質に結び付くことが出てこなかったため、妥当性の検討のところで出た「まっすぐなところは3つではない」を取り上げた。そして、まっすぐなところがいくつあるかを全員で確かめた。その結果、4つあることを見いだして、は仲間でないことを確認し合った。

【協定化】

さんかくくんと仲間の図形は4つあることを確認(図6)して、「三角形」ということを知らせた。そして、三角形はどんな形と言えよいか検討した。すると、「てっぺんが3つある形」という意見が出てきた。それに対して、「はてっぺんが3つあるけど三角形じゃない」「てっぺんじゃなくて、まっすぐなところが3つある形」などの意見が出てきたので、有効性の検討で出てきたことを振り返る働きかけをした。そこで、まっすぐな線を「直線」と言う既習事項を取り上げて、三角形は、「3本の直線で囲まれた形である」ことを確認した。そして、直線のところを「辺」、てっぺんのとがっているところを「頂点」ということを知らせた。

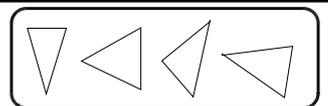


図6 さんかくくんの仲間

f 作り出した数学的な概念や原理・法則の活用 の実際

子どもたちは、棒磁石(直線・曲線)で三角形をつくる活動に取り組んだ(図7)。曲線を使う子どもはいなかったが、直線で囲まれていない図形(図8)や細長い鋭角三角形があったので、最後にそれらを取り上げて検討した。そこで、三角形について見いだしたことを振り返り、定義や性質を再確認した。

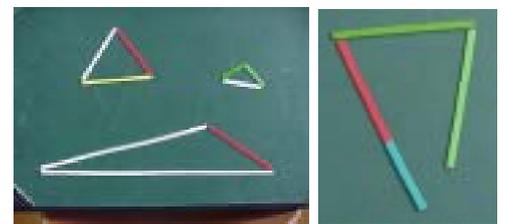


図7 作品例

図8 提示した作品

g 考察

自力解決の段階で、81%の子どもが三角形を正確に仲間分けすることができていた。しかし、さんかくくん(三角形)の仲間を探すときに、子どもたちが着目した主な視点は、以下に示すとおり自分なりのものであり、一般的なものではなかった。

- ・かたち
- ・てっぺんが3こ
- ・角が3つ
- ・まっすぐな線で角が3つ
- ・ちゃんとしたかたち
- ・直線
- ・3か所がとんがっている
- ・てっぺんがとんがっている
- ・ものさしをあててまっすぐ

これらを数学的に高めていくために、三角形の反例が含まれる仲間分けをした子どもの例を取り上げ発表

させて、反例に焦点を当てた話し合いを行った。その中で、さんかくくんと比較することで、辺、頂点などに着目することができるようになってきた。しかし、仲間を見付ける図形の中に角が丸い図形がなかったので、頂点の反例として挙げるができなかったことが反省として残る。「とがっている」ことを反例と比較させて、三角形の性質をより確かなものにする必要があった。

棒磁石を用いて三角形をつくった中にあった細長い三角形や直線で囲まれていない形を取り扱ったことは、三角形の見方が広がったり三角形の定義の再認識をしたりすることができたと考える。自力解決のときに取り扱った画用紙でつくった面構成の図形では、直線で囲まれていない図形を取り扱うことはできない。したがって、棒磁石を使った線構成の図形をつくる手立てをとったことで、直線で囲まれていない図形は三角形ではないことを見いだすことができたと言える。

(オ) 授業の実際 (10 / 10)

a 本時の目標

図形を敷きつめる美しさを味わうことができ、身の回りにある敷き詰め模様に関心をもつ。

4種類の図形について、「ずらす」、「回す」、「裏返す」などの移動操作をして敷き詰めができる。

b 本時の指導について

三角形と四角形を敷き詰める活動(教材, 教具を使った活動)を通して、図形を敷き詰める美しさを見いださせたい。そして、身の回りにある敷き詰められた図形を紹介し、具体的な生活場面から敷き詰められた図形を見付ける活動(算数の目で実生活の事象を見直す活動)へと導きたい。子どもたちの活動の対象が実生活へと広がり、算数の視点で実生活を見る目が養えるようになればと考える。

c 展開の概略

過程	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
問題の把握 / 解決の計画 / 解決の実行 / 解決の検討 / 活用	1 劇を見て課題を予想する。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ T1とT2の2人が交互にカード(図形)を出し合い、ますの中に並べていきやりとりを見させ、子供の興味・関心を高める。</li> <li>・ 2人がどんなやりとりをしたか考えさせることで、2人組で図形を敷き詰める学習であることをつかませる。</li> <li>・ 敷き詰める図形(長方形, 正方形, 2種類の直角三角形)を2~3組み合わせて、敷き詰めのイメージをもたせたい。</li> <li>・ T1とT2のやりとりから、敷き詰めるとき注意することを考えさせたい。</li> <li>・ 出来上がった図形は、デジタルカメラで撮影して、次の話し合いのときに使いたい。</li> <li>・ 敷き詰めた図形が児童にとってどんなふうに見えるか、投げ掛けるようにする。</li> <li>・ 出来上がった模様の美しさを味わわせるとともに、基本図形のどれが基礎となっているか考えさせたい。</li> <li>・ 身の周りにある敷き詰め模様を紹介して、敷板や壁など様々な事象の中に見いだせることに気付かせたい。</li> <li>・ 敷き詰めの構成図形は何か、どこでその敷き詰めが見られるのか考えさせ、敷き詰め模様の美しさも味わわせたい</li> <li>・ 身の周りにある敷き詰め模様を探すことへの意欲をもたせ、実生活との関連がより一層図れるようにしたい。</li> </ul>
	2 本時の課題をつかむ。	
	3 敷き詰めるとき、どんなことに注意するとよいか考える。	
	4 2人組で図形を敷き詰める。	
	5 敷き詰められた図形について話し合う。	
	6 身の回りの敷き詰め模様について知る。	
	7 本時のまとめをする。	

d つくり出した数学的な概念や原理・法則の活用の実際

(a) 三角形と四角形を敷き詰める活動(教材, 教具を使った活動)の実際

子どもたちは2人組になり、長方形と正方形と2種類の直角三角形の4つの図形を組み合わせながら敷き詰めていった。

最初、子どもたちは、図9に示す作品のように形や色の並びに関係なく与えられた枠内にすき間がないように敷き詰めていた。しかし、2つ目3つ目と敷き詰めの作品をつくっていく中で、形や色の並びを意識して敷き詰めた作品が数多く出来上がっていた(図10)。



写真1 敷き詰めの様子

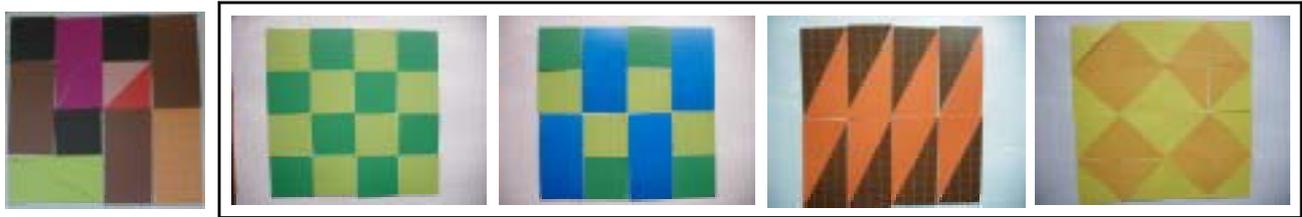


図9 敷き詰め作品

図10 形や色の並びを意識した敷き詰めの作品

(b) 生活場面から敷き詰められた図形を見付ける活動（算数の目で実生活の事象を見直す活動）の実際

授業の終末において、身の回りにある敷き詰め模様を紹介して気付いたことを発表させた。「風呂場にある」「図工室」「カーペットだ」など見付けることができる場所とともに、「直角三角形」



図11 紹介した敷き詰め模様

「長方形」など敷き詰めに構成している一つ一つの形についての意見が出てきた。

本時の終了後、身の回りから敷き詰めにしかかわる模様を探してきた。その例を以下に示す。

- ・たたみ ・お風呂場のタイル ・トイレのタイル ・ふとんのカバー ・着物 ・てんじょう ・マフラー
- ・まくら ・ざぶとん ・ノート ・万華鏡 ・ゆか ・国語と算数のノート ・カーペット ・カーテン
- ・しょうじ ・こたつしき ・玄関のマット ・トランプ ・ドア ・こたつかけ ・じゅうたん ・ハンカチ

#### e 考察

子どもたちは、図形を敷き詰める活動を通して、次のような数学的な見方や考え方を広げることができた。1つは、一定の決まりに従って形を並べることによって出来上がる模様的美しさを感じられるようになったことである。これは、最初、形や色の並びに関係なく並べていたのが、2つ目3つ目と敷き詰めの作品をつくっていく中で、形や色の並びを意識して敷き詰めた作品が数多く出来上がっていたことから言えることである。2つ目として、敷き詰める活動を通して、図形の合成について見いだしていることである。これは、子どもたちの感想の中に次のような内容が記述されていたことから言えることである。

- ・正方形が2枚で長方形ができる。 ・直角三角形が2枚で長方形ができる。 ・長方形が2枚で正方形ができる。
- ・直角二等辺三角形が2枚で大きな直角二等辺三角形ができる。 ・直角二等辺三角形が4枚で正方形ができる。

身の回りから敷き詰めにしかかわるいろいろな模様を探ることができていたことは、算数の視点で実生活を見る目を養えたと言える。反省点として、探してきた敷き詰め模様が、どんな形で構成されているかを見いださせる手立てをとっていれば、実生活にかかわる事象を算数の目でより深く見直すことができたと思う。



本単元が終了した後、子どもたちは、全校集会の発表に敷き詰めた模様を使うことを決めて、応用紙に図形を敷き詰めた作品を完成させた(図12)。図12 全校集会で使った敷き詰め模様  
教師からの指示ではなく、子どもたちが自ら考えて取り組み、みんなで協力して作りあげることができた。このことは、学習したことを情報発信する活動へと広がったと言えることでもある。

図13は、授業後の感想に、自力で作り出した解決方法や友達の解決方法、作り出した数学的な概念や原理・法則を活用して新たに見いだしたことにしかかわる記述が現れてきた割合である。これは、本単元の学習が進むにつれて、「さんかくくんのなかまをさがしました」など活動したことを記述した内容から、「てっぺんがとがっていて中がまがっていると、さんかくくんのなかまでない」など数学的な内容にかかわる記述が増えてきたことを表している。子どもたちの数学的な意識の高まりとしてとらえることができると考える。

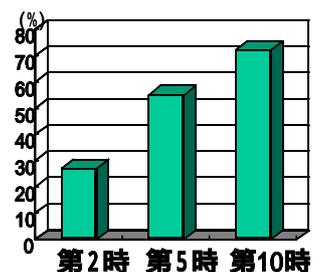


図13 授業後の感想

イ 本研究における検証授業 2 (平成13年11月実施, 36名)

(ア) 単元名 第5学年「円」

(イ) 単元の目標

- ・円の直径や円周の長さに着目し, 円の学習に関心をもつようにする。
- ・円周率の意味を理解し, 円周の長さを求めることができるようにする。
- ・円の面積の求め方を考え, それを用いることができるようにする。

(ウ) 単元について

本単元では, 事象の数学化 数学的な知識の構成 数学的な知識の活用の過程を考える。まず, 作業的な活動を通して, 円周と直径の関係や円の求積方法への疑問をもたせ, それを基に単元全体の計画を立てて学習を進めるようにする。次に, 円周率を見いだしたり円の面積の公式をつくり出したりする場面でも, 作業的な活動を取り入れることで, 自力解決ができたり多様な考え方ができたりするようにしたい。そして, 単元の終末では, 自分たちが学習したことを情報発信する場として, 本単元の学習内容やそれにかかわることを他の学年の人に体験してもらう場を設定する。

(I) 単元の指導計画 (11時間)

過程	学 習 活 動 と 児 童 の 意 識 の 流 れ	主な作業的・体験的な活動
事象の数学化 / 数学的な知識の構成 / 数学的な知識の活用	第1次 (1時間) 「一番広い縄張りを見付けよう」 いろいろな図形に触れ, 円について興味・関心をもつ。 <b>「世界算数(円)ふしぎ発見！」</b>	エジプトのナイル川周辺で行なわれていた縄張りの話を基にして, 同じ長さのひもで一番広く囲むにはどんな形になればよいのかを見付けるために, ひもや画用紙などを使い形をつくり, 広さを比べるためにビー玉や方眼などを使う活動
	第2次 (1時間) 「“世界算数(円)ふしぎ発見!” 計画書作成」 円について探究する課題を設定し, 単元の見通しをもつ。	
	第3次 (6時間) 「“世界算数(円)ふしぎ発見!” 課題別の探究」 共有課題を追究し 数理を獲得する。 (1) <u>円周と直径について(2時間)</u> (2) <u>面積について(2時間)</u> (3) <u>円周率の活用について(2時間)</u>	円周が1mになる円をかくために, 教師用コンパスを使ってかいたりひもを用いて円周の長さを確かめたりする活動 円の面積を求めるために画用紙などを使い円を等積変形する活動 学校内にあるいろいろなものについて, 実際に直径や円周を測り, その値から円周や直径を求める活動
	第4次 (3時間) 「“世界算数(円)ふしぎ発見!” の体験ゾーン創作」 つくり出した数理を活用する。	

(オ) 数学的な概念や原理・法則をつくり出す授業の実際 (5 / 11)

a 目標

円の面積の求め方を考えることができる。

円の面積のきまり (公式) を導き出し、共有することができる。

b 本時の指導について

円をかいた画用紙等を切って変形するなどの活動 (作業的な活動) を通して、自分なりに円の面積の求め方を考えるようにする。そして、考え出された求め方を検討していく中で、求め方の妥当性や有効性を確認しながら円の公式をつくり出せるようにしたい。

c 展開の概略

過程	学 習 活 動	指 導 上 の 留 意 点
把握	1 課題を知る。	・「ふしぎ発見! 計画」を想起させ、学習の方向性を示す。
/	直径が10cmの円の面積を求めよう	
計画	2 見通しをもつ。	・見通しが出にくい場合は、既習の三角形・四角形の求積方法を想起させる。
/	3 一人調べを行う。	・いろいろな方法で求められるように直径10cmの円をかいた用紙を用意しておく。 ・ヒントコーナーを活用してもよいことを伝え、自力解決の手掛かりとさせる。
実行	4 面積の求め方について話し合う。	・早くできた子には他の方法でできないか考えさせる。 ・ホワイトボードに考えを書かせ、それを使って発表させる。 ・友達の考えを認め合わせたり、関連させたりすることで多様な考えを焦点化していく。
/	5 本時のまとめをする。	・「言葉の式化」するよさを知り、そこから円の面積の公式をつくり出したい。 ・円周率についての話をして関心を高めるようにする。 ・振り返りカードに感想を記入させる。
検討		
まとめ		

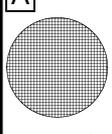
d 自力で解決方法をつくり出す活動の実際

子どもたちは、直径10cmの円の面積について、およそどのくらいになるのか、求め方はどんな方法があるのか見通しをもって取り組んだ。全員が直径10cmの円をかいた用紙などを使って面積を求める方法を考えた。その結果、自力でつくり出した解決方法は、図14に示すような5通りの考え方があった。

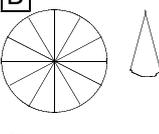


写真2 面積を求める様子

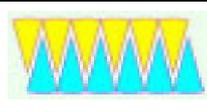
**A** 方眼を利用する。  
まず、1cm<sup>2</sup>の正方形の数を求める。次に、残りを組み合わせて1cm<sup>2</sup>の正方形にした数を求める。そして、求めた数を合わせる。



**B** まず、円を12等分して、その1つを取り出す。次に、取り出した形の底辺と高さを求め、三角形の面積の公式を利用して面積を出す。そして、その面積を12倍して円の面積を求める。  
底辺については、弧や弦の長さを測って求めている。高さについては、半径を使ったり実際に測ったりして求めている。  
計算例:  $2.7 \times 5 = 6.75$   $6.75 \times 12 = 80$



**C** まず、円を等分して平行四辺形や長方形に等積変形する。そして、底辺と高さを測り、平行四辺形や長方形の面積の公式を利用して求める。  
8等分、12等分、36等分をしていた。 計算例:  $15 \times 5 = 75$



**D** ひもで円を作り、その円を半径に沿って切る。そして、ひもを一本一本伸ばして重ねると三角形になる。その三角形の底辺は円周と、高さは半径と同じになるので、三角形の面積の公式を利用して求める。  
計算例:  $10 \times 3.14 = 31.4$   $31.4 \times 5 \div 2 = 78.5$



**E** 円を等分して平行四辺形に等積変形すると、底辺は円周の半分、高さは半径になる。平行四辺形の面積の公式から言葉の式で表す。  
円周  $\div 2 \times$  半径  
= 直径  $\times 3.14 \div 2 \times$  半径  
= 半径  $\times 2 \times 3.14 \div 2 \times$  半径  
= 半径  $\times$  半径  $\times 3.14$

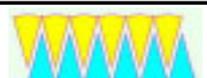


図14 自力での解決方法

e 自力で作り出した解決方法を基に検討する活動の実際

子どもたちが、自力で作り出した解決方法についてそれぞれ説明して、以下のように検討を行った。

【妥当性】

【A】については「組み合わせたものがきちんと  $1\text{ cm}^2$  になると確かめたのか」、【B】については「底辺になるところは曲線になっているが、どうやって測ったのか」「高さは垂直になっているのか」、【C】については「底辺は曲線になっているが、直線として測っているので正確ではないのではないか」など、【A】【B】【C】について円周にかかわる部分への質問が多く出てきた。

【有効性】

【A】については「組み合わせたものがきちんと  $1\text{ cm}^2$  にはならない」、【B】と【C】については「曲線のところが正確に測ることができない」ことから、求めた面積はおよその数にしかならないことを確認した。その後に、およその数で表すことや概形でとらえることよさに触れた。

【C】と同じ考えとして、長方形に変形している方法を紹介して関連付けた。

【D】について、子どもは、ひもを巻いて円をつくり、それを切り開いて説明した。これと同じ方法として、トイレットペーパーを切り開くと三角形になることを、教師が演示して説明した。その後に、【E】のように言葉の式で表せないか考えさせると、 $[\text{円周} \times \text{半径} \div 2]$  で表すことを見いだすことができた。



写真3 教師の演示

【C】も【E】のように考えると、およその数ではなく正確に出せることを確認した。

【協定化】

【B】と【D】が【E】の言葉の式  $[\text{半径} \times \text{半径} \times 3.14]$  にできないか考えさせた。

【D】は、 $[\text{円周} \times \text{半径} \div 2 = \text{直径} \times 3.14 \times \text{半径} \div 2 = \text{半径} \times 2 \times 3.14 \times \text{半径} \div 2 = \text{半径} \times \text{半径} \times 3.14]$  と変形することができるという意見が出てきた。

【B】は、底辺を円周の  $1/12$  になることをヒントとして与えた。すると、円の面積は  $[\text{円周} \div 12 \times \text{半径} \div 2 \times 12 = \text{円周} \times \text{半径} \div 2]$  になり、これは【D】の初めの式と同じになるので、【E】の言葉の式  $[\text{半径} \times \text{半径} \times 3.14]$  になることを見いだすことができた。

最後に【B】と【D】と【E】が考え方は違っていても、言葉の式に直すと同じになることから、円の面積を求める公式であることにつなげた。

(カ) つくり出した数学的な概念や原理・法則の活用（9/11～11/11）

つくり出した数学的な概念や原理・法則を活用する場として、子どもたちが作業的・体験的な活動を通して情報発信できる体験ゾーンの創作活動を設定した。体験ゾーンの創作活動は、円の学習で学んだことについて、他学年の人が体験したり問題を解いたりできる場を設け、実際に取り組んでもらう活動である。



写真4 体験ゾーンの実際

まず、子どもたちは、グループをつくり、各グループごとに他の学年の人たちに取り組んでもらう問題等をつくった。主な内容は以下のとおりである。

- ・コンパス（教師用）を使って円周が  $1\text{ m}$  や  $2\text{ m}$  の円をかいてみよう
- ・コンパスを使って模様をかこう
- ・身近にある円の形をしたものの広さ比べ
- ・お金（コイン）の円周を実際に測ってみよう
- ・ねん土でできた円の形を変えてみよう
- ・一輪車が1回転して進む距離は？
- ・円の面積の公式を使った問題
- ・時計の長い針が、一周するとどれだけの面積を動いたことになるかな？、十分間で何cm動くかな？
- ・アルキメデスの歴史（アルキメデスに関することについて、 $\pi$  及び四択クイズ）
- ・この形（円）にビー玉がいくつ入るかな？
- ・おうぎ形を平行四辺形や円になるように組み合わせよう（パズル）

1年生や2年生でも取り組むことができるように、低・中・高学年別や1～6学年別に問題のレベルを考へて設定したり、ヒントカードを作成したりした。

次に、ワークスペースを利用して、チャレンジゾーン、クイズゾーン、パズルゾーンを設置し、そこにグループを3つのゾーンに分けてワークショップ形式でコーナーをつくった。他の学年の人たちには、休み時間を利用して来場してもらい、問題等に取り組んでもらった。

来場した人には、受付に名前を書いてもらった。それを集計したところ、延べ200人余りが体験ゾーンへ来場したことが分かった。



写真5 体験ゾーンの受付

(※) 考察

a 作業的・体験的な活動を通じた自力解決について

円の面積の求め方について、子どもたちの自力解決による考え方のパターンは、表1のとおりである。

表1 考え方のパターン

考え方	A	B	C	D	E
割合(%)	17	6	71	3	3

(A～Eは図14と対応)

Cの円を分割・変形して、長さを実測して求める考え方がほとんどであった。そのため、DやEの考え方のよさを指摘する感想が数多くあった。

分割・変形の中で、36等分して平行四辺形に変形しようとした子どもは、考え方はしっかりとものができていたが、答を求めるところまではたどりつかなかった。そこで、授業の最後に途中まで変形したものを提示して、円を細かく分割して並べると直線にだんだん近くなることを紹介した。そして、アルキメデスは96等分したことを紹介し、円を分割して求める方法の数学的な価値を認めるようにした。

b 自力で作り出した解決方法を基に検討する場について

自力解決で作り出した面積の求め方の検討は、求めた面積の答が違うことには触れずに、求める方法の内容について多くの意見が出た。その中で、円周の曲線部分をどうすれば正確に表すことができるのかについて話合いが深まり、そこから言葉の式に表すことができ、円の公式へとつなげていくことができた。円周の曲線部分をおよその長さで表すと正確な面積の値は出ないことが指摘されたが、その考えのおかげで円の公式へと一般化できたと考える。

検討の反省点として、言葉の式を変形していく過程で、「 $\times 2 \div 2$ 」が「 $\times 1$ 」になることへの理解が子どもたちに不十分な点があったので、もう少し説明を丁寧にする必要があった。また、平行四辺形や三角形の面積の公式をつくり出したときのことを振り返る場面も必要であったと考える。そして、「直径8cmの円の面積を求めるには？」などの類似問題を提示して、自力による解決方法で出てきたA～Eの考え方のどれを使うとよいのか考える場を設けると、言葉の式を使うよさをより深く認識させることができたと考える。

図15は、授業後の感想に、作業的な活動を通じた自力解決と解決方法の検討のことに触れた子どもの割合である。「円の面積は、平行四辺形に変えるよりも、言葉の式で考えるとすぐに求めることができる」など検討の場面に触れた感想の割合が増えたことは、自力で作り出した解決方法に満足せずによりよい解決方法を求めていこうとする意識の高まりの表れであると考えられる。また、「みんなの考えで公式が発見できてよかった」など、協力して数学的な概念や原理・法則をつくり出そうとする意識が表れている感想もあり、集団でよりよいものを求めていこうとする態度が育っていることも言える。

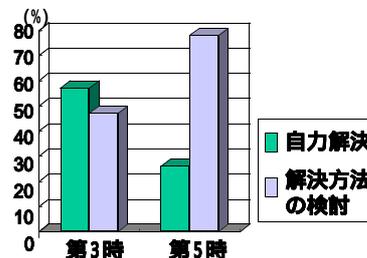


図15 授業後の感想

c つくり出した数学的な概念や原理・法則の活用について

体験ゾーンの創作活動では、学習してきたことを情報発信することで、次のような成果があったと考える。1つは、円の面積の公式を導くまでの過程で作り出した平行四辺形に変形する方法を、低

学年にも体験できるようにしていた。このことは、身近にある円の形をした物の面積について、公式を活用して求める活動だけではできないことであると言える。2つ目には、「時計の長い針が十分間に動く長さは？」など、学習してきたことを基に、新たな問題をつくり出すことができていたことである。その問題場面に「時計、五円玉、ボール」など身近にあるものが数多く出てきたことは、子どもたちが身近にあるものを、円という視点でとらえることができていたと言える。

活用の反省点として、体験ゾーンの創作活動の計画を立てる段階では、円についてのどの学習を活用するものであるのかを明確にさせたが、体験ゾーンの終了後にも振り返らせて、円の学習を意識させる必要があった。

## 7 研究のまとめと今後の課題

### (1) 研究のまとめ

ア 「解決の実行」の段階で、作業的な活動を取り入れることによって、子どもたちの自力解決を可能にし、自分なりの解決方法をつくり出すことができた。また、子どもの考えていることが活動となって表れるので、教師が、子どもの考えていることを把握したり実態に応じた個別指導をしたりすることができた。

イ 「解決の検討」の段階で、教師が意識して「妥当性 有効性 協定化」の過程を踏むことによって、数学的な概念や原理・法則をつくり出していく活動へと子どもたちを高めることができた。また、子どもの意識も、よりよいものをつくり上げようとしたり友達の考え方を学ぼうとしたりするなど、数学的な高まりが見られた。

ウ 「活用」の段階で、作業的・体験的な活動を取り入れたことによって、つくり出した数学的な概念や原理・法則の理解を深めたり生活の中に活用していく態度を養ったりすることができた。また、子どもが情報発信する場の設定は、総合的な学習と関連させた内容に発展できるものであった。

### (2) 今後の課題

ア 「解決の検討」の段階で、検討を進めていく中での子どもの内面的な変容にも目を向けた研究を進めていく必要がある。

イ 子どもが数学的な知識をつくり出す過程をどのような観点で、どのように評価するのか。これまでの評価の在り方の見直しを含めた検討をする必要がある。

### 《研究委員》

稲富 博茂	佐賀県教育センター研究員	平成12～13年度（平成12年度佐賀県教育センター研修員）
中山 浩政	浜玉町立平原小学校教諭	平成12～13年度
白濱 勝	武雄市立御船が丘小学校教諭	平成13年度
百武 英敏	伊万里市立松浦小学校教諭	平成12年度

### 《引用文献》

- (1) 文部省 『小学校学習指導要領解説 算数編』 平成11年 東洋館出版社 pp14-15
- (2) 中原 忠男 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』 1995年 聖文社 pp223-226

### 《参考文献》

- ・ 文部省 『中学校 学習指導要領(平成10年12月)解説 数学編』 平成11年 大阪書籍株式会社
- ・ 中原 忠男 『構成的アプローチによる算数の新しい学習づくり』 1999年 東洋館出版社
- ・ 池野 正晴 『自ら考えみんなで創り上げる算数学習』 2000年 東洋館出版社

