

中学校数学科
授業改善事例Ⅲ第3学年「関数 $y = ax^2$ 」(全15時間)

1 本単元における「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善のアプローチ

「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善の1つのアプローチとして、「生徒の学びの姿」と、その学びの姿を実現する「教師の働きかけ」の双方の視点から授業改善を図ることが有効だと考えられます。双方を行き交いながら授業改善を行い、数学的に考える資質・能力を育成していきます。本単元においては、次のように授業改善を図ります。

	生徒の学びの姿	本単元における教師の働きかけ
「主体的な学び」	○学ぶことに興味や関心をもつ。	・単元の始めに、単元の見通しをもつ場面を設定する。 ・日常生活と結び付けた題材を取り扱う。 ・問題の結果や考え方について見当を付けることができるようにする。
「対話的な学び」	○教師との対話を通じ、自分の考えを広げ深める。	・生徒の反応に対して意図的に問い返しを行い、これまで学習した内容と関連付けて考えることができるようにする。
「深い学び」	○数学的な見方・考え方を働かせる。 ○新たな解決策を考えたり、問題の条件を変えて考えたりすることに向かう。	・生徒の反応に問い返しを行い、数学的な見方・考え方の自覚を促す。 ・問題を解決し、解決過程で得られた結果を振り返り、ほかに分かることがないかを考えることができるようにする。

🏠「令和6年度 プロジェクト研究（中学校数学科における「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善）」

2 本単元の概要

※本単元の詳細はこちら🏠[授業改善事例Ⅲ学習指導計画編](#)

(1) 単元の目標

- ① 関数 $y = ax^2$ についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- ② 関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。
- ③ 関数 $y = ax^2$ について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

(2) 指導と評価の計画（全15時間）

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・具体的な事象を捉え考察することを通して、問題の解決に必要な二つの数量 x 、 y を取り出し、それらの関係を表や座標平面上に表すことができるようにするとともに、 y は x の2乗に比例する関数が、一般的に、 a を定数として、 $y = ax^2$ という式で表されることを理解できるようにする。	知		行動観察
2	・与えられた条件から関数 $y = ax^2$ の式を求めることを通して、 y は x の2乗に比例しているときに、 x と y の値が1組分かれば式を求めることができるようにするとともに、 x の値に対応する y の値を考察することができるようにする。 ・振り返りシートに分かったことや疑問などを記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	○	行動観察 振り返りシート
3	・関数 $y = ax^2$ の二つの数量の関係について、表の値からグラフで表すことができるようにする。	知		行動観察
4	関数 $y = ax^2$ の二つの数量の関係を表す表、式、グラフの相互関係について考察することを通して、 ・関数 $y = ax^2$ の特徴を見だし表現できるようにする。 ・関数 $y = ax^2$ の特徴に基づいて、グラフで表すことができるようにする。	知	○	小テスト

5	・関数 $y = ax^2$ の特徴に関する練習問題に取り組み、これまで学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。	知		小テスト
6	・関数 $y = ax^2$ の比例定数 a の符号と絶対値の大きさに着目し、式とグラフを相互に関連付けて考察することを通して、関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴を捉えることができるようにする。	思		行動観察
7	・変域を考える必要がある問題に取り組むことを通して、変域のあるグラフをかくことができるようにするとともに、 x の変域から y の変域を求めることができるようにする。	知	○	小テスト
8	・式から表やグラフをつくることを通して、関数 $y = ax^2$ の変化の割合について理解し、関数 $y = ax^2$ の表の値から変化の割合を求めることができるようにする。	知		行動観察
9	・具体的な事象から時間と距離の関係を考察することを通して、平均の速さについて理解できるようにする。	知		行動観察
10	・これまでに学習したことを基に、一次関数 $y = ax + b$ と関数 $y = ax^2$ の特徴を比較して、グラフの形状や y の値の変化、変化の割合について考察し表現することができるようにする。 ・振り返りシートに分かったことや疑問などを記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	知 態	 ○	行動観察 振り返りシート
11	・具体的な事象から二つの数量を取り出し、関数の表、式、グラフを基にして考察し表現することができるようにする。	思	○	行動観察 ワークシート
12				
13	・具体的な事象から二つの数量を取り出し、関数の表やグラフを用いて考察することを通して、式に表すことが困難な関数を学ぶことで、関数の概念の広がりを実感できるようにする。 ・振り返りシートに分かったことや疑問、問題の解決に有効であった方法などを記述することを通して、学習の成果を実感できるようにする。	知 態	 ○	行動観察 振り返りシート
14	・具体的な事象における問題について考察することを通して、関数 $y = ax^2$ を用いて解決することができるようにする。	思		行動観察 ワークシート
15	・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価することができるようにする。	知 思	○ ○	単元テスト 単元テスト

3 本単元における「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた教師の働きかけの具体例

(1) 生徒の「学ぶことに興味や関心をもつ」姿を実現する教師の働きかけ



生徒が学ぶことに興味や関心をもつことができるようにするために、単元の始めに、単元の見通しをもつ場面を設定するとともに、日常生活や社会と結び付けた題材を取り扱うことが大切です。また、関数を活用する問題解決の1単位時間においては、問題の結果や考え方について見当を付けることができるようにすることも大切です。

そこで、単元を通して生徒の興味や関心を一層高めるために、単元の導入において、単元の見通しをもつことができるようにします。具体的には、第3時から第10時で、関数関係に着目し、その特徴について表、式、グラフを相互に関連付けて考察することを示します。そして、それらを活用して、第11時から第14時で日常生活や社会の中で関数と深く関わりのある事象を題材（資料1）とした問題を取り上げ、それを解決することを示します。

- ・自動車の速さと制動距離の関係
- ・図形の移動による時間と面積の関係
- ・ピザの半径と値段の関係
- ・式に表すことが困難な関数

資料1 本単元で取り扱う題材

また、第11時から第14時の関数を活用する問題解決の授業において、問題から導かれるであろう結果を予想する場面を設定します。結果を予想することによって、「自分が予想したことは正しいのか」ということに問題の解決まで興味や関心をもって、意欲的に取り組むことができるようになると思います。

ここでは第14時《場面の状況を整理して問題の結果を予想し、問題を解決するための見通しをもつ学習活動》の具体を示します。

第14時【問題】

T社のピザは、Mサイズ（半径12cm）の値段が1280円です。Sサイズ（半径10cm）とLサイズ（半径17cm）の値段はいくらでしょうか。ただし、ピザは円形であり、円周率は3.14もしくは π とします。

《場面の状況を整理して問題の結果を予想し、問題を解決するための見通しをもつ学習活動》

皆さんはピザを買ったことがありますか。値段はどのようにして決められているのでしょうか。T社は、半径12cmのMサイズのピザが1280円だそうです。半径10cmのSサイズのピザの値段を予想してみましょう！



SサイズはMサイズと比べると半径が短いから、値段は安くなるはずですよ。予想では980円くらいだと思います。



Mサイズのピザは半径1cm当たりの値段は約106円になります。Sサイズは半径が10cmだから、Sサイズの値段は約1060円だと思います。

分かっている数値を基に予想していますね。では、Lサイズの値段も予想してみましょう！



LサイズはMサイズと比べると半径が長いから、値段は高くなるはずですよ。予想では1480円くらいだと思います。



Lサイズも同様に、半径1cm当たりの値段で考えると、約1800円になると思います。



LサイズはMサイズと比べると大きいから、少しお得になることもあるかな。じゃあ、20円引いて、1780円ぐらい。



でも、ピザの値段って、ピザの半径の長さに対応して決まるのかな？

Dさん、素晴らしいことに気づきましたね！
では、ピザの半径と値段以外で、伴って変わる数量はほかにあるのでしょうか？



うーん……。私は、ピザの半径と値段の関係だけで考えていました……。



ピザを円形の平面図形と考えると、ピザの面積と値段の関係もありそうです。

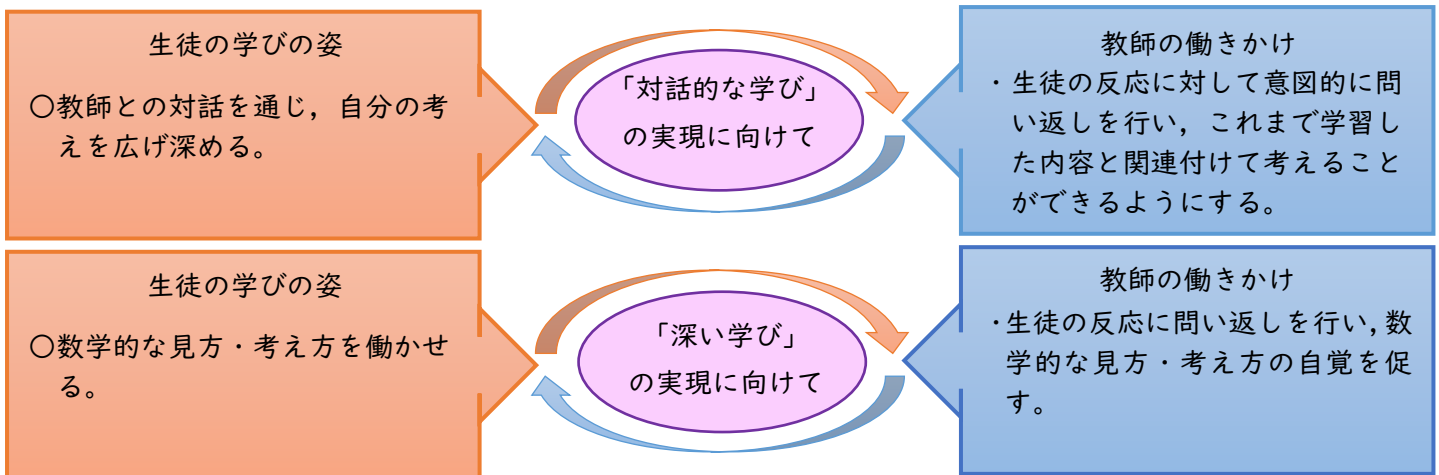
なるほど。問題の解決につながりそうな考えですね。それでは、ピザの半径と値段の関係や、ピザの面積と値段の関係から考えて、問題を解決していきましょう。



学ぶことに興味や関心をもつことができるようにするために、日常生活や社会の中で関数と深く関わりのある事象を題材として提示し、その問題から導かれるであろう結果を予想する場面を設定することが大切です。



(2) 生徒の「教師との対話を通じ、自分の考えを広げ深める」姿、「数学的な見方・考え方を働かせる」姿を実現する教師の働きかけ



生徒が教師との対話を通じ、自分の考えを広げ深めるためには、生徒の反応に対して意図的に問い返しを行い、これまで学習した内容と関連付けて考えることができるようにすることが大切です。また、生徒が数学的な見方・考え方を働かせるためには、教師が生徒の反応に問い返しを行い、数学的な見方・考え方の自覚を促すことが大切です。

そこで、第11時、第12時、第14時において、関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することができるようになるために、生徒の反応に対して学級全体に問い返しを行い、「二つの数量の関係は関数関係として捉えることができるか」について対話することを通して、自分の考えを広げ深めるとともに、数学的な見方・考え方を働かせることができるようにします。

ここでは第14時《考え方を共有し、答えを求める学習活動》での教師と生徒の対話の具体を示します。

《考え方を共有し、答えを求める学習活動》

教師: どのようにして、SサイズとLサイズのピザの値段を求めましたか。

生徒A: まず、Mサイズの半径と値段の情報を基に、 1 cm^2 当たりの値段を出します。

生徒B: なるほど！ 1 cm^2 当たりの値段が分かれば、SサイズとLサイズの面積を出して、それぞれのピザの値段を求めることができそう。

【見方・考え方を働かせる問い返し】

教師: Aさんの考え方は、Mサイズの 1 cm^2 当たりの値段を求める必要がありますね。どのようにして求めますか。

生徒C: Mサイズは半径12cmだから、面積は $12 \times 12 \times 3.14 = 452.16$ で、 452.16 cm^2 です。値段は1280円だから、 $1280 \div 452.16 = 2.830\cdots$ したがって、 1 cm^2 あたりの値段は約2.83円となりそうです。

教師: それでは、 1 cm^2 当たりの値段を2.83円として考えましょう。Sサイズの値段とLサイズの値段は、それぞれいくらになりますか。ただし、値段は十の位までの概数にしてください。

生徒D: Sサイズは半径10cmだから、面積は $10 \times 10 \times 3.14 = 314$ で、 314 cm^2 です。したがって、 $2.83 \times 314 = 888.62$ 一の位を四捨五入すると、Sサイズの値段は890円となります。

生徒B: Lサイズは半径17cmだから、面積は $17 \times 17 \times 3.14 = 907.46$ で、 907.46 cm^2 です。したがって、 $2.83 \times 907.46 = 2568.1118$ 一の位を四捨五入すると、Lサイズの値段は2570円となります。

【見方・考え方を働かせる問い返し】

どちらも現実的な値段ですね。ピザの半径と値段はどのような関係にありますか。



生徒B

ピザの半径を決めれば、ピザの値段がただ一つに決まるので、ピザの値段はピザの半径の関数であるといえます。

【見方・考え方の価値付け】【見方・考え方を働かせる問い返し】

すばらしい！大切なことに気付くことができましたね。
ピザの半径と値段は関数関係にあるといえます。それを式に表すことはできますか。



生徒D

Cさんは、 1 cm^2 当たりの値段を求めるために、まず、半径×半径×円周率でピザの面積を求めました。つまり、半径を2回かけているよね。



生徒C

あっ！分かりました！
ピザの半径を $x\text{ cm}$ 、値段を y 円とすると、 y は x の2乗に比例するということがいえると思います。



生徒D

なるほど！
 y は x の2乗に比例するということは、比例定数を a とすると、関数 $y = ax^2$ と表すことができますね。

【見方・考え方の価値付け】

そうですね！
それでは、第2時で学習した関数 $y = ax^2$ の比例定数 a を求める学習を基に、比例定数 a を求めて、式に表しましょう。



生徒A

Mサイズの半径 12 cm 、値段 1280 円より、
 $y = ax^2$ に $x = 12$ 、 $y = 1280$ を代入して、それを解きます。
 $1280 = a \times 12^2$
 $1280 = 144a$
 $a = 8.888\cdots$ より、小数第3位を四捨五入とすると、
 $a = 8.89$ となります。
したがって、式は $y = 8.89x^2$ になります。

【見方・考え方の価値付け】【見方・考え方を働かせる問い返し】

すばらしい！
関数 $y = ax^2$ の式を導き出すことができました。
この式を利用すれば、SサイズとLサイズの値段を求めることができますか。



生徒B

できます。
Sサイズの値段は、 $y = 8.89x^2$ に $x = 10$ を代入して、
 $y = 8.89 \times 10^2$ より、 $y = 889$ となり、 890 円となります。
Lサイズの値段は、 $y = 8.89x^2$ に $x = 17$ を代入して、
 $y = 8.89 \times 17^2$ より、 $y = 2569.21$ となり、 2570 円となります。



生徒A

式に表すことができれば、どのサイズの値段も簡単に求めることができますね。



生徒の考えを広げ深めるために、教師と生徒の対話を適宜取り入れ、生徒の反応に対して意図的に問い返しを行うことが大切です。また、数学のよさを実感させるために、事象を数学的に表現し、試行錯誤により解決し、様々な解法で解くことに挑戦させることが大切です。



(3) 生徒の「新たな解決策を考えたり、問題の条件を変えて考えたりすることに向かう」姿を実現する教師の働きかけ



生徒が新たな解決策を考えたり、問題の条件を変えて考えたりすることに向かうことができるようにするために、問題を解決し、解決過程で得られた結果を振り返り、ほかに分かっていないかを考えることができるようにすることが大切です。

そこで、第11時、第12時、第14時では、解決過程で得られた結果を振り返り、新たな問題の発見を生徒に促すことで、数学的な見方・考え方を働かせ、発展的に考えることができるようにします。

ここでは第14時《条件を変えた問題に取り組み、問題を解決する学習活動》での教師と生徒の対話の具体を示します。

《条件を変えた問題に取り組み、問題を解決する学習活動》

【新たな問題の発見を促す問い】

今回は、ピザの半径に対応するピザの値段を導き出すことができました。もし、ピザの値段を先に決めれば、ピザの半径は決まるのでしょうか。



教師

値段が決まると、半径は決まると思います。
ピザの半径を求めるためには、 $y = 8.89x^2$ を使います。
第11時と第12時で学習したように、ピザの値段の値を y に代入して、その二次方程式を解けばいいと思います。



生徒A

それでは、 $y = 8.89x^2$ を使って考えてみましょう。値段をいくらにしましょうか。



生徒B

おもしろそう！看板商品になりそうな、10000円でやってみたいです。
第3時と第4時で学習したグラフも使って考えてみたいです。

【新たな問題の発見を促す問い】

いいですね。インパクトがあり、看板商品になりそうです。
それでは、10000円のピザの半径は何cmになるでしょうか。
式やグラフを使って考えてみましょう。



得られた数学的な結果について、実際の問題の答えとして受け入れるかどうかを判断するために、数学的な結果を具体的な事象に即して解釈することも必要です。実際に、図をかくてみたり、モデルを作成（資料3）してみたりすると、生徒はイメージしやすくなります。

このような問題発見・解決の基礎をなす技能を身に付けることにより、事象を数学の舞台にのせ、社会生活や自然界における事物・現象等の広い範囲にわたる事象について考察することができるようになります。



資料3 答えを問題場面に戻す様子

生徒が新たな解決策を考えたり、問題の条件を変えて考えたりすることに向かうために、生徒から様々な考えや疑問などを引き出すことを意識して問い掛け、解決過程で得られた結果を振り返り、ほかに分かっていないかを考えることができる学習活動を取り入れることが大切です。

