

中学校数学科  
授業改善事例Ⅰ

第3学年「二次方程式」（全13時間）

1 本單元における「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善のアプローチ

「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善の1つのアプローチとして、「生徒の学びの姿」と、その学びの姿を実現する「教師の働きかけ」の双方の視点から授業改善を図ることが有効だと考えられます。双方を行き交いながら授業改善を行い、数学的に考える資質・能力を育成していきます。本單元においては、次のように授業改善を図ります。

	生徒の学びの姿	本單元における教師の働きかけ
「主体的な学び」	○学習活動の見通しをもつ	<ul style="list-style-type: none"> <li>単元の始めに、単元の見通しをもつ場面を設定する。</li> <li>単元など内容や時間のまとまりを見通して、身に付ける資質・能力を明確にする。</li> <li>問題の結果や考え方について見当を付けることができるようにする。</li> </ul>
「対話的な学び」	○教師との対話を通じ、自分の考えを広げ深める。	<ul style="list-style-type: none"> <li>生徒の反応に対して意図的に問い返しを行い、これまで学習した内容と関連付けて考えることができるようにする。</li> </ul>
「深い学び」	<ul style="list-style-type: none"> <li>○数学的な見方・考え方を働かせる。</li> <li>○知識を相互に関連付けてより深く理解する。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>生徒の反応に問い返しを行い、数学的な見方・考え方の自覚を促す。</li> <li>問題を解決し、解決過程で得られた結果を振り返り、ほかに分かることがないかを考えることができるようにする。</li> </ul>

📄「令和6年度 プロジェクト研究（中学校数学科における「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた授業改善）」

2 本単元の概要

※本単元の詳細はこちら📄[授業改善事例Ⅰ 学習指導計画編](#)

(1) 単元の目標

- ① 二次方程式についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。
- ② 文字を用いて数量の関係や法則などを考察し表現することができる。
- ③ 二次方程式について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。

(2) 指導と評価の計画（全13時間）

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・一元一次方程式や連立二元一次方程式では求められない数量を求める場面で、二次方程式の必要性を理解できるようにする。	知		行動観察
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>・二次方程式とその解の意味を理解し考察することを通して、二次方程式の解を求めることができるようにする。</li> <li>・単元の計画表に分かったことや疑問などを記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。</li> </ul>	知 態	○	行動観察 単元の計画表
3	・平方根の考え方を使って $ax^2 + c = 0$ の形の二次方程式の解き方を理解するとともに、 $ax^2 + c = 0$ の形の二次方程式を解くことができるようにする。	知		行動観察
4	・平方根の考え方を使って $(x + p)^2 = q$ の形の二次方程式を解く方法を理解するとともに、 $(x + p)^2 = q$ の形の二次方程式を解くことができるようにする。	知		行動観察

5	・前時の学習を基に、二次方程式を解く方法について考察することを通して、二次方程式を、 $(x+p)^2 = q$ の形に変形して解く方法について考察することができるようにする。	思		行動観察
6	二次方程式の解の公式の導き方を考察することを通して、 ・係数が具体的な数である二次方程式を平方の形に変形する過程と比較しながら、二次方程式の解の公式の導き方を考えることができるようにする。 ・解の公式を使って、二次方程式を解くことができるようにする。	知		行動観察
7	因数分解による二次方程式の解く方法を考察することを通して、 ・「 $A \times B = 0$ ならば $A = 0$ または $B = 0$ 」であることを基に、因数分解による二次方程式の解き方を考えることができるようにする。 ・因数分解を使って、簡単な二次方程式を解くことができるようにする。	知		行動観察
8	・いろいろな二次方程式を解く手順について考察することを通して、より能率のよい解法を考えることができるようにする。 ・単元の計画表に分かったことや疑問などを記述することを通して、その後の学習を見通すことができるようにする。	思 態	○ ○	ノート 単元の計画表
9	既習の二次方程式を解き、注意点を整理することを通して、 ・いろいろな方法で二次方程式を解くことができるようにする。  ・既習の二次方程式の解き方について振り返り、自分の解き方を改善しようとする態度を養う。	知 態	○ ○	行動観察 小テスト ノート
10	・日常の事象における問題について考察することを通して、二次方程式を活用して解決することができるようにする。	思		行動観察 ワークシート
11	・数の性質における問題について考察することを通して、二次方程式を活用して解決することができるようにする。	思		行動観察 ワークシート
12	・図形の性質における問題について考察することを通して、二次方程式を活用して解決することができるようにする。	思		行動観察 ワークシート
13	・単元全体の学習内容についてのテストに取り組み、単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価できるようにする。	知 思 態	○ ○ ○	単元テスト 単元テスト 単元の計画表

### 3 本単元における「主体的・対話的で深い学び」の実現に向けた教師の働きかけの具体例

#### (1) 生徒の「学習活動の見通しをもつ」姿を実現する教師の働きかけ



生徒が学習活動の見通しをもつことができるようにするために、単元の始めに、単元の見通しをもつ場面を設定することが大切です。その際、単元など内容や時間のまとまりを見通して、身に付ける資質・能力を明確にします。

そこで、第1時において、単元の計画表（資料1）を生徒に提供し、単元全体の学習活動の見通しをもつことができるようにします。また、単元の目標を示すことで、本単元で身に付ける資質・能力について捉えることができるようにします。

本単元で身に付ける資質・能力について示し、説明します。

1単位時間ごとの目標を示します。

単元の計画表 3章 二次方程式		3年 組 号 名前	
単元の目標 二次方程式を解くことができ、それを具体的な問題解決の場面で活用できるようにし、方程式をこれまでより多くの場面で問題の解決に活用できるようにします。			
時	日	本時の目標	本時の振り返り
1	月 日	具体的な問題を解決することを通して、二次方程式の必要性を理解する。	
2	月 日	二次方程式とその解の意味を理解する。	
3	月 日	平方根の考え方を使って、 $ax^2 + c = 0$ の形の二次方程式を解くことができる。	
4	月 日	$(x + p)^2 = q$ の形の二次方程式を解くことができる。	
5	月 日	$x^2 + bx + c = 0$ の形の二次方程式を、 $(x + p)^2 = q$ の形に変形して解くことができる。	
6	月 日	因数分解を使って、二次方程式を解くことができる。	
7	月 日	いろいろな二次方程式を簡単な方法で解くことができる。	
8	月 日	いろいろな方法で二次方程式を解くことができる。	
9	月 日	日常生活における問題について、二次方程式を適用して問題を解決することができる。	
10	月 日	図形の性質における問題について、二次方程式を適用して問題を解決することができる。	
11	月 日	図形の性質における問題について、二次方程式を適用して問題を解決することができる。	
12	月 日	図形の性質における問題について、二次方程式を適用して問題を解決することができる。	
13	月 日	単元全体について振り返り、自己評価する。	

資料1 単元の計画表

1単位時間ごとの学習の振り返りを書く欄を設け、毎時間の終末で活用できるようにします。

単元全体の学習の振り返りを書く欄を設け、単元の終末で活用できるようにします。

また、方程式を活用して問題を解く1単位時間においては、問題の結果や考え方について見当を付けることができるようにすることが大切です。

そこで、第10時から第12時において、第1時から第9時に習得する二次方程式を平方の形に変形して解く方法、解の公式を用いて解く方法、因数分解して解く方法を活用して問題解決することができるようにします。その際、[方程式を活用して問題を解く手順]（資料2）に基づいて、問題の結果や考え方について見当を付けることができるようにします。

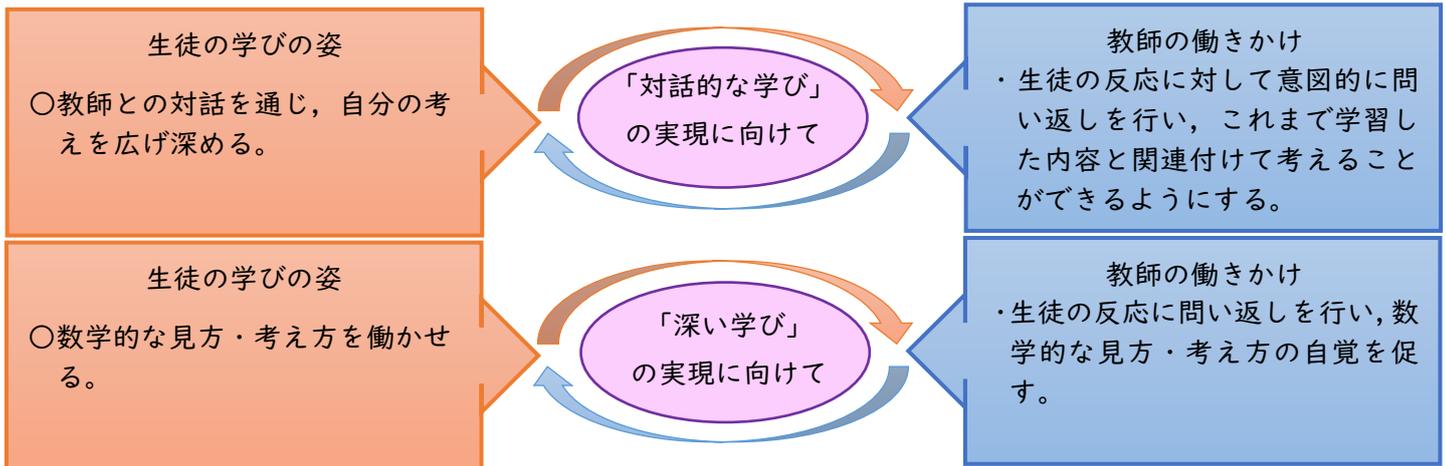
- [方程式を活用して問題を解く手順]
- ① 求めたい数量を $x$ で表す。
  - ② 問題の中の数量や数量の関係を捉えて方程式をつくる。
  - ③ 方程式を解く。
  - ④ 求めた解の意味を問題に戻って考える。

資料2 [方程式を活用して問題を解く手順]

見通しをもつことができるようにするために、単元の始めに、本単元で身に付けたい資質・能力や単元全体の流れについて生徒と共有することが大切です。また、[方程式を活用して問題を解く手順]を適宜示すことで、生徒が見通しをもって学習に取り組むことができるようにします。



(2) 生徒の「教師との対話を通じ、自分の考えを広げ深める」姿、「数学的な見方・考え方を働かせる」姿を実現する教師の働きかけ



生徒が教師との対話を通じ、自分の考えを広げ深めるためには、生徒の反応に対して意図的に問い返しを行い、これまで学習した内容と関連付けて考えることができるようにすることが大切です。また、生徒が数学的な見方・考え方を働かせるためには、教師が意図的な発問や問い返しを行うことで、数学的な見方・考え方の自覚を促すことが大切です。

そこで、第10時から第12時において、日常の事象、数の性質、図形の性質と題材を変えながら、文字を用いて数量の関係や法則などを考察し表現する学習活動を設定しています。その中で、「どのように考えて方程式をつくったのか」や「方程式の項がそれぞれ何を表しているのか」など、生徒がこれまでの学習内容を想起し、数学的な見方・考え方を働かせることができるよう、意図的な発問や問い返しを行います。また、発表した生徒の考えを全体に問い返したり、その考えをほかの生徒に説明するよう促したりすることで、自分の考えを広げ深めたりすることができるようにします。

ここでは第10時《考え方を共有する学習活動》での教師と生徒の対話の具体を示します。

第10時【問題】

縦の長さが8m、横の長さが10mの長方形の土地に、縦と横に同じ幅の通路をつくり、残りをチューリップ畑にします。チューリップ畑の面積を60m<sup>2</sup>にするには、通路の幅を何mにすればよいでしょうか。

《考え方を共有する学習活動》

[方程式を活用して問題を解く手順]に沿って、考えていきましょう。  
通路の幅を $x$ mとすると、どのような方程式をつくるのでしょうか。



- [方程式を活用して問題を解く手順]
- ① 求めたい数量を $x$ で表す。
  - ② 問題の中の数量や数量の関係を捉えて方程式をつくる。
  - ③ 方程式を解く。
  - ④ 求めた解の意味を問題に戻って考える。

私は、  
 $8x + 10x - x^2 = 80 - 60$   
という方程式をつくりました。



私は、  
 $(8-x)(10-x) = 60$   
という方程式をつくりました。



【見方・考え方を働かせる問い返し】

二つの考え方がありそうですね。  
まずは、Aさんはどのように考えて方程式をつくったのでしょうか。

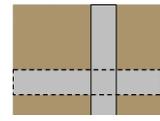




右辺は長方形の土地の面積から畑の面積を引いた通路の面積を表していると思います。でも左辺は分かりません。



左辺の  $8x$  は縦の通路の面積で、 $10x$  は横の通路の面積だと思います。でも  $-x^2$  は分かりません。

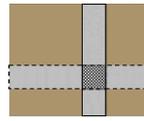


【見方・考え方を働かせる問い返し】

$-x^2$ は何を表していますか。



$-x^2$ は通路が重なった部分の面積を引いているということを表しています。



なるほど！  
Bさんの説明を聞いたら、左辺が何を表しているのか分かりました。

【見方・考え方を働かせる問い返し】

つまり、Aさんは通路の面積に着目して、方程式をつくることができたのですね。次に、Bさんは何に着目して方程式をつくったのでしょうか。



通路を移動させて、四つに分れている畑を一つにまとめて考えていると思います。



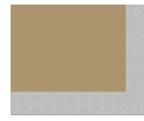
なるほど！  
Bさんの考えが分かりました。

【見方・考え方を働かせる問い返し】

DさんはAさんの説明で何か分かったようですね。それではDさん、どのようなことが分かったのですか。



縦の通路を右に寄せます。横の通路を下に寄せます。そうすると、畑が一つの長方形になります。



【見方・考え方を働かせる問い返し】

なぜ、通路を寄せてよいのですか。



畑を一つの長方形として考えても面積は変わらないからです。

【見方・考え方の価値付け】【見方・考え方を働かせる問い返し】

素晴らしい！大切なことに気付くことができましたね。では、左辺の  $(8-x)$ 、 $(10-x)$  は、それぞれ何を表していますか。



$(8-x)$  は畑が一つになった長方形の縦の長さ、  
 $(10-x)$  は畑が一つになった長方形の横の長さを表していると思います。

つまり、Bさんは畑の面積に着目して、方程式をつくることができたのですね。



生徒の考えを広げ深めるために、教師と生徒の対話を適宜取り入れ、生徒の反応に対して意図的に問い返しを行うことが大切です。また、生徒の反応に問い返しを行うことにより、数学的な見方・考え方の自覚を促し、生徒が数学的な見方・考え方を働かせることができるようにすることが大切です。



(3) 生徒の「知識を相互に関連付けてより深く理解する」姿を実現する教師の働きかけ



生徒が知識を相互に関連付けてより深く理解するために、問題を解決し、解決過程で得られた結果を振り返り、ほかに分かることがないかを考えることができるようにすることが大切です。

本単元の二次方程式については、その解が二つあることや大きさが分かりにくい平方根を含む数になることがあります。こうした点を踏まえ、具体的な問題解決の場面では、得られた解が問題の答えとして適切であるかどうかをもとの事象に戻して調べることが大切です。そうすることで、方程式の解が問題の答えとして適切であるだけでなく、根号を用いた数で長さを求めた際に、「これはどのくらいの長さなのだろう」と考えることができるようになることで、知識を相互に関連付けて深く理解する姿を見ることができそうです。

そこで、第10時から第12時の《立式した二次方程式を解く学習活動》では、解き方を選択して解くことができるようにし、《求めた解を問題に即して解釈し、問題の答えを求める学習活動》では、求めた解の意味を問題に戻って考えることができるようにします。

ここでは第10時《立式した二次方程式を解く学習活動》《求めた解を問題に即して解釈し、問題の答えを求める学習活動》での教師と生徒の対話の具体を示します。

《立式した二次方程式を解く学習活動》



生徒A

つくった方程式を  $ax^2 + bx + c = 0$  の形にしてみると、どちらの式も  $x^2 - 18x + 20 = 0$  になりました。



教師

第1時から第9時までに学習した内容を基に、解き方を選択してこの方程式を解いてみましょう。そして、その解き方をほかの人に説明してみましょう。

・個人で解き方を選択して解く。

私は、第4時で学習した平方の形に変形して解いてみます。



生徒B

私は、第6時で学習した解の公式を用いて解いてみます。



生徒C

私は、第7時で学習した因数分解で解いてみます。



生徒D

・自分の考えを他者と比較し、違う解き方で解いた他者に自分の解き方を説明する。

まず、左辺を平方の形に変形するために、両辺に  $x$  の係数の半分の2乗である81を加えます。

$$x^2 - 18x + 81 = -20 + 81$$

次に、左辺を平方の形に変形します。

$$(x - 9)^2 = 61$$

$$x - 9 = \pm\sqrt{61}$$

したがって、解は

$$x = 9 \pm \sqrt{61}$$

となりました。



生徒B

まず、 $a = 1$ ,  $b = -18$ ,  $c = 20$  を解の公式に代入します。

$$x = \frac{-(-18) \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \times 1 \times 20}}{2 \times 1}$$

これを計算すると、解は

$$x = 9 \pm \sqrt{61}$$

となりました。



生徒C

私は、左辺を因数分解してみようと思ったけど、因数分解できませんでした。BさんやCさんのように、平方の形に変形したり、解の公式を用いたりして、解いた方がよさそうです。



生徒D

今回は因数分解による方法では簡単に解を求めることができないようですね。それでは、平方の形に変形して解くことと、解の公式を用いて解くことでは、どの方法が適しているか理由を説明してみましょう。



教師



生徒 B

私は、平方の形に変形して解くことがお勧めです。理由は、計算が簡単だからです。



生徒 C

私は、解の公式を用いて解くことがお勧めです。理由は、どんな二次方程式でも解くことができるからです。



生徒 D

私は、因数分解で解くことが常に適していると思っていました。理由は、もっとも時間を掛けずに解を導くことができるからです。しかし、因数分解による方法では簡単に解を求めることができないことがあることが分かりました。そのときは、平方の形に変形したり、解の公式を用いたりして、解こうと思いました。

それぞれの解き方によさがありそうですね。それぞれのよさを理解し、問題や式に応じて、解き方を選択して解くことができるようになったら、数学のよさを実感したり、再認識したりすることができるでしょう。第11時と第12時の学習を通して、理解を更に深めましょう。



《求めた解を問題に即して解釈し、問題の答えを求める学習活動》

方程式の解は、 $x = 9 \pm \sqrt{61}$ となりました。  
[方程式を活用して問題を解く手順]に沿って、求めた解の意味を問題に戻って考えてみましょう。



- [方程式を活用して問題を解く手順]
- ① 求めたい数量を  $x$  で表す。
  - ② 問題の中の数量や数量の関係を捉えて方程式をつくる。
  - ③ 方程式を解く。
  - ④ 求めた解の意味を問題に戻って考える。



生徒 A

解が、 $x = 9 \pm \sqrt{61}$ ということは、  
 $x = 9 + \sqrt{61}$ のときと、 $x = 9 - \sqrt{61}$ のときに分けて確かめるといいですね。



生徒 B

$x$ は通路の幅だから、今回の畑の大きさからすると変域は $0 < x < 8$ になります。  
 $9 + \sqrt{61}$ と $9 - \sqrt{61}$ は、どれくらいの長さになるのだろう。



生徒 C

$x$ の変域は $0 < x < 8$ であり、 $\sqrt{61}$ の大きさは7.81...だから、  
 $9 + \sqrt{61} = 16.81...$ となるので、これは問題に適していません。  
 $9 - \sqrt{61} = 1.18...$ となるので、これは問題に適しています。  
したがって、通路の幅は $(9 - \sqrt{61})\text{m}$ となります。



生徒 D

ということは、実際には約1.18mで通路をつくれれば、 $60\text{m}^2$ のチューリップ畑をつくることができそうです。  
通路の幅が1.18mあれば、人が通るには十分な通路になりそうですね。

二次方程式を利用する具体的な問題解決の場面では、二つの解のうち一方が問題に適していないこともありますね。そのため、得られた解が問題の答えとして適切であるかどうか、問題に戻って調べることが大切です。



続いて、第11時《立式した二次方程式を解く学習活動》《求めた解を問題に即して解釈し、問題の答えを求める学習活動》での教師と生徒の対話の具体を示します。

第11時【問題】

連続する二つの自然数があります。それぞれを2乗した数の和が85になるとき、これらの二つの自然数を求めなさい。

《立式した二次方程式を解く学習活動》



生徒A

[方程式を活用して問題を解く手順]に沿って、連続する二つの自然数のうち、小さい数を $x$ として、問題の中の数量や数量の関係を捉えて方程式をつくります。  
 $x^2 + (x + 1)^2 = 85$ という方程式をつくることができました。  
 つくった方程式を $ax^2 + bx + c = 0$ の形にしてみると、 $x^2 + x - 42 = 0$ になります。

[方程式を活用して問題を解く手順]

- ① 求めたい数量を $x$ で表す。
- ② 問題の中の数量や数量の関係を捉えて方程式をつくる。
- ③ 方程式を解く。
- ④ 求めた解の意味を問題に戻って考える。

第11時でも、第1時から第10時まで学習した内容を基に、解き方を選択してこの方程式を解いてみましょう。  
 そして、その解き方をほかの人に説明してみましょう。



生徒D

私は、もう一度、因数分解で解いてみます。  
 $x^2 + x - 42 = 0$ の左辺を因数分解すると、  
 $(x + 7)(x - 6) = 0$ となりました。  
 したがって、解は、 $x = -7, 6$ となります。  
 やはり、因数分解することができれば簡単に解を導くことができます。



生徒B

私は、解の公式を用いると、どんな二次方程式でも解くことができるので、解の公式を用いて解くことがいいと思っていました。でも、Dさんの解き方を知って、因数分解して解くと簡単に解を求めることができました。

《求めた解を問題に即して解釈し、問題の答えを求める学習活動》

方程式の解は、 $x = -7, 6$ となりました。  
 [方程式を活用して問題を解く手順]に沿って、求めた解の意味を問題に戻って考えてみましょう。



生徒C

$x$ は自然数だから、  
 $x = -7$ は問題に適していません。  
 $x = 6$ は問題に適しています。  
 したがって、求める二つの自然数は6, 7となります。

やはり、二次方程式を利用する具体的な問題解決の場面では、二つの解のうち一方が問題に適していないことがあるので、問題に戻って考えることが大切です。  
 [方程式を活用して問題を解く手順]に沿って、問題を解決することができるようになりましょう。



知識を相互に関連付けてより深く理解するために、問題を解決していく過程において、学習した内容を基に、試行錯誤しながら、問題を解決し、解決過程で得られた結果を振り返り、ほかに分かることがないかを考えることができる活動を取り入れることが大切です。

