問題を解いて学習した内容がどれくらい分かったか確認しよう

中学校数学第２学年
領域Ｂ「図形」
単元(2)　図形の合同

本単元のプリント集の問題は、以下の３つに分類されています。

☐平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること
☐証明の必要性と意味及びその方法について理解すること
☐三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること

【全国/出題年度】…「全国学力・学習状況調査の調査問題（中学校数学）」
【県/出題年度.月】…「佐賀県小・中学校学習状況調査の調査問題（中学校数学）」

年　　組　　号

氏名

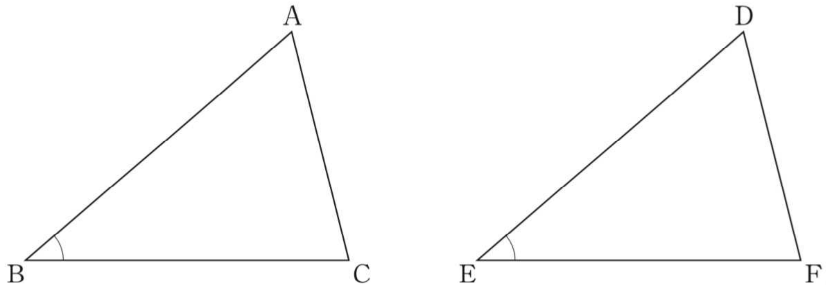
［平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること］
に関する問題

年　組　号
氏名

次の各問いに答えなさい。

【全国/H30】

⑴　次の図の△ABCと△DEFにおいて，∠B＝∠Eであることはわかっています。

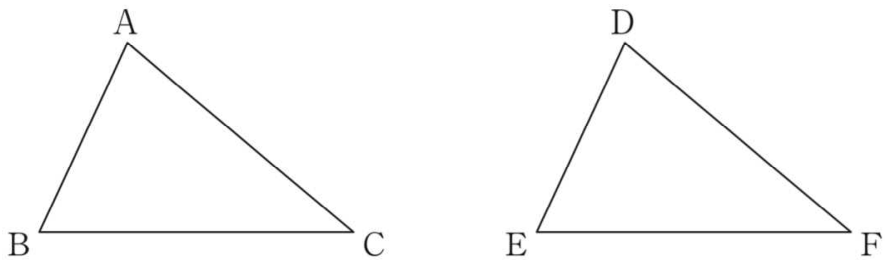


このとき，辺や角について，∠B＝∠Eのほかにどのようなことがわかれば，△ABCと△DEFが合同であるといえますか。下の**ア**から**エ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　AB＝DE，AC＝DF
イ　BC＝EF，AC＝DF
ウ　AB＝DE，∠A＝∠D
エ　∠A＝∠D，∠C＝∠F

【全国/H28】

⑵　次の図の△ABCと△DEFが合同であるかどうかを調べます。このとき，対応する辺や角について，どのようなことがわかれば合同であるといえますか。正しいものを下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

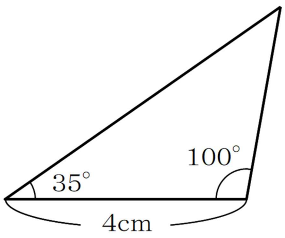


ア　∠B＝∠E, BC＝EF
イ　∠A＝∠D, ∠B＝∠E, ∠C＝∠F
ウ　AC＝DF, BC＝EF
エ　∠B＝∠E, ∠C＝∠F, BC＝EF

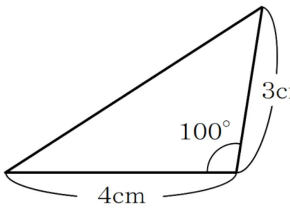
【県/H30.12月】

⑶　**図**の三角形と合同な三角形を，あとの**ア**から**エ**の中から１つ選んで，その記号を書きなさい。

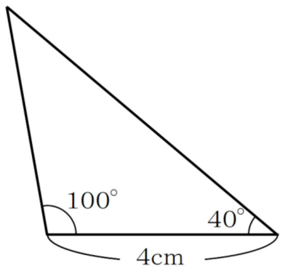
図



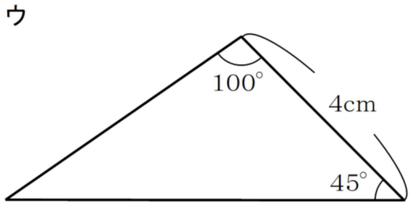
ア



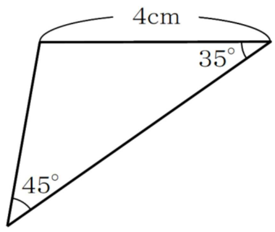
イ



ウ



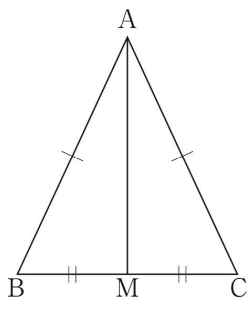
エ



【全国/H29】

⑷　AB＝ACである二等辺三角形ABCがあります。辺BCの中点をMとして，直線AMをひきます。

　このとき，∠BAM＝∠CAMであることを下のように証明しました。



証明

△ABMと△ACMにおいて，

仮定から，　AB = AC　…①

BM = CM　…②

共通な辺だから，　AM = AM　…③

①，②，③より，$\boxed{}$ がそれぞれ等しいから，

△ABM ≡ △ACM

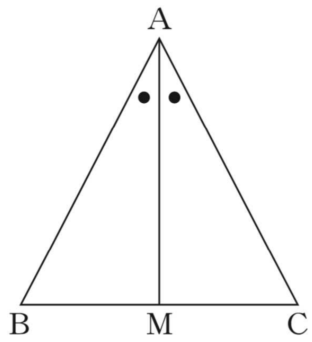
合同な図形の対応する角は等しいから，

∠BAM = ∠CAM

上の**証明**の $\boxed{}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

【全国/H27】

⑸　ＡＢ＝ＡＣである二等辺三角形ＡＢＣがあります。
∠Ａの二等分線をひき，底辺ＢＣとの交点をＭとします。このとき，ＢＭ＝ＣＭであることを次のように証明しました。



証明

△ABMと△ACMにおいて，

仮定から，　AB = AC　…①

∠BAM = ∠CAM　…②

共通な辺だから，　AM = AM　…③

①，②，③より，$\boxed{\qquad\qquad}$ がそれぞれ等しいから，

△ABM ≡ △ACM

合同な図形の対応する辺は等しいから，

BM = CM

上の証明の $\boxed{\qquad\qquad}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

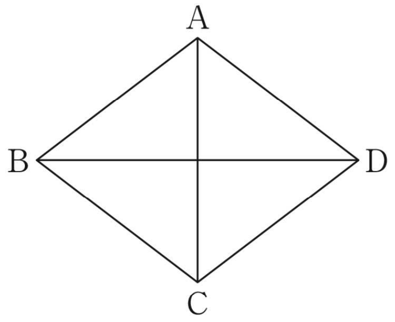
［証明の必要性と意味及びその方法について理解すること］
に関する問題

年　　組　　号
氏名

次の各問いに答えなさい。
【全国/H28】

※⑴の問題は，「三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること」に関する学習内容も含まれています。

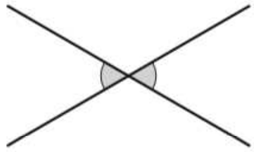
⑴　下の図で，四角形ＡＢＣＤはひし形です。



ひし形の対角線は垂直に交わるといえます。下線部を，上の図の頂点を表す記号と，記号⊥を使って表しなさい。

【全国/H30】

⑵　ある学級で，「対頂角は等しい」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。



①

下の図のように，対頂角$\angle a$と$\angle b$について，

$\angle a + \angle c = 180°$ から，$\angle a = 180° - \angle c$

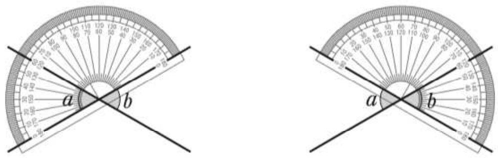
$\angle b + \angle c = 180°$ から，$\angle b = 180° - \angle c$

よって，$\angle a = \angle b$

したがって，対頂角は等しい。

②

下の図のように，対頂角$\angle a$と$\angle b$について，
$\angle a$と$\angle b$の大きさをそれぞれ測ると，



$\angle a = 60°$　　　$\angle b = 60°$

また，２つの直線の交わる角度を変えて，同じように測ると，

$\angle a = 40°$ のとき　$\angle b = 40°$

$\angle a = 90°$ のとき　$\angle b = 90°$

$\angle a = 110°$ のとき　$\angle b = 110°$

よって，$\angle a = \angle b$

したがって，対頂角は等しい。

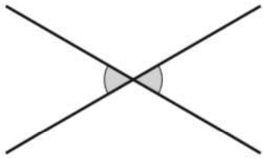
①，②がそれぞれ「対頂角は等しい」ことを証明できているかどうかについて，正しく述べたものを，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。
イ　①は証明できているが，②は証明できていない。
ウ　①は証明できていないが，②は証明できている。
エ　①も②も証明できていない。

【全国/H27】

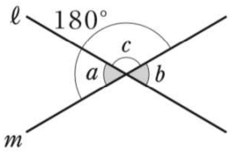
※⑶は，領域Ｂ「図形」単元⑴の「平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確かめ説明すること」に関する学習内容が含まれています。

⑶　ある学級で，「対頂角は等しい」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。

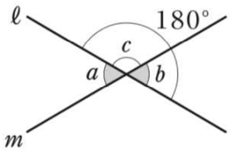


①

下の図のように直線 ℓ と直線 m が交わっているとき，



$\angle a = 180° - \angle c$

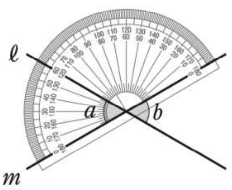


$\angle b = 180° - \angle c$

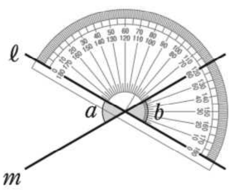
よって，$\angle a = \angle b$
したがって，対頂角は等しい。

②

下の図のように直線 ℓ と直線 m が交わっているとき，
２つの角の大きさをそれぞれ測ると，



$\angle a = 60°$



$\angle b = 60°$

よって，$\angle a = \angle b$
したがって，対頂角は等しい。

２つの直線がどのように交わっても「対頂角は等しい」ことの証明について，正しく述べたものが下の**ア**から**オ**までの中にあります。それを１つ選びなさい。

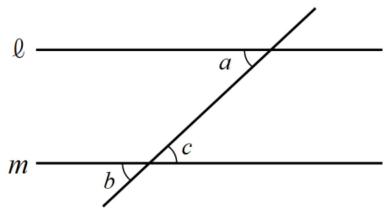
ア　①も②も証明できている。
イ　①は証明できており，②は２つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになる。
ウ　①は証明できているが，②は２つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめても証明したことにはならない。
エ　①も②も２つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになる。
オ　①は２つの直線の交わる角度をいろいろに変えて同じように確かめれば証明したことになるが，②はそれでも証明したことにはならない。

【県/H29.12月】

⑷　よしこさんは，「２つの直線に１つの直線が交わるとき，２つの直線が平行ならば，錯角は等しい」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。

①

右の図で，$\ell \parallel m$，$\angle a$ の錯角は $\angle c$ です。
角の大きさをそれぞれ測ると，

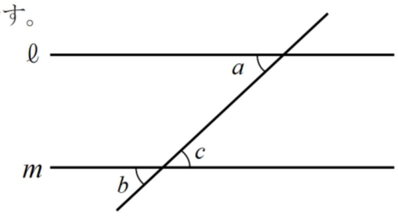


$\angle a$ の大きさは43°，
$\angle c$ の大きさも43°である。
$\angle a = \angle c = 43°$

したがって，$\ell \parallel m$ ならば $\angle a = \angle c$
よって，２つの直線が平行ならば，錯角は等しい。

②

右の図で，$\ell \parallel m$，$\angle a$ の錯角は $\angle c$ です。
$\ell \parallel m$ より，同位角は等しいので，
$\angle a = \angle b$
対頂角は等しいから，
$\angle b = \angle c$
したがって，$\ell \parallel m$ ならば $\angle a = \angle c$
よって，２つの直線が平行ならば，錯角は等しい。



「２つの直線に１つの直線が交わるとき，２つの直線が平行ならば，錯角は等しい」ことの証明について，正しく述べたものを，次の**ア**から**エ**の中から１つ選んで，その記号を書きなさい。

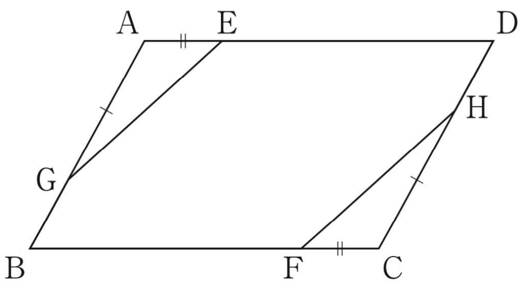
ア　①も②も証明できている。
イ　①は他の平行な２つの直線について同じように確かめれば証明したことになり，②は証明できている。
ウ　①は他の平行な２つの直線について同じように確かめても証明したことにならないが，②は証明できている。
エ　①は証明できており，②は他の平行な２つの直線について同じように確かめれば証明したことになる。

【全国/H28】

※⑸の問題は，「三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること」に関する学習内容も含まれています。

⑸　平行四辺形ＡＢＣＤで，辺ＡＤ，ＢＣ上に，ＡＥ＝ＣＦとなるように点Ｅ，Ｆをそれぞれとります。また，辺ＡＢ，ＣＤ上に，ＡＧ＝ＣＨとなるように点Ｇ，Ｈをそれぞれとります。このとき，ＥＧ＝ＦＨとなることを，ある学級では，次の**図１**をかいて証明しました。

図１

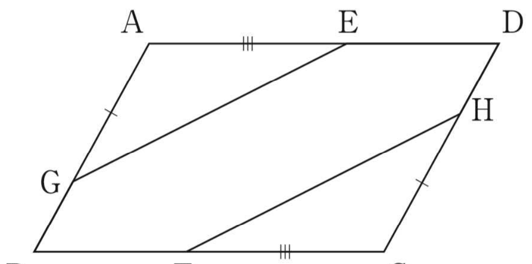


証明

△ＡＥＧ と△ＣＦＨ において，
仮定より，　　ＡＥ ＝ ＣＦ　　……①
　　　　　　　ＡＧ ＝ ＣＨ　　……②
平行四辺形の向かい合う角は等しいから，
　　　　　　∠ＥＡＧ ＝ ∠ＦＣＨ　　……③
①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，
　　　　　　△ＡＥＧ ≡ △ＣＦＨ
合同な図形の対応する辺は等しいので，
　　　　　　　ＥＧ ＝ ＦＨ

この証明をしたあと，点Ｅ，Ｆの位置を**図２**のように変えました。このときも**図１**と同じようにＥＧ＝ＦＨとなるかどうかを考えてみたところ，下の**ア**から**エ**までのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

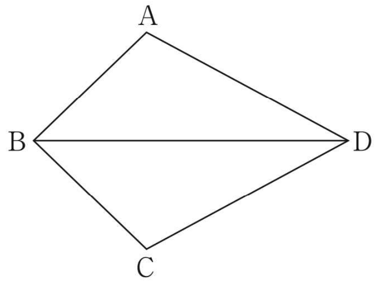
図２



ア　**図２**の場合も，ＥＧ＝ＦＨであることは，すでに前ページの証明で示されている。
イ　**図２**の場合は，ＥＧ＝ＦＨであることを，改めて証明する必要がある。
ウ　**図２**の場合は，ＥＧ＝ＦＨであることを，それぞれの辺の長さを測って確認しなければならない。
エ　**図２**の場合は，ＥＧ＝ＦＨではない。

【全国/H29】

⑹　次の四角形ABCDについて，下のことがらが成り立ちます。



∠ABD＝∠CBD，∠ADB＝∠CDBならば，AB＝CBである。

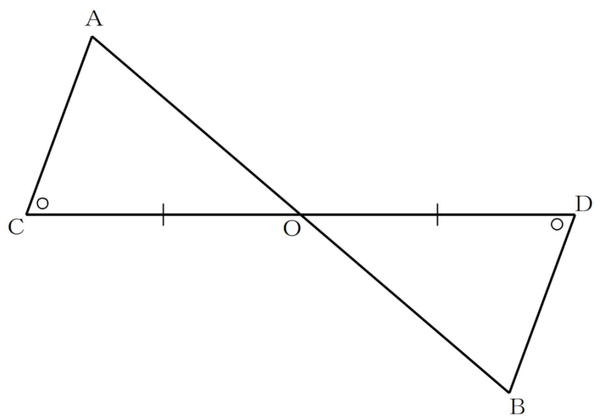
上のことがら「∠ABD＝∠CBD，∠ADB＝∠CDBならば，AB＝CBである。」の中で，仮定にあたる部分をすべて書きなさい。

【県/H28.12月】

⑺　**図**について，次のことが成り立ちます。

OC＝OD，∠ACO＝∠BDO ならば AC＝BDである。

図



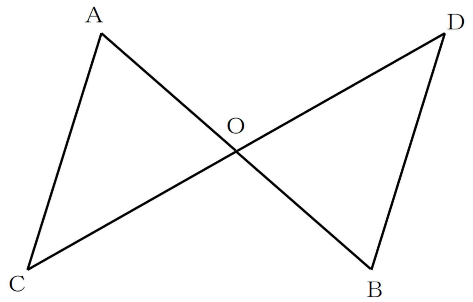
上のことがらの「OC＝OD，∠ACO＝∠BDO ならば AC＝BDである。」の中で仮定に当たる部分を書きなさい

【県/H30.12月】

⑻　**図**のように，線分ABと線分CDがそれぞれの中点Oで交わっているとき，次のことがらが成り立ちます。

AO＝BO，CO＝DO　ならば　AC//DB　である。

図

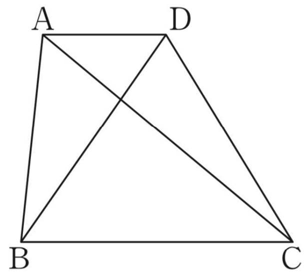


上のことがらの「AO＝BO，CO＝DO　ならば　AC//DB　である。」の中で，仮定と結論に当たる部分をそれぞれ書きなさい。

【全国/H28】

⑼　右の図では，△ＡＢＣと△ＤＢＣの面積について，次のことがらが成り立ちます。

四角形ABCDで， AD//BCならば△ABC＝△DBCである。



このことがらの逆を考えます。

下の ① ， ② に当てはまるものを記号で表し，上のことがらの逆を完成しなさい。

四角形ABCDで， ① ならば ② である。

［三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること］　に関する問題

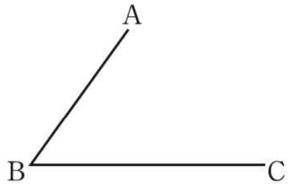
年　　組　　号

氏名

1　次の各問いに答えなさい。

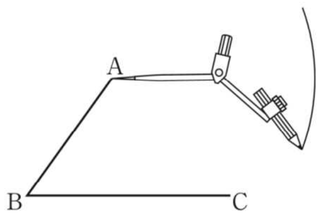
【全国/H29】

⑴　右の図のように，点Ａ，Ｂ，Ｃがあり，点Ａと点Ｂ，点Ｂと点Ｃを結びます。

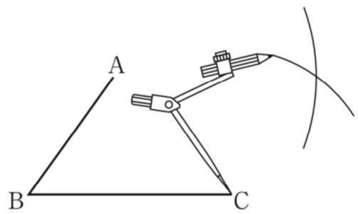


下の①，②，③の手順で点Ｄをとり，平行四辺形ＡＢＣＤをかきます。

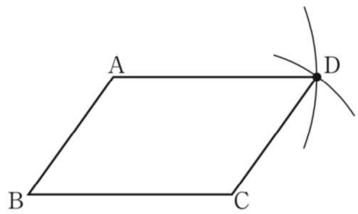
①　点Ａを中心として，ＢＣを半径とする円をかく。



②　点Ｃを中心として，ＡＢを半径とする円をかく。



③　交点をＤとし，点Ａと点Ｄ，点Ｃと点Ｄを結ぶ。

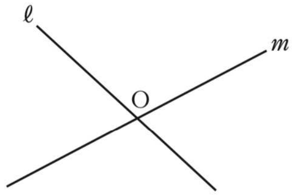


①，②，③の手順では，どのようなことがらを根拠にして平行四辺形ＡＢＣＤをかいていますか。下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は，平行四辺形である。
イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。
ウ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。
エ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は，平行四辺形である。
オ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

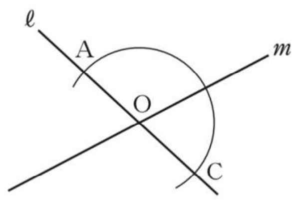
【全国/H27】

⑵　右の図のように，点Oで交わる２つの直線ℓ，m があります。

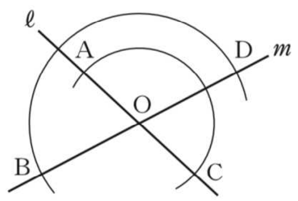


下の①，②，③の手順で点A，点B，点C，点Dをとり，平行四辺形ABCDをかきます。

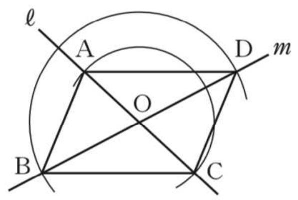
① 点Oを中心として円をかき，直線ℓとの交点を点A，点Cとする。



② 点Oを中心として別の円をかき，直線mとの交点を，点B，点Dとする。



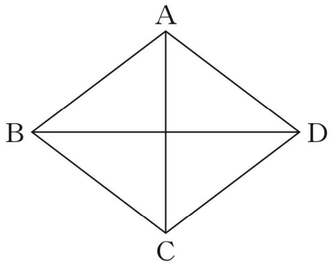
③ 点A，点B，点C，点Dを順に結ぶ。



①，②，③の手順では，どのようなことがらを根拠にして平行四辺形ABCDをかいていますか。下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は，平行四辺形である。
イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。
ウ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。
エ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。
オ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

【全国/H27】
(3)　ひし形ABCDにおいて，AC⊥BDが成り立ちます。



上の下線部が表しているものを，下の**ア**から**オ**までの中から１つ選びなさい。

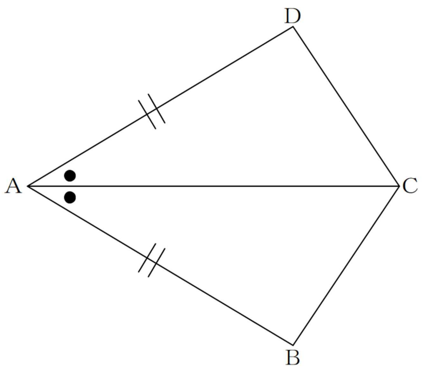
ア　４つの辺はすべて等しい。
イ　向かい合う辺は平行である。
ウ　向かい合う角は等しい。
エ　対角線は垂直に交わる。
オ　対角線はそれぞれの中点で交わる。

【全国/H30】
(4)　長方形で成り立ち，ひし形でも成り立つことを，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺はそれぞれ平行である。
イ　４つの辺はすべて等しい。
ウ　４つの角はすべて等しい。
エ　４つの辺はすべて等しく，４つの角はすべて等しい。

2　【県/R1.12月】
図のように，対角線ACが∠Aを２等分し，AB＝ADとなる四角形ABCDがあります。

図



このとき，BC＝DCとなることを次のように証明しましたが，この**証明１**の［　　　］の部分はまちがっています。

証明１

△ABC と △ADCにおいて，
ACは∠Aの二等分線だから，
∠BAC ＝ ∠DAC ・・・・・・①
仮定より，
AB ＝ AD ・・・・・・②
対頂角は等しいから，
∠ABC ＝ ∠ADC ・・・・・・③
①，②，③より
１組の辺とその両端（りょうたん）の角がそれぞれ等しいので，
△ABC ≡ △ADC
合同な図形では，対応する辺は等しいので，
BC ＝ DC

上の**証明１**の［　　　］の中を正しく書き直し，**証明２**を完成しなさい。

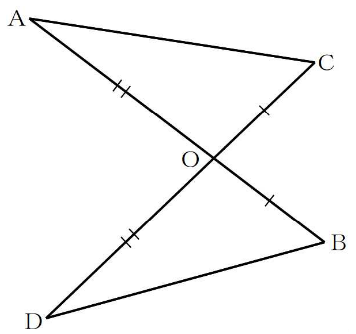
証明２

△ABC と △ADCにおいて，
ACは∠Aの二等分線だから，
∠BAC ＝ ∠DAC ・・・・・・①
仮定より，
AB ＝ AD ・・・・・・②
［　　　　　　　　　　　　］
△ABC ≡ △ADC
合同な図形では，対応する辺は等しいので，
BC ＝ DC

3　【県/H30.12月】

下の**図**で，線分ＡＢと線分ＣＤが，ＡＯ＝ＤＯ，ＣＯ＝ＢＯとなるように，点Ｏで交わっています。

図



このとき，ＡＣ＝ＤＢになることを，次のように証明しましたが，この**証明１**の［　　　］の部分はまちがっています。

証明１

△AOC と △DOBにおいて，
仮定より，
　AO ＝ DO　　……①
　CO ＝ BO　　……②

［共通な辺より，
　AC ＝ DB　　……③
①，②，③より
　３組の辺がそれぞれ等しいので，］

　△AOC ≡ △DOB
合同な図形では，対応する辺は等しいので，
　AC ＝ DB

上の**証明１**の［　　　］の中を正しく書き直し，**証明２**を完成しなさい

証明２

△AOC と △DOBにおいて，
仮定より，
　AO ＝ DO　　……①
　CO ＝ BO　　……②

［　　　　　　　　　　　　　　］

　△AOC ≡ △DOB
合同な図形では，対応する辺は等しいので，
　AC ＝ DB

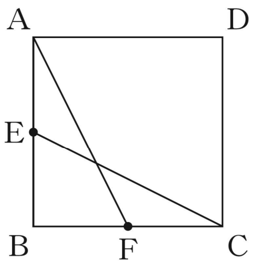
4

【全国/R1】

※4⑴は，「平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること」に関する問題です。また，⑵は，「証明の必要性と意味及びその方法について理解すること」に関する問題です。

下の**図１**のように，正方形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をＦとします。真由さんは，線分AFと線分CEについて，次のことを予想しました。

図１



予想１

正方形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をＦとすると，　AF＝CEになる。

次の⑴から⑶までの各問いに答えなさい。

⑴　**予想１**が成り立つことは，次のように証明することができます。

証明

△ABFと△CBEにおいて，
正方形の４つの辺はすべて等しいから，
AB＝CB　……①
点E，Ｆはそれぞれ辺AB，BCの中点だから，①より，
BF＝BE　……②
共通な角だから，
∠ABF＝∠CBE　……③
①，②，③より，$\boxed{}$ がそれぞれ等しいから，
△ABF≡△CBE
合同な図形の対応する辺は等しいから，
AF＝CE

上の**証明**の $\boxed{}$ に当てはまる言葉を書きなさい。

⑵　真由さんは，前ページの**予想１**の正方形ABCDを平行四辺形ABCDに変えることを考え，次のことを予想しました。

予想２

平行四辺形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をFとすると，AF＝CEになる。

しかし，下の**図２**のような場合があることから，上の**予想２**が成り立たないことに気づきました。

図２

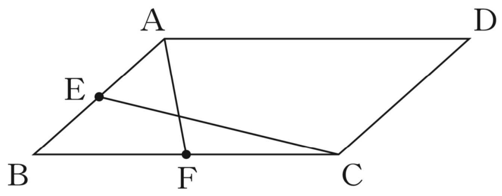


図２には下の特徴があることから，**図２**を用いて**予想２**が成り立たないことを示すことができます。

図２は，**予想２**の「平行四辺形ABCDの辺ABの中点をE，辺BCの中点をFとする」ということを $\boxed{\quad ① \quad}$ 。
また，**図２**は，**予想２**の「AF＝CEになる」ということを $\boxed{\quad ② \quad}$ 。

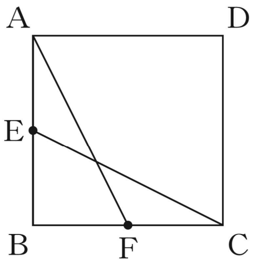
上の $\boxed{\quad ① \quad}$ と $\boxed{\quad ② \quad}$ に当てはまる言葉の組み合わせとして正しいものを，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　①：みたしている　　②：みたしている
イ　①：みたしている　　②：みたしていない
ウ　①：みたしていない　②：みたしている
エ　①：みたしていない　②：みたしていない

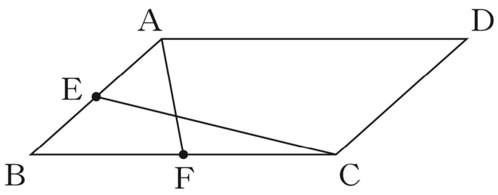
⑶　真由さんは，これまでに調べたことを，次のようにまとめました。

まとめ

◎「正方形ABCDの辺ABの中点をＥ，辺BCの中点をＦとすると，AF＝CEになる。」ということが成り立つ。



◎「平行四辺形ABCDの辺ABの中点をＥ，辺BCの中点をＦとすると，AF＝CEになる。」ということが成り立たない。



上の**まとめ**から，「四角形ABCDが正方形ならば，AF＝CEになる。」ということが成り立つことと，「四角形ABCDが平行四辺形ならば，AF＝CEになる。」ということが成り立たないことがわかります。

正方形でない四角形で，AF＝CEになる四角形ABCDを考えます。四角形ABCDがどんな四角形ならば，AF＝CEになりますか。「　～　ならば，……になる。」という形で書きなさい。

5 【全国/H30】

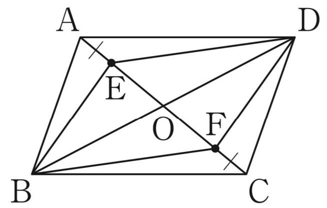
※5(2)の問題は，「証明の必要性と意味及びその方法について理解すること」に関する学習内容も含まれています。

優花さんは，次の**問題**を解きました。

問題

右の図のように，平行四辺形ＡＢＣＤの対角線の交点をＯとし，線分ＯＡ，ＯＣ上に，ＡＥ＝ＣＦとなる点Ｅ，Ｆをそれぞれとります。

このとき，四角形ＥＢＦＤは平行四辺形になることを証明しなさい。



優花さんの証明

平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，

ＯＢ＝ＯＤ　……①

ＯＡ＝ＯＣ　……②

仮定より，

ＡＥ＝ＣＦ　……③

②，③より，

ＯＡ－ＡＥ＝ＯＣ－ＣＦ　……④

④より，

ＯＥ＝ＯＦ　……⑤

①，⑤より，

対角線がそれぞれの中点で交わるから，

四角形ＥＢＦＤは平行四辺形である。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 優花さんの証明では，四角形ＥＢＦＤの対角線がそれぞれの中点で交わることから，四角形ＥＢＦＤは平行四辺形であることを証明しました。四角形ＥＢＦＤが平行四辺形であることから新たにわかることを，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　ＥＢ＝ＦＤ

イ　ＥＤ＝ＥＦ

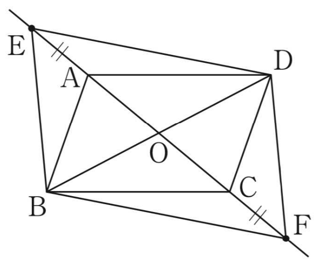
ウ　ＯＥ＝ＯＦ

エ　ＡＥ＝ＣＦ

⑵　右の**図**のように，平行四辺形ABCDの対角線の交点をOとし，線分OA，OCを延長した直線上にAE＝CFとなる点E，Fをそれぞれとります。優花さんは，このときも四角形EBFDは平行四辺形になると予想しました。

図において四角形EBFDが平行四辺形になることは，前ページの**優花さんの証明**の一部を書き直すことで証明できます。書き直すことが必要な部分を，下の**ア**から**オ**までの中から１つ選び，正しく書き直しなさい。

図



ア　平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わるから，
$$OB = OD \quad \cdots\cdots ①$$
$$OA = OC \quad \cdots\cdots ②$$

イ　仮定より，
$$AE = CF \quad \cdots\cdots ③$$

ウ　②，③より，
$$OA - AE = OC - CF \quad \cdots\cdots ④$$

エ　④より，
$$OE = OF \quad \cdots\cdots ⑤$$

オ　①，⑤より，
対角線がそれぞれの中点で交わるから，

四角形EBFDは平行四辺形である。

⑶　前ページの**問題**では，**優花さんの証明**から「四角形ABCDが平行四辺形ならば，四角形EBFDは平行四辺形である。」ことがわかりました。

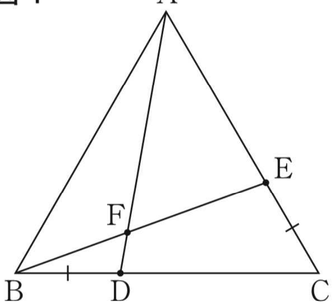
問題の平行四辺形ABCDを正方形に変えると，四角形EBFDは平行四辺形の特別な形になります。四角形ABCDが正方形ならば，四角形EBFDはどんな四角形になりますか。「～　ならば，……になる。」という形で書きなさい。

6 【全国/H29】

※6⑴は，「証明の必要性と意味及びその方法について理解すること」に関する学習内容が含まれています。⑵は，領域Ｂ「図形」単元⑴の「平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確かめ説明すること」に関する問題です。また，⑶は，⑵と同様の学習内容が含まれています。

下の**図１**のように，正三角形ABCの辺BC，CA上にBD＝CEとなる点D，Eをそれぞれとります。また，線分ADと線分BEの交点をＦとします。ただし，点Dは点B，Cと点Eは点C，Aと重ならないものとします。

図１



次の⑴から⑶までの各問いに答えなさい。

⑴　**図１**において△ABD≡△BCEを示し、それをもとにして，∠BAD＝∠CBEであることが証明できます。∠BAD＝∠CBEとなることの証明を完成しなさい。

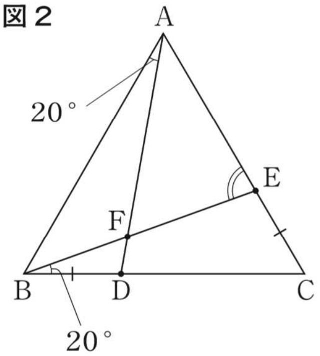
証明

△ABDと△BCEにおいて，

合同な図形の対応する角は等しいから，
∠BAD＝∠CBE

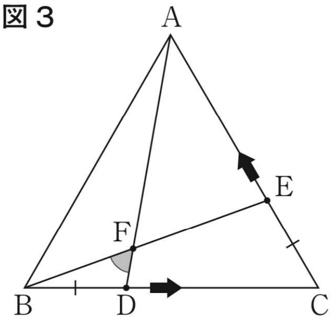
⑵　次の**図２**のように，**図１**の∠ＢＡＤと∠ＣＢＥを２０°とします。このとき，∠ＢＥＡの大きさを求めなさい。

図２



⑶　前ページの**図１**において，∠ＢＡＤ＝∠ＣＢＥが成り立ちます。次の**図３**のように，**図１**の点Ｄは辺ＢＣ上を点Ｃの方向に，点Ｅは辺ＣＡ上を点Ａの方向に，ＢＤ＝ＣＥの関係を保ったまま動きます。このとき，∠ＢＦＤの大きさについて正しく述べているものを，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

図３



ア　∠ＢＦＤの大きさは，小さくなっていく。
イ　∠ＢＦＤの大きさは，大きくなっていく。
ウ　∠ＢＦＤの大きさは，変わらない。
エ　∠ＢＦＤの大きさは，問題の条件だけでは決まらない。。

7

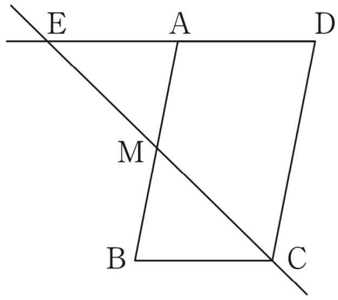
【全国/H28】

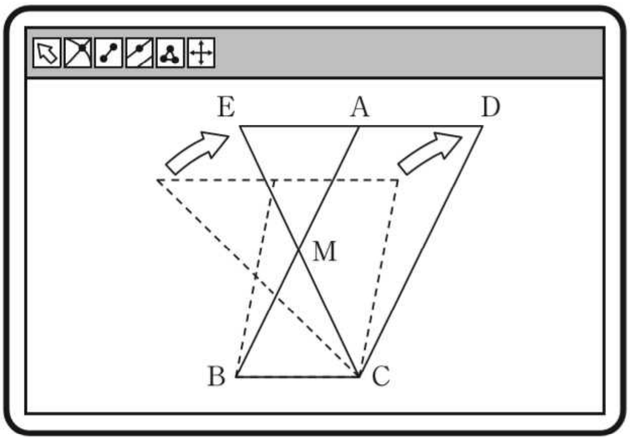
※7(1)の問題は，「証明の必要性と意味及びその方法について理解すること」に関する学習内容も含まれています。

右の**図**のように，平行四辺形ＡＢＣＤの辺ＡＢの中点をＭとし，辺ＤＡを延長した直線と直線ＣＭとの交点をＥとします。

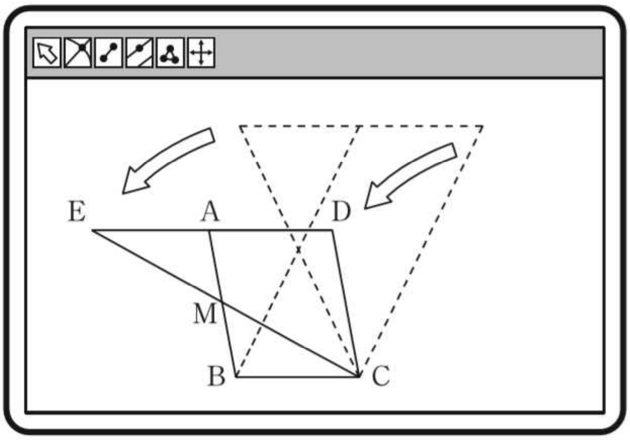
ここで，健一さんと琴音さんは，コンピュータを使って平行四辺形ＡＢＣＤをいろいろな形の平行四辺形に変え，いつでも成り立ちそうなことがらについて調べました。

図





平行四辺形ＡＢＣＤを，縦にのばしながら，右に傾ける。



平行四辺形ＡＢＣＤを，縦に縮めながら，左に傾ける。

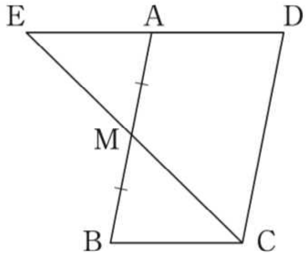
二人は，コンピュータの画面上で図形を観察し，平行四辺形ＡＢＣＤがどのような平行四辺形でも，ＡＥ＝ＢＣになると予想しました。

次の⑴，⑵の各問いに答えなさい。

⑴　二人の予想したＡＥ＝ＢＣがいつでも成り立つことは，前ページの**図**において△ＡＭＥ≡△ＢＭＣを示すことから証明できます。ＡＥ＝ＢＣとなることの証明を完成しなさい。

証明

△AMEと△BMCにおいて，



合同な図形の対応する辺は等しいから，

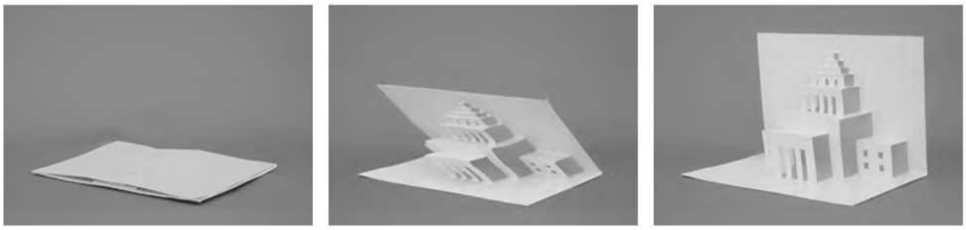
AE = BC

⑵　前ページの**図**について，ＤＡ：ＤＣ＝１：２ならば，△ＤＥＣはどんな三角形になりますか。「　～　ならば，……になる。」という形で書きなさい。

8 【全国/H27】

※8は，第１学年・領域Ｂ「図形」・単元(1)の「**空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものととらえたり、空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を読み取ったりすること**」に関する学習内容が含まれています。

若菜さんと春香さんは，下のようなポップアップカードを見て，その作り方に興味をもちました。ポップアップカードとは，閉じた状態から開くと立体が浮かび上がってくるカードです。



二人はポップアップカードについて調べました。そして，**図１**のような正面に絵がかける簡単なポップアップカードについて，**図２**のような設計図を見つけました。

図１

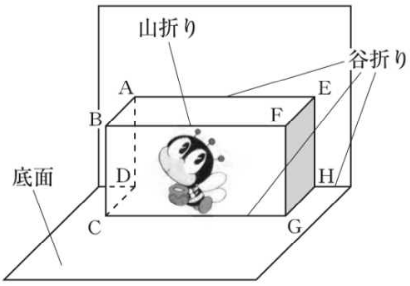
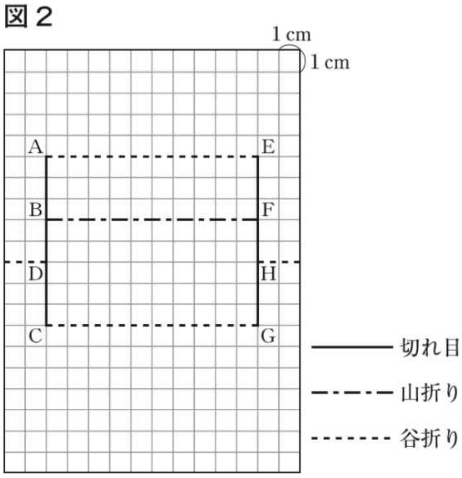
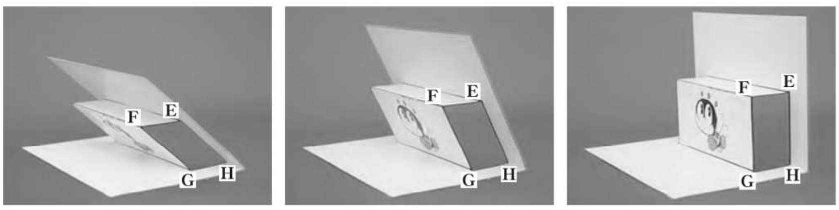


図２



二人は，**図２**の設計図をもとに作ったカードを**図３**のように開いていくと，四角形ＥＦＧＨはいつでも平行四辺形になることに気づきました。また，それによって，カードを90°に開いたとき，絵をかく面が底面に対して垂直に立つこともわかりました。

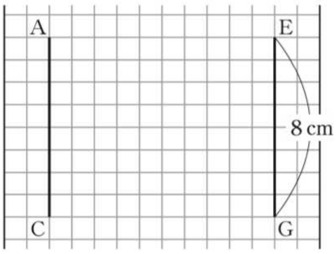
図３



次の⑴，⑵の各問いに答えなさい。

⑴　若菜さんは，カードを９０°に開いたとき，四角形ＥＦＧＨが正方形になる設計図をかきたいと考えました。**図４**のように，切れ目となるＡＣ，ＥＧの長さを**図２**と変えないとき，ＥＦの長さを何ｃｍにすればよいですか。その長さを求めなさい。

図４



⑵　春香さんは，**図５**のように，絵をかく面ＢＣＧＦを大きくしたいと考え，**図６**のように，切れ目となるＡＣ，ＥＧをそれぞれ同じ長さだけ上に伸ばしました。カードを９０°に開いたとき，面ＢＣＧＦが底面に対して垂直に立つようにするには，カードを開いていくときに四角形ＥＦＧＨがいつでも平行四辺形でなければなりません。このとき，点Ｆの位置が決まれば山折りにする線分BFをひくことができます。点Ｆを**図６**のどこにとればよいですか。点Ｆの位置を決める方法を，平行四辺形になるための条件を用いて説明しなさい。

図５

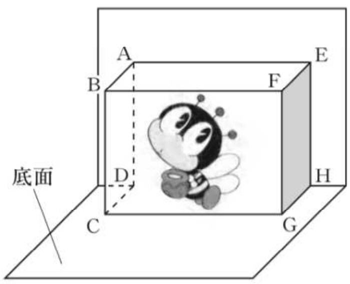
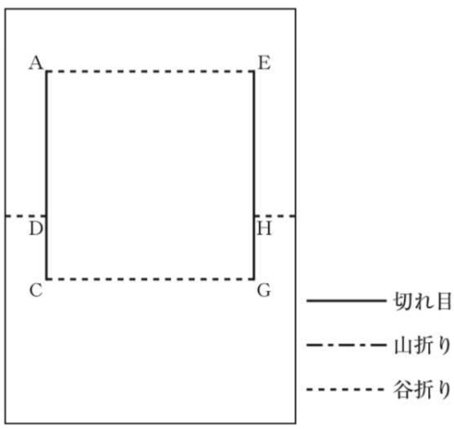


図６



9

【全国/H27】

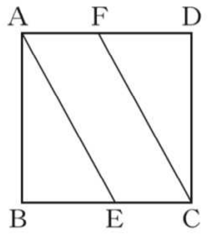
※9(1)の問題は，「平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること」に関する学習内容が含まれています。また，(2)の問題は，「証明の必要性と意味及びその方法について理解すること」に関する学習内容が含まれています

桃子さんは，次の**問題**を解きました。

問題

正方形ABCDの辺BC，DA上に，BE＝DFとなる点E，Fをそれぞれとります。

このとき，AE＝CFとなることを証明しなさい。



桃子さんの証明

△ABEと△CDFにおいて，
仮定より，

BE＝DF　……①

正方形の辺はすべて等しいから，

AB＝CD　……②

正方形の角はすべて直角で等しいから，

∠ABE＝∠CDF＝90°　……③

①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，

△ABE≡△CDF

合同な図形の対応する辺は等しいから，

AE＝CF

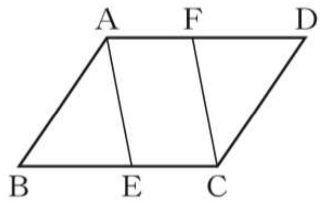
次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1)　**桃子さんの証明**では，△ABE≡△CDFを示し，それをもとにしてAE＝CFであることを証明しました。このとき，AE＝CF以外にも新たにわかることがあります。それを下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　∠AEB＝∠CFD
イ　AF＝BE
ウ　∠ABE＝∠CDF
エ　BE＝DF

⑵　桃子さんは，**問題**の正方形ＡＢＣＤを平行四辺形ＡＢＣＤに変えても，ＡＥ＝ＣＦとなることを証明できることに気づきました。

桃子さんの証明の $\boxed{}$ の中を書き直し，正方形を平行四辺形に変えたときの証明を完成しなさい。



証明

△ABEと△CDFにおいて，
仮定より，
BE＝DF　……①

①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABE≡△CDF
合同な図形の対応する辺は等しいから，
AE＝CF

解答

[平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること]に関する問題　(p.1～3)

(1)　ウ
(2)　エ
(3)　エ
(4)　３組の辺
(5)　２組の辺とその間の角

[証明の必要性と意味及びその方法について理解すること]に関する問題　(p.4～10)

(1)　AC⊥BD
(2)　イ
(3)　ウ
(4)　ウ
(5)　ア
(6)　∠ABD＝∠CBD，　∠ADB＝∠CDB
(7)　［仮定］OC＝OD，∠ACO＝∠BDO
(8)　［仮定］AO＝BO，CO＝DO［結論］AC//DB
(9)　①　△ABC＝△DBC　，②　AD//BC

[三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、図形の性質の証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること]に関する問題　(p.11～28)

1

(1)　イ
(2)　エ
(3)　エ
(4)　ア

2

証明

△ABC と △ADCにおいて，
ACは∠Aの二等分線だから，
∠BAC ＝ ∠DAC　　……①
仮定より，
AB ＝ AD　　……②

(例)
共通な辺だから，
ＡＣ＝ＡＣ　……③
①，②，③より，
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので，

△ABC ≡ △ADC
合同な図形では，対応する辺は等しいので，
BC ＝ DC

3

証明

△AOC と △DOBにおいて,
仮定より,

AO ＝ DO ・・・・・・①
CO ＝ BO ・・・・・・②

（例）
対頂角は等しいので,
∠AOC ＝ ∠DOB ・・・・・・③
①, ②, ③より,
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので,

△AOC ≡ △DOB
合同な図形では，対応する辺は等しいので,
AC ＝ DB

4

⑴　２組の辺とその間の角
⑵　**イ**
⑶　**説明**
（例）四角形ＡＢＣＤがひし形ならば，ＡＦ＝ＣＥになる。

（例）四角形ＡＢＣＤがＡＢ＝ＢＣの四角形ならば，ＡＦ＝ＣＥになる。

（例）四角形ＡＢＣＤが対角線ＡＣとＢＤが直交し，ＢＤがＡＣを二等分する四角形ならば，ＡＦ＝ＣＥになる。

5

⑴　**ア**
⑵　**ウ**（を選択して）
（例）②，③より，ＯＡ＋ＡＥ＝ＯＣ＋ＣＦ ……④

エ（を選択して）
（例）ＯＥ＝ＯＦが成り立つ根拠を記述し，ＯＥ＝ＯＦ ……⑤ と解答しているもの。

⑶　（例）四角形ＡＢＣＤが正方形ならば，四角形ＥＢＦＤはひし形になる。

（例）四角形ＡＢＣＤが正方形ならば，四角形ＥＢＦＤは対角線が垂直に交わる平行四辺形になる。

6

⑴ **証明**

△ABDと△BCEにおいて，

（例）仮定より，
BD＝CE　……①
正三角形の辺はすべて等しいから，
AB＝BC　……②
正三角形の角はすべて等しいから，
∠ABD＝∠BCE　……③
①，②，③より，
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABD≡△BCE

合同な図形の対応する角は等しいから，
∠BAD＝∠CBE

⑵ ８０（度）

⑶ ウ

7

⑴ **証明**

△AMEと△BMCにおいて，

（例）仮定より，
AM＝BM　……①
対頂角は等しいから，
∠AME＝∠BMC　……②
平行線の錯角は等しいから，
∠MAE＝∠MBC　……③
①，②，③より，
１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
△AME≡△BMC

合同な図形の対応する辺は等しいから，
ＡＥ＝ＢＣ

⑵ （例）ＤＡ:ＤＣ＝１:２ならば，△ＤＥＣは二等辺三角形になる。

（例）ＤＣがＤＡの２倍ならば，△ＤＥＣはＤＥ＝ＤＣの三角形になる。

8

⑴ ４（cm）

⑵ **説明**

（例）２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は平行四辺形になるので，
ＥＦ＝ＧＨとなる位置が点Ｆになる。

9

⑴　ア

⑵　証明

△ＡＢＥと△ＣＤＦにおいて，
仮定より，
ＢＥ＝ＤＦ　　　……①

（例）平行四辺形の対辺は等しいから，
ＡＢ＝ＣＤ　　　……②
平行四辺形の対角は等しいから，
∠ＡＢＥ＝∠ＣＤＦ　……③

①，②，③より，
２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＢＥ≡△ＣＤＦ
合同な図形の対応する辺は等しいから，
ＡＥ＝ＣＦ