

令和元年度 佐賀県教育センター「個別実践研究」

高等学校数学科教育

研究主題

直観とは異なる結果が出やすい条件付き確率における、
数学的活動を通じた、数学的に考える資質・能力の向上

永島 享太（佐賀県教育センター所員）

1 研究の概要

(1) 研究主題

直観とは異なる結果が出やすい条件付き確率における、数学的活動を通した、数学的に考える資質・能力の向上

(2) 主題設定の趣旨

平成 28 年 12 月の『幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』において、現行の学習指導要領等の成果と課題を踏まえ、新しい時代に求められる資質・能力を育むために、学びの改善の方向性が示されました。その中の 1 つに、『基礎的な知識及び技能』、『これらを活用して課題を解決するために必要な思考力、判断力、表現力その他の能力』及び『主体的に学習に取り組む態度』から構成される『確かな学力』のバランスのとれた育成が重視されること⁽¹⁾が挙げられています。

また、平成 30 年 3 月に告示された高等学校学習指導要領において、数学科の目標として、数学的に考える資質・能力を次のア～ウのとおり育成することを目指すとしています。

- ア 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- イ 数学を活用して事象を論理的に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
- ウ 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

今回の改訂では、これらの資質・能力は、先に述べた学力の三要素を基に、「知識及び技能」、「思考力、判断力、表現力等」、「学びに向かう力、人間性等」の三つの柱で再整理されており、「数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して」育成することを目指すことが柱書に示されています。これからの予測困難な時代を生徒が生き抜く上で必要な資質・能力を育むためには、求められている資質・能力を明らかにした上で、数学的活動をより一層充実させ、数学のよさを認識させることにより、日常生活や社会生活などで応用することができるような「確かな学力」の育成を目指すことが大切であると考えます。

そこで本研究では、日常生活や社会生活など身近な場面で、数学のよさを認識しやすい場合の数と確率について、基本的な概念の理解を深めるとともに、数学と人間の活動の関係について認識を深め、日常生活や社会生活など身近な事象の数学的な側面に着目し、数学的に表現（数学化）することができるようになるための問題理解、解決の指導の在り方を探ります。事象の数学的な側面に着目することができるようになるための手立てとして、問題把握をする場面において、「具体的にどのようなことをする問題であるか」について考えて、隣の人に説明する「話し合い」を取り入れます。平成 31 年度大学入試センター試験（以下「センター試験」という。）本試験「数学Ⅰ・数学A」において受験生の正答率が 3 割以下であった設問により、生徒が既習内容の知識を具体的な場面で生かすための思考力や判断力を培うことができるようにします。また、事象の数学的な側面に着目し、数学的に表現（数学化）するための手立てとして、直観とは異なる結果が出やすい条件付き確率の問題を示し、「予想」による答えが正しいかについて、ペア活動を通して問題を具体的に把握するとともに記録を行い、「予想」した確率と記録を基にして求めた確率とを比較する活動を取り入れます。生徒が、数学的活動の過程を振り返ることにより、数学のよさを認識する経験を増やしていくことが、いろいろな場面で、事象の数学的な側面に着目し、数学的に表現（数学化）するとともに、数学的に考える資質・能力の向上につながると考え、本主題を設定しました。

(3) 研究の目標

日常生活や社会生活において、事象の数学的な側面に着目し、数学的に表現（数学化）しようとする態度を養うための問題理解、解決の指導の在り方を探る。

(4) 研究の仮説

独立な試行や条件付きの確率を考える際に、事象を具体的に把握するために話し合い活動をしたり、予想とその検証結果を考察したりすれば、数学的な側面に着目し、数学的に表現（数学化）しようとする態度が養われるだろう。

(5) 研究方法

ア 数学科における、場合の数と確率に関する理論研究

イ 問題への取組に関する生徒の実態把握のための質問紙調査の実施とその分析

ウ 独立な試行や条件付き確率の理解を深めるための数学的活動を通じた授業実践とその分析・考察

(6) 研究内容

ア 文献調査を通し、日常生活や社会生活など身近な場面における、直観とは異なる結果が出やすい問題を整理して、身近な事象の数学的な側面に着目し、数学的に表現（数学化）するための指導方法を探る。

イ 問題への取組に関する生徒の実態把握のための質問紙調査を実施し、場合の数と確率の分野の問題への取組に関する意識の変容を分析する。

ウ 実践的な問題において、独立な試行の意味を理解するとともに、条件付き確率を求める過程から、場合の数の数え上げに帰着させる手立てを取り入れ、事象を具体例を伴って把握し、数学のよさを認識する経験を増やすことで、数学的に表現（数学化）しようとする態度が養われることを検証する。

2 研究の実際**(1) 文献等による研究**

ア 新学習指導要領の目指す学習について

新学習指導要領に向けた『幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』の中で、現行学習指導要領の課題として、「高等学校では、『数学の学習に対する意欲が高くないこと』や『事象を式で数学的に表現したり論理的に説明したりすること』⁽²⁾が指摘されています。これらの課題に対応するために、「主体的な学び」「対話的な学び」「深い学び」の3つの視点で授業改善を進めることが求められています。「主体的な学び」の視点では、「児童生徒自らが、問題の解決に向けて見通しをもち、粘り強く取り組み、問題解決の過程を振り返り、よりよく解決したり、新たな問いを見いだしたりするなどの『主体的な学び』を実現すること」⁽³⁾が求められています。「対話的な学び」の視点では、「事象を数学的な表現を用いて論理的に説明したり、よりよい考えや事柄の本質について話し合い、よりよい考えに高めたり事柄の本質を明らかにしたりするなどの『対話的な学び』を実現すること」⁽⁴⁾が求められています。

「深い学び」の視点では、「数学に関わる事象や、日常生活や社会に関わる事象について、『数学的な見方・考え方』を働かせ、数学的活動を通して、新しい概念を形成したり、よりよい方法を見いだしたりするなど、新たな知識・技能を身に付けてそれらを統合し、思考、態度が変容する『深い学び』を実現すること」⁽⁵⁾が求められています。

イ 学習指導要領における数学的活動について

数学の指導上配慮すべき事項として、高等学校学習指導要領解説数学編では、次のように示されています⁽⁶⁾。

- (1) 自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること。
- (2) 学習した内容を生活と関連付け、具体的な事象の考察に活用すること。
- (3) 自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること。

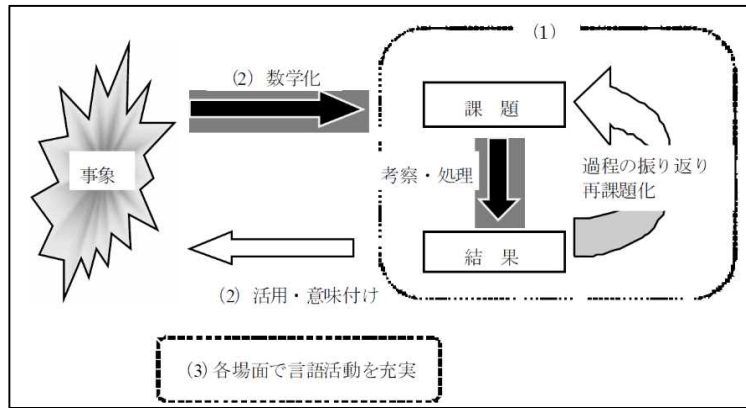


図1 数学的活動のイメージ

ウ 「話し合い」と「予想」を取り入れた学習の流れ

西川純は『学び合いの仕組みと不思議』の中で、学習者同士の普段の言葉遣いで、授業に関わることを話す会話「話し合い」による質の高い学び合い効果について、『『できる子が、できない子に教える』という図式が正しくないことに気付く。(教師から見たとき) できない子どもの発言によって、できる子どもが大きく啓発されることも多い。……比較的単純な課題に関しては、『話し合い』の効果は低い、応用問題に関して『話し合い』の効果が高いことが明らかにされている⁽⁷⁾』と述べています。「話し合い」活動の中で、事象を他者へ説明し理解してもらうためには、論理的に考えることや筋道を立てることが必要です。また、説明するというアウトプットにより理解内容が整理されることもあります。以上のことから「話し合い」は、アで述べた現行学習指導要領の課題である「事象を式で数学的に表現したり論理的に説明したりすること」に対する解消の手段の一つとして有効であると言えます。

また、相場一彦は『「予想」を取り入れた数学授業の改善』の中で、「予想」の意味を「問題の結果や考え方について見当をつけること」とし、『『仮説』や『見通し』は、その背後に論理が存在するのに対し、『予想』では直観的に見当をつけることも多い。あてずっぽうで予想する生徒もいる。それでもよい。……数学や日常生活において、私たちがはじめての問題に直面したときでも、はじめから見通しが立つことは少ない。見当をつけることから問題の解決を始める。……実際の授業においては、『予想』を『仮説』や『見通し』も含めた、そして直観を含めた広い概念としてとらえていきたい⁽⁸⁾』と述べています。生徒の「予想」は、本質を得た鋭い考えやそうでない考えもありますが、「それは正しいのか」、「どうしてそのように考えたのか」など推論や振り返りを繰り返すことで徐々に洗練され、数学的な側面に着目し、事象を数学的に表現（数学化）することにつながります。

これらのことを踏まえ、本研究では、生徒が事象を具体例を伴って把握した上で、数学的な側面に着目し、数学的に表現（数学化）したり、論理的に説明したりするために、「話し合い」と「予想」の活動を取り入れた学習指導を行うことにしました。

(2) 実態調査

ア 平成 30 年度実施の大学入試共通テストの導入に向けた試行調査（以下「プレテスト」という。）
数学①確率分野の選択及び結果について

独立行政法人大学入試センターがプレテスト数学①において、選択問題（3 題中 2 題）で「第 3 問（確率）」を選択している生徒は全国で 76.0%でした。「第 3 問（確率）」の得点率は 21.4%でした。問題は、花子と太郎が、直観で考えたことについての会話文から、条件付き確率の計算を誘導に従って求めるものです。計算自体は定義に従って丁寧に求めるような基本的なものです。条件付き確率の計算をしていく問題までの全国の正答率が高いですが、自分で方針を立てていく問題については全国の正答率が低いです。

イ 生徒の数学の学習に対する意識調査（以下「事前調査」という。）について

対象生徒 37 名の事前調査（11 月実施）結果を**表 1**に示しています。この調査では、「①数学を勉強すると日常生活に役立つと思うか」、「②学び合いの授業（式や答えの求め方などを、みんなと伝え合ったり、説明をし合ったりすること）は好きか」の 2 点について質問しました。①では、肯定的な意見として「思考力が育つと思うから」「数学は日常生活に密につながっていると思うから」、否定的な意見として「生活をして算数を使うことはあっても数学は使わないから」などがありました。②では、肯定的な意見として「中学生の頃からしているから」「説明しあうことで理解が深まるから」、否定的な意見として「人に説明するのがあまり得意ではないから」などがありました。

表 1 事前調査結果

	とても そう思う	まあ そう思う	あまり そう思わない	全く そう思わない
①数学を勉強すると日常生活 に役立つと思いますか？	9 名	20 名	7 名	1 名
②学び合いの授業（式や答えの 求め方などを、みんなと伝え あったり、説明をしあったり すること）は好きですか？	24 名	10 名	2 名	1 名

この**表 1**の結果から、「①数学を勉強すると日常生活に役立つ」について肯定的に考えている生徒が 29 名（78.4%）であることから、数学のよさを実感することにより、日常生活や社会生活などの事象の考察に活用する態度が育まれると考えます。また、「②学び合いの授業」について肯定的に考えている生徒が 34 名（91.9%）であることから、問題を具体的に把握するために「話し合い」を学習活動に取り入れることは有効であると考えます。

(3) 本研究における考え方と取り入れる具体的な手立て

p. 3の図1で示した数学的活動の流れを踏まえて、本研究における学習活動の流れを図2のように設定しました。なお、本研究では、「数学化」に「考察・処理」するための問題を具体的に把握する場面、「振り返りによる再課題化」も含めています。

ア 「話し合い」を取り入れた学習活動について

事象の数学的な側面に着目することをねらいとするために、問題把握をする場面において、「具体的にどのようなことをする問題であるか」について考えて、他者に説明する「話し合い」を行います。手立ての有効性を検証するに当たっては、センター試験の問題の一部を用いて行います。センター試験の問題は、既習内容の知識を具体的な場面で生かすための思考力や判断力を求める問題が多く、「話し合い」による学習の題材として適切であると考えられます。本研究では、問題に書かれている情報を読み取って図や表などに整理した状態を、事象の数学的な側面に着目できた状態として考察を行います。

イ 「予想」を取り入れた学習活動について

本研究では、生徒が「予想」と結果の考察を繰り返すことで、徐々に本質を得た数学的な側面に着目し、図や表などに整理することで問題を数学的に表現（数学化）することをねらいとしています。そこで、ある事象における確率の「予想」と、実際に操作を行って得られた結果を比較する活動を行います。具体的には、モンティ・ホール問題（改）「当たりのカードが1枚、はずれのカードが2枚の合計3枚のカードがある。Aさんがカードを1枚選んだ後、Bさんが残りのカードのうちはずれのカードを1枚見せる。最初に選んだカードを、変えることができるとき、変えるべきだろうか」に対し、変えるべきか変えるべきでないかをまず「予想」させます。その後、ペア活動において、カードを変える場合と変えない場合のそれぞれで当たりのカードを選ぶ回数を記録して、「予想」した確率と記録を基にして求めた確率を比較することにより、事象を数学的に表現（数学化）します。また、生徒には、「予想」と結果を比較した感想を記入させます。

(4) 授業実践

ア 単元名 課題学習「身近な確率を考察する」（「場合の数と確率」より）

イ 単元の目標

日常の事象や社会の事象などに対して、数学的な側面に着目することで、予想したり、判断や意思決定したりして、根拠を明らかにして、その予想したもの、判断や意思決定したものが正しいことを説明することができる。

ウ 指導と評価の計画（全2時間）

時間	目標、●活動	評価規準
1 時 〔 本 時 〕	モンティ・ホール問題（改）において、最初のカードと残るカードの関係に着目し、確率を考えることができる。 ●センター試験の問題は、既習内容の知識を具体的な場面で生かすことができることを知り、問題理解及び解決のため、図や表などに整理して、確率を求める。	・身近な確率に関心をもっている。【関】 ・条件付き確率を事象の考察に活用している。【考】

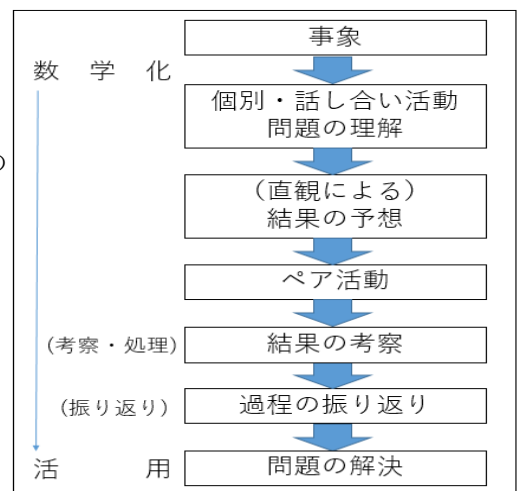


図2 学習活動の流れ

2 時	身近な確率について、図や表などに整理して条件付き確率を求めることができる。 ●くじ引きなど確率の公平性について、問題理解及び解決のため、手順が分かるように、図や表などに整理して、確率を求める。	・問題文を、手順が分かるように、図や表などに整理することを理解する。【知】 ・条件付き確率を求める技能を身に付けている。【技】
--------	--	--

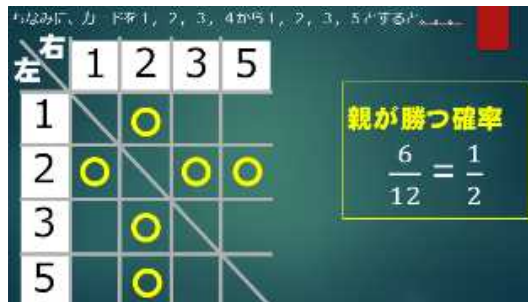
エ 本時の目標

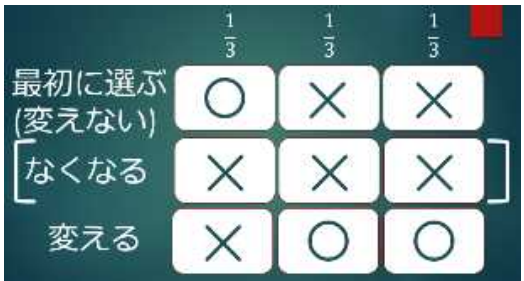
モンティ・ホール問題（改）において、最初のカードと残るカードの関係に着目し、確率を考えることができる。

オ 展開

—— は、授業に取り入れる具体的な手立て

段階	学習活動	教師の働き掛け
導入 15分	○平成31年度大学入試センター試験本試験 数学Ⅰ・数学A第3問（抜粋）を考える。 平成31年度大学入試センター試験数学Ⅰ・数学A第3問（抜粋） 赤い袋には赤球2個と白球1個が入っており、白い袋には赤球1個と白球1個が入っている。 最初に、さいころ1個を投げて、3の倍数の目が出たら白い袋を選び、それ以外の目が出たら赤い袋を選び、選んだ袋から球を1個取り出して、球の色を確認してその袋に戻す。 2回目の操作では、直前に取り出した球の色と同じ色の袋から球を1個取り出して、球の色を確認してその袋に戻す。1回目の操作で白球を取り出す確率を p とするとき、2回目の操作で白球が取り出される確率を p を用いて表しなさい。 ・自分一人ですべてとくところまで解く。 ・隣のひとと「話し合い」をする。 ・図を描いて、問題を具体的に把握・理解をする。 ・確率を表す。 	・「話し合い」により「具体的にどのようなことをする問題であるか」を隣のひとと伝え合うよう指示した。 ・問題文をただ読むだけでなく、図に描くことで、1回目の操作で赤球を取り出す確率を p を用いて表せることに気付かせた。

展開 3 0 分	○問題 1 を考える。 問題 1 1、2、3、4の数字が書かれた計4枚のカードを使って、親と子に別れてゲームをする。子は裏返したカードから右手で1枚、左手で1枚の計2枚をひく。ひいたカードが「偶数と偶数」または「奇数と奇数」の場合は子の勝ちとなり、「偶数と奇数」のときは親の勝ちとなる。 このゲームは公平かどちらかが勝ちやすいか？ ・ <u>隣の人と「話し合い」をする。</u> ・ <u>結果を予想する。</u> ・ <u>確率を求める。</u>  ・ <u>結果を考察する。</u>  ○モンティ・ホール問題（改）を考える。 モンティ・ホール問題（改） 当たりのカードが1枚、はずれのカードが2枚の合計3枚のカードがある。Aさんがカードを1枚選んだ後、Bさんが残りのカードのうちはずれのカードを1枚見せる。最初に選んだカードを、変えることができるとき、変えるべきだろうか？	・ <u>「話し合い」により「具体的にどのようなことをする問題であるか」を隣の人と伝え合うよう指示した。</u> ・ <u>結果を予想したり、予想が正しいかを確認するために確率を考えたりするように指示した。</u> ・ <u>問題理解、解決をすることができるようにするために、表や樹形図に整理するよう指示した。</u> ・ <u>解説では樹形図と表の、両方の考え方を示した。</u> ・ <u>問題解決を振り返ったり、さらに問題を発展したりして考えるため、「カードを1、2、3、5に変えたときにはどうなるか」と発問した。</u>
		

	・隣の人と「話し合い」をする。 ・結果を予想する。 ・活動でカードの選び直しをする場合としない場合をまぜて10回ずつ、合わせて20回行い、記録をしていく。(ペア活動)  ・結果を考察する。 	・「話し合い」により「具体的にどのようなことをする問題であるか」を隣の人と伝え合うよう指示した。 ・問題に興味・関心をもつことができるように、「最初に選び直しをする場合としない場合はどちらの確率が優勢または同じか」と発問した。 ・問題の本質を考えることができるようにするため、ペア活動をするように指示した。 ・ペア活動を踏まえて、結果の考察や振り返りをするように指示した。
まとめ 5分	・学習内容を振り返り、まとめを行う。 ・次時の学習内容について確認する。	・授業の振り返りとして、今日の授業で重要と思ったことを記述させた。また、「授業の理解度」や「学習活動の自己評価」をA（十分）、B（おおむね）、C（不十分）の3段階で評価させ、客観的に自己評価できるようにした。

(5) 授業実践における手立ての有効性についての考察

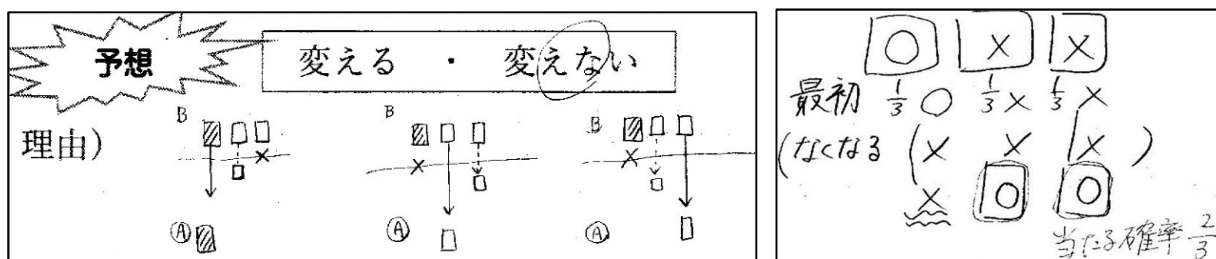
ア 「話し合い」を取り入れた学習活動の有効性

数学的な側面に着目できたかについて検証します。本研究では、問題に書かれている情報を読み取って図や表などに整理した状態を、事象の数学的な側面に着目できた状態として捉えます。センター試験の過去の問題を最初は自分だけの力で考えさせましたが、全体的に手が動かない状態でした。しかし、「話し合い」をしたことで、クラスのおおむね全部の生徒が具体的に問題把握をするために図や表などに整理することができました。その結果、**資料1**の感想「センター試験の問題は、最初問題を見ただけでは解けなかったけど、簡単な図に表してから考えると解きやすかったので、図や表をかくて考えようと思った」のように、問題理解をするための方法として、図や表などに整理することの必要性を実感することができていました。既習内容を活用する問題を理解するための一歩につながったと考えます。また、大学入試問題が身近な場面を題材としていることを知ることで、日頃から数学的な側面に着目していく必要性をもつことにつながることができたと考えます。

資料1 生徒Aの感想

イ 「予想」を取り入れた学習活動の有効性

数学的に表現（数学化）することができたかについて検証します。本研究では、直観による「予想」から、記録を基にした「予想」をすることができた状態や問題を具体的に把握できた状態を、数学的に表現（数学化）することができた状態として捉えます。ペア活動を行う前の「予想」において、「カードを変える」を選んだ生徒は14人（37.8%）でしたが、ペア活動を行った後で「カードを変える」を選んだ生徒は32人（86.5%）でした。生徒はモンティ・ホール問題（改）における事象を数学的に表現（数学化）することで、当たりのカードを引くという事象を確率として数学的に取り扱うことができるようになり、「カードを変える」を選ぶことができるようになったと考えられます。例えば、**次頁資料2-1（左）**において「変えない」を選んでいた生徒は、予想をするに当たって図を用いて考えています。この生徒は事象を図に表すことによって問題を把握し、問題解決に向けてなんとか見当を付けようとしていることが分かりますが、数学的に表現（数学化）するまでは至っていません。しかし、ペア活動によって事象を数学的に取り扱うことで、この生徒は**次頁資料2-1（右）**のように確率を用いて数学的に表現（数学化）していることが分かります。この生徒は**次頁資料2-2**の感想において「自分がその問題の試行をしたときに、こうしたらどんな結果になるのかといったことを、今回実際に体験したように、頭の中でイメージしたり予想することが大事だと分かった。最初から式を考えたりするのではなく、まず樹形図などの図を書くことを忘れないようにしたい」と書いています。この生徒は、結果の振り返りを基にして、事象の数学的な側面に着目し、次の「予想」の機会に生かそうという意識を強くしたことが分かります。また、数学的活動を通して、関心や意欲をもち、過程を振り返ることにより、樹形図のように数え上げに帰着して論理的に考えることのよさを認識することができたと考えられます。



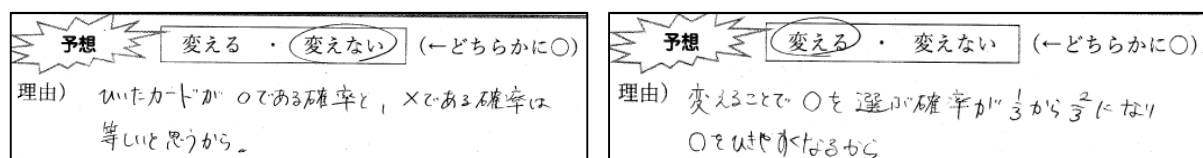
資料 2-1 生徒 B のモンティ・ホール問題 (改) の予想 (左) とまとめ (右)

感想) 自分がその問題の試行をしたときに、こうしたら
どんな結果になるのかといったことを、今回実際に
体験したように頭の中でイメージしたり予想する
ことが大事だと分かった。最初から式を考えたりする
のではなく、まず樹形図などの図を書くことを忘れない
ようにしたい。

資料 2-2 生徒 B の感想

「予想」を取り入れた学習活動については、ペア活動をする中で、ペア活動前は、おおむね全部の生徒が、資料 3 (左) の予想「ひいたカードが O である確率と、X である確率は等しいと思うから」のように、直観で「予想」していました。ペア活動後は、おおむね全部の生徒が、記録を基にして資料 3 (右) の予想「変えることで O を選ぶ確率が $\frac{1}{3}$ から $\frac{2}{3}$ になり O をひきやすくなるから」のように、見通しのある「予想」に変わりました。また、「予想」とその結果を比較することにより、はずれのカードを見せられた後の、残りのカードに着目することができました。そして、資料 2-2 や資料 4 の感想「手順をしっかりと考えて自分がたしかめをすることができくらいにしっかりと図や表を書かないといけないと思いました」から、生徒が問題解決をするために、図や表などに整理するような、筋道を立てて考えることの必要性に気付くことができました。

「話し合い」や「予想」を取り入れた学習活動により、生徒が主体的に問題理解、解決をすることにつながったと考えます。また、ペア活動の過程を振り返ることにより、問題を具体的に把握したり、樹形図のような図や表などに整理したりすることは、数学のよさを認識することにつながったと思われます。



資料 3 生徒 C のモンティ・ホール問題 (改) の予想 ペア活動前 (左) 後 (右)

手順をしっかりと考えて自分がたしかめをすることができ
くらいにしっかりと図や表を書かないといけないと思いました。

資料 4 生徒 D の感想

(6) 実態調査の結果を基にした手立ての有効性についての考察

ア 生徒の数学の学習に対する意識調査（事後調査 11 月実施）による考察

図 3 は、2 つの項目について検証授業の前後に実態調査を行い、比較したものです。身近な確率を題材にして事象を考察したことで、日常生活や社会生活などの事象の考察に数学を活用する態度が育まれたのではないかと考えます。また、「話し合い」の学習活動を肯定的に感じる生徒が多くなったことから、「話し合い」の学習活動は問題を具体的に把握することに有効であったと考えられます。そして、資料 5 の「数学を勉強することでどのような力が身に付くと思いますか」の回答「日常生活などでも数学的な考え方で考えることができ、より早く問題などを解決できると思う」から、予想とその検証で考察した数学的活動の流れを通して数学のよさを認識し、いろいろな場面で、事象の数学的な側面に着目し、数学的に表現（数学化）して、数学を活用する意識が高まることにつながったと考えます。授業の最後に行ったプレテストでは、資料 6 のような感想「図や表に表すと（H30 プレテスト）の問題もちょっとずつ解けて楽しかった」から、プレテストの会話文の誘導を具体的に把握し、数学的に表現（数学化）する過程を共有することにつながったと考えます。

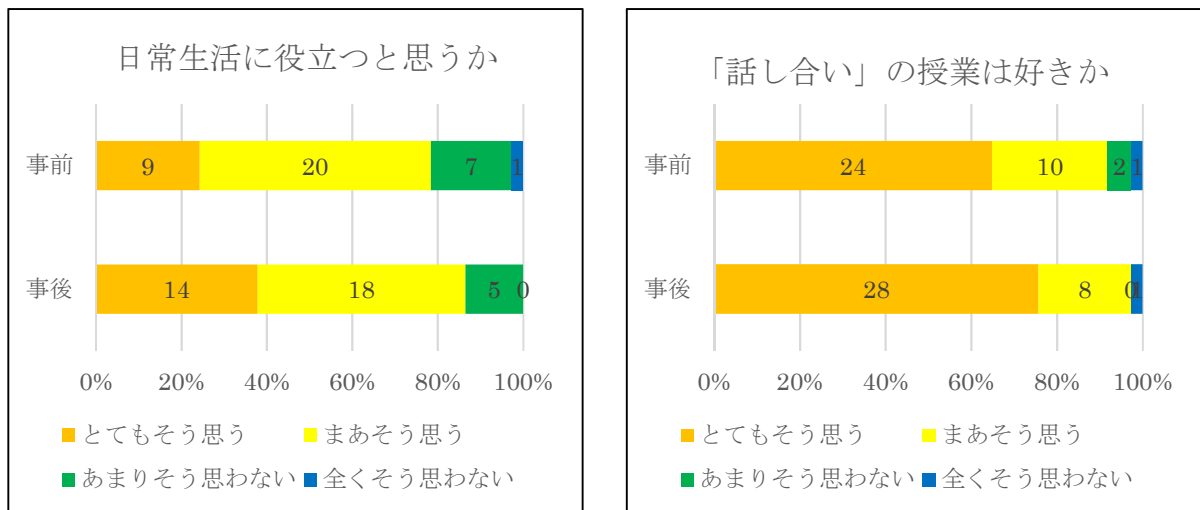


図 3 数学の学習に対する意識調査（事前調査・事後調査）

日常生活などでも数学的な考え方で考えることができ、より早く問題などを解決できると思う。

資料 5 生徒 E の感想

図や表に表すと（H30 プレテスト）の問題もちょっとずつ解けて楽しかった。

資料 6 生徒 F の感想

3 研究のまとめ

(1) 成果

- ・センター試験やプレテストを知ることは生徒が進路を考える上で重要であり、日常生活や社会の事象を数学的に表現（数学化）したものが題材になっていることを知り、数学的に表現（数学化）しようとする態度を養うことにつながりました。
- ・生徒は中学生の頃から「話し合い」の学習活動に親しみがあつたので、積極的に活動がなされたため、「話し合い」の学習活動は問題理解にとっても有効でした。
- ・数学的活動を取り入れることで、生徒は学ぶ意欲を高めることができ、身近な事象を具体的に考えることができました。

(2) 課題と今後の展望

平成 30 年 3 月に告示された高等学校の新学習指導要領では、数学 A の課題学習は設定されていませんが、**図 4** のように、これまで以上に、現実の世界の日常生活や社会の事象の数学的な側面に着目し、数学化できるようにする力が求められています。今回の研究では、課題学習を単元学習の後に位置付け、数学的な見方や考え方の観点を軸足としましたが、研究を進める中で、**図 4** の B、C、D1、D2 などのように、数学的な見方や考え方の観点は関心・意欲・態度、数学的な技能や知識・理解の観点と一体となっていることが明らかになりました。今後の指導では、これまで同様、基礎的な内容の積み重ねをしつつ、応用的な問題として、他教科との連携を図り、教科横断的な問題を数学的に表現（数学化）することで、問題理解、解決をしていくことが重要であると考えます。

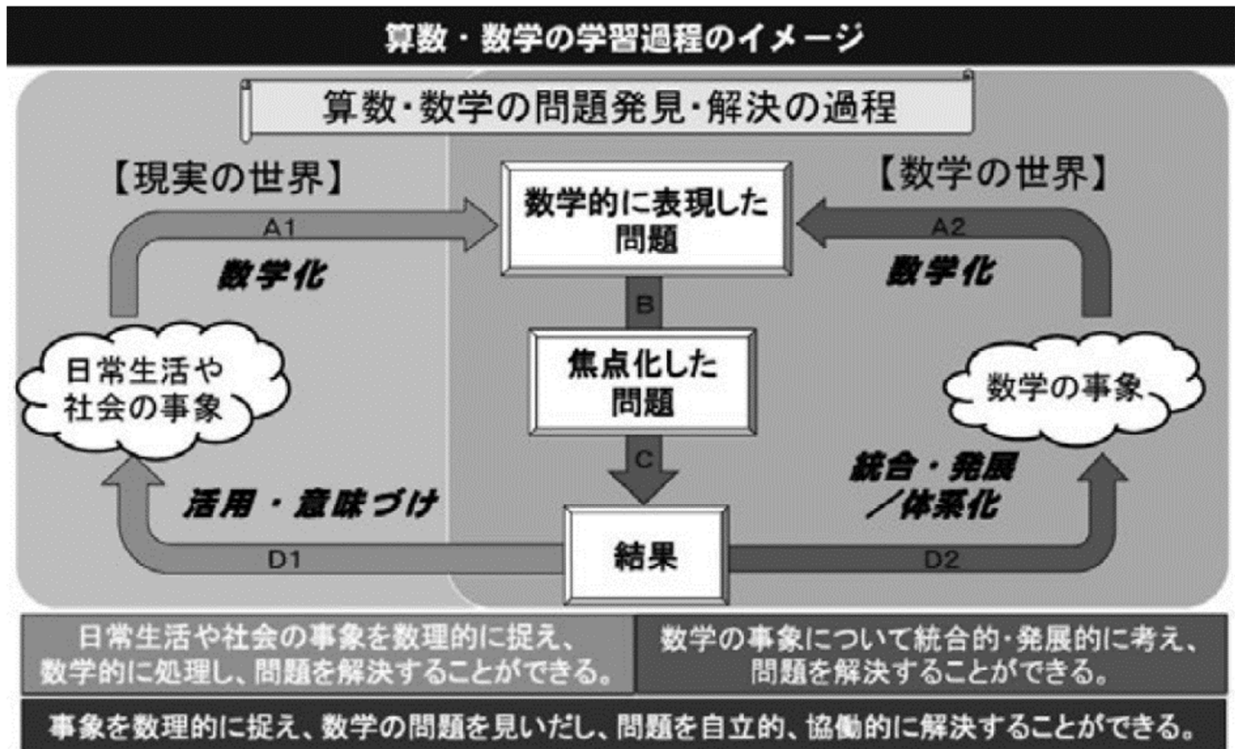


図 4 数学的な活動のイメージ（新）⁽⁹⁾

4 引用文献・参考文献

《引用文献》

(1) (2) (3) (4) (5)

中央教育審議会 『幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について（答申）』 平成 28 年 12 月 p. 4、p. 140、p. 143

(6) 文部科学省 『高等学校学習指導要領解説数学編』 平成 21 年 12 月 pp. 67-68

(7) 西川 純 『学び合いの仕組みと不思議』 平成 14 年 3 月 p. 9、p. 90

(8) 相場 一彦 『「予想」を取り入れた数学授業の改善』 平成 7 年 5 月 p. 16、pp. 21-23

(9) 文部科学省 『高等学校学習指導要領解説数学編』 平成 30 年 7 月 p. 135

《参考文献》

・独立行政法人大学入試センター

『平成 31 年度センター試験本試験』及び『平成 30 年度試行調査』

https://www.dnc.ac.jp/center/kako_shiken_jouhou/jisshikekka/index.html

https://www.dnc.ac.jp/sp/daigakunyugakukibousyagakuryokuhyoka_test/pre-test_h30_1111.html

・永田 潤一郎編著 『中学校新学習指導要領数学的活動の授業デザイン』 平成 30 年 7 月

高等学校第1学年 数学科（数学A）学習指導案

単元名 課題学習「身近な確率を考察する」（「場合の数と確率」より）

1 単元について

確率は、不確実な事象に対して、データの傾向を読み取って予測したり、判断や意思決定したりする上で重要な数学上の概念である。本単元を通して、同様に確からしい具体的な事象を考察することで、順列・組合せや確率について理解し、不確実な事象を数量的に捉えることの有用性を認識するとともに、現実な場面を試行・事象という視点で捉えることで、数学的に考察し処理できるようにする。また、条件付き確率を、事象の構造が分かりやすい簡単な場合について、すべての根元事象の起こる確率が等しければ、場合の数の数え上げに帰着して考えることが理解できるようにする。身近な事象などに対して、予測したり、判断や意思決定したりして、根拠を明らかにして説明することにより、日常生活や社会の生活などの事象に対して、数学的な側面に着目し、数学的に表現（数学化）することができるようになることをねらいとしている。

平成30年度実施の大学入試共通テストの導入に向けた試行調査（プレテスト）数学①では、選択問題（3題中2題）で「第3問（確率）」を選択している生徒は76.0%であった。「第3問（確率）」の得点率は21.4%であり、問題構成は、花子と太郎との2人の会話を通して、直観で考えたことについて会話文から、条件付き確率の計算を誘導に従って求めるものである。計算自体は定義に従って丁寧に求めるような基本的なものである。条件付き確率の計算をしていく問題までは正解できているが、自分で方針を立てていく問題は正解できていない。

対象生徒37名の数学の学習に対する意識は高いが、必ずしも数学を得意としない生徒もいる。本学級の生徒に事前アンケートを実施した結果、数学の学習について、「好き」「どちらかというと好き」と回答した生徒は86.5%であった。また、数学の単元で「場合の数と確率」は他の単元と比べて、「どちらかというと嫌い」「嫌い」と回答した生徒は32.4%であり、その理由としては、「どの場合にどの計算をするのかははっきり分からない」や「よく勘違いをして、混乱してしまうから」などを挙げており、問題理解ができていないことが推測できる。また、式や答えの求め方などを、みんなと伝え合ったり、説明をし合ったりすることについては、「好き」「どちらかというと好き」と回答した生徒は91.9%であり、その理由として、「中学生の頃から学びあいで、それに慣れている」「説明をすると相手も分かってくれるし、自分もより分かるから」などを挙げていた。

指導に当たっては、身近な確率について、生徒が「話し合い」を通して問題理解をすることができるようにしたい。また、どのような確率となるか直観による「予想」をして、ペア活動を通して問題を具体的に把握するとともに記録を行い、「予想」した確率と記録を基にして求めた確率とを比較することにより、事象を数学的に表現（数学化）する。生徒が、数学的活動を通して、関心や意欲をもち、過程を振り返ることにより、数学のよさを認識する経験を増やしていくことで、いろいろな場面で、事象の数学的な側面に着目し、数学的に表現（数学化）するとともに、数学的に考える資質・能力の向上を図りたい。

2 単元の目標

日常の事象や社会の事象などに対して、数学的な側面に着目することで、予想したり、判断や意思決定したりして、根拠を明らかにして、その予想したもの、判断や意思決定したものが正しいことを説明することができる。

3 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
身近な確率に関心をもつとともに、数学のよさを認識し、それを確率の考察に活用しようとしている。	事象を数学的に考察し表現したり、試行の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、身近な確率における数学的な見方や考え方を身に付けている。	身近な確率において、事象を数学的に表現・処理する仕方の技能を身に付けている。	身近な確率における基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、知識を身に付けている。

4 指導と評価の計画（全2時間）

時間	目標、●活動	評価規準	評価方法
1 時	モンティ・ホール問題（改）において、最初のカードと残るカードの関係に着目し、確率を考えることができる。 ●センター試験の問題は、既習内容の知識を具体的な場面で生かすことができることを知り、問題理解及び解決のため、図や表などに整理して、確率を求める。	・身近な確率に関心をもっている。【関】 ・条件付き確率を事象の考察に活用している。【考】	観察 ワークシート
2 時	身近な確率について、図や表などに整理して条件付き確率を求めることができる。 ●くじ引きなど確率の公平性について、問題理解及び解決のため、手順が分かるように、図や表などに整理して、確率を求める。	・問題文を、手順が分かるように、図や表などに整理することを理解する。【知】 ・条件付き確率を求める技能を身に付けている。【技】	観察 ワークシート

5 本時（1時）

(1) 目標

- ・モンティ・ホール問題（改）において、最初のカードと残るカードの関係に着目し、確率を考えることができる。

(2) 評価規準

- ・身近な確率に関心をもっている。【関心・意欲・態度】
- ・条件付き確率を事象の考察に活用している。【数学的な見方や考え方】

(3) 展開

段階	学習活動	教師の働き掛け	評価規準
導入 15分	○平成 31 年度大学入試センター試験本試験数学 I ・数学 A 第 3 問（抜粋）を考える。		
	平成 31 年度大学入試センター試験数学 I ・数学 A 第 3 問（抜粋） 赤い袋には赤球 2 個と白球 1 個が入っており、白い袋には赤球 1 個と白球 1 個が入っている。最初に、さいころ 1 個を投げて、3 の倍数の目が出たら白い袋を選び、それ以外の目が出たら赤い袋を選び、選んだ袋から球を 1 個取り出して、球の色を確認してその袋に戻す。2 回目の操作では、直前に取り出した球の色と同じ色の袋から球を 1 個取り出して、球の色を確認してその袋に戻す。1 回目の操作で白球を取り出す確率を p とするとき、2 回目の操作で白球が取り出される確率を p を用いて表しなさい。		
	・自分一人ですでるところまで解く。 ・隣の人と「話し合い」をする。 ・図を描いて、問題を具体的に想像し、理解をする。 ・確率を表す。	・「話し合い」により「具体的にどのようなことをする問題であるか」を隣の人と伝え合うよう指示する。 ・問題文を文字のまま見るのではなく、図に描くことで、1 回目の操作で赤球を取り出す確率を p を用いて表せることに気付かせる。	
展開 30分	○問題 1 を考える。		
	問題 1 1、2、3、4 の数字が書かれた計 4 枚のカードを使って、親と子に別れてゲームをする。子は裏返したカードから右手で 1 枚、左手で 1 枚の計 2 枚をひく。ひいたカードが「偶数と偶数」または「奇数と奇数」の場合は子の勝ちとなり、「偶数と奇数」のときは親の勝ちとなる。このゲームは公平かどちらかが勝ちやすいか？		
	・隣の人と「話し合い」をする。 ・結果を予想し、確率を求める。 ・表や樹形図をかくて、問題を具体的に想像し、理解をする。 ・結果を考察する。	・「話し合い」により「具体的にどのようなことをする問題であるか」を隣の人と伝え合うよう指示する。 ・結果を予想したり、予想が正しいかを確認するために確率を考えたりするように指示する。 ・解説では樹形図と表の、両方の考え方を示す。 ・問題解決を振り返ったり、発展したりして考えるため、「カードを	

	○モンティ・ホール問題（改）を考える。	1、2、3、5に変えたときにはどうなるか」と発問する。	
	モンティ・ホール問題（改） 当たりのカードが1枚、はずれのカードが2枚の合計3枚のカードがある。Aさんがカードを1枚選んだ後、Bさんが残りのカードのうちはずれのカードを1枚見せる。最初に選んだカードを、変えることができるとき、変えるべきだろうか？		
	・隣の人と「話し合い」をする。 ・結果を予想する。 ・ペア活動でカードの選び直しをする場合としない場合をまぜて10回ずつ、合わせて20回行い、記録をしていく。 ・結果を考察する。	・「話し合い」により「具体的にどのようなことをする問題であるか」を隣の人と伝え合うよう指示する。 ・問題に興味・関心をもつことができるように、「最初に選び直しをする場合としない場合はどちらの確率が優勢または同じか」と発問する。 ・問題の本質を考えることができるようにするため、ペア活動をするように指示する。 ・ペア活動を踏まえて、結果の考察や振り返りをするように指示する。	【関心・意欲・態度】 【数学的な見方や考え方】
まとめ 5分	・学習内容を振り返り、まとめを行う。 ・次時の学習内容について確認する。	・授業の振り返りとして、今日の授業で重要と思ったことを記述させた。また、「授業の理解度」や「学習活動の自己評価」をA（十分）、B（おおむね）、C（不十分）の3段階で評価させ、客観的に自己評価できるようにした。	

(4) 評価

評価規準	評価の観点	評価方法
・身近な確率に関心をもっている。	【関心・意欲・態度】	観察
判定する生徒の姿と指導の手立て		
「おおむね満足」できる状況	自分の考えを説明するとともに、他の生徒の考えも聞いている。	
「十分満足」できる状況	自分の考えを他の生徒の様子に合わせて説明するとともに、他の生徒の考えを理解しようとしながら聞いている。	

「努力を要する」状況と判断した生徒には、個別対応をする。

評価規準	評価の観点	評価方法
・条件付き確率を事象の考察に活用している。	【数学的な見方や考え方】	ワークシート1
判定する生徒の姿と指導の手立て		
「おおむね満足」できる状況	ペア活動を通して、活動の記録から結果予想をしている。	
「十分満足」できる状況	最初に選ぶカードと残るカードの関係に着目して捉え、結果を予想している。	

「努力を要する」状況と判断した生徒には、記録から予想できることを考えるように指示する。

6 本時（2時）

(1) 目標

- ・身近な確率について、図や表などに整理して条件付き確率を求めることができる。

(2) 評価規準

- ・問題文を、手順が分かるように、図や表などにすべての場合を整理することを理解する。【知識・理解】
- ・条件付き確率を求める技能を身に付けている。【数学的な技能】

(3) 展開

段階	学習活動	指導上の留意点	評価規準 (評価方法等)
導入 10分	○前時のまとめを確認する。	・ 解き方だけでなく、問題の場면을想像して、各自で前時の内容の振り返りをするように指示する。	
	○問の問題を考える。		
	問 ○×で解答する問題が2問ある。2問のうち、少なくとも1問は○が正解であるとき、もう1問は×が正解である確率を求めよ。		
	・ 結果を予想し、確率を求める。 ・ 確率を樹形図に整理して問題解決をする。 ・ 結果を考察する。	・ 問題から、与えられた問題が条件付き確率であることを見落とさないように強調する。	
展開 25分	○問題1を考える。		
	問題1 当たりくじ3本を含む10本のくじの中から、引いたくじはもとに戻さないで、A、B、Cの3人がこの順に1本ずつくじを引く。当たりを引く確率が高いのは3人のうち誰か？		
	・ 結果を予想し、確率を求める。 ・ 確率を表で確認をした後、計算についても理解をする。 ・ 結果を考察する。	・ 結果を予想したり、予想が正しいかを確認するために確率を考えたりするように指示する。	【数学的な技能】
	○問題2を考える。		
	問題2 白球が2個、赤球が3個入っている袋がある。この袋の中から球を1個取り出して、 ・それが白球なら、取り出した白球に新たに2個の白球を加えて袋に戻す。 ・それが赤球なら、取り出した赤球に新たに2個の赤球を加えて袋に戻す。 順次このような試行を繰り返すものとする。2回目に取り出した球が白球である確率を求めよ。		

	・隣の人と「話し合い」をする。 ・結果を予想し、確率を求める。 ・結果を考察する。	・結果を予想したり、予想が正しいかを確認するために確率を考えたりするように指示する。 ・確率の公平性について理解できるようにするために、計算結果を考察するよう指示する。	【数学的な技能】 【知識・理解】
まとめ・深化	・学習内容を振り返り、まとめを行う。 ○平成 30 年大学入学プレテストの問題を考える。	・授業の振り返りとして、今日の授業で重要と思ったことを記述させた。また、「授業の理解度」や「学習活動の自己評価」を A（十分）、B（おおむね）、C（不十分）の 3 段階で評価させ、客観的に自己評価できるようにする。	
15分	平成 30 年度 試行調査（プレテスト） 数学 I ・数学 A 第 3 問（問題は省略）		
	・隣の人と「話し合い」をする。 ・問題の会話文を具体的に想像して、確率を求める。 ・結果を考察する。	・問題理解、解決を自力でできるように、これまでの学習の手順を示しながら解答を示す。	

(4) 評価

評価規準	評価の観点	評価方法
・問題文を、図や表などにすべての場合を整理ことを理解する。	【知識・理解】	ワークシート 2
判定する生徒の姿と指導の手立て		
「おおむね満足」できる状況	身近な確率について、問題文から図や表などに整理している。	
「十分満足」できる状況	身近な確率について、問題文から手順が分かるように図や表などに整理している。	

「努力を要する」状況と判断した生徒には、問題文を読み、図や表などに表すよう指示する。

評価規準	評価の観点	評価方法
・条件付き確率を求める技能を身に付けている。	【数学的な技能】	ワークシート 2
判定する生徒の姿と指導の手立て		
「おおむね満足」できる状況	条件付き確率を求めている。	
「十分満足」できる状況	試行が 3 回以降の場合についての確率も求めている。	

「努力を要する」状況と判断した生徒には、図や表などを元に、それぞれの確率を考えるよう指示する。

目標

(H31 センター試験)

赤い袋には赤球 2 個と白球 1 個が入っており，白い袋には赤い球 1 個と白球 1 個が入っている。

最初に，さいころ 1 個を投げて，3 の倍数の目が出たら白い袋を選び，それ以外の目が出たら赤い袋を選び，選んだ袋から球を 1 個取り出して，球の色を確認してその袋に戻す。ここまでの操作を 1 回目の操作とする。

2 回目の操作では，直前に取り出した球の色と同じ色の袋から球を 1 個取り出して，球の色を確認してその袋に戻す。1 回目の操作で白球を取り出す確率を p で表すと，2 回目の操作で白球が取り出される確率は $\frac{\square}{\square}p + \frac{1}{3}$ と表される。

問題 1 $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$ の数字が書かれたカードが各 1 枚ずつある。この 4 枚のカードを使って，親と子に別れてゲームをする。

子は裏返したカードから右手で 1 枚，左手で 1 枚の計 2 枚をひく。ひいたカードが「偶数と偶数」または「奇数と奇数」の場合は子の勝ちとなり「偶数と奇数」のときは親の勝ちとなる。

このゲームは公平か？どちらかが有利か？

予想

公平 ・ 子が有利 ・ 親が有利

(いずれかに○)

考え方 及び 式または確率

理由)

<メモ>

<モンティ・ホールの問題(改)>

当たりのカードが1枚、はずれのカードが2枚の合計3枚のカードがある。Aさんがカードを1枚選んだ後、Bさんが残りのカードのうちはずれのカードを1枚見せる。最初に選んだカードを、変えることができるとき、変えるべきだろうか？

選んだカードを変えるべきか？変えないべきか？

予想

変える ・ 変えない (←どちらかに○)

理由)

記録(当たりを○、はずれを×で記録しよう)

変える										
変えない										

～ 記録から考察 ～

選んだカードを変えるべきか？変えないべきか？

変える ・ 変えない (←どちらかに○)

理由)

<メモ>

まとめ

場合の数と確率の問題が与えられたら、何をするのか

● 今日の授業のポイント

● 先生の説明、解説(板書されたこと以外で)
重要だと思ったこと

○ 今日の授業の理解度 A B C

○ 学習活動の自己評価 A B C

感想)

目標

問 ○×で解答する問題が2問ある。2問のうち、少なくとも1問は○が正解であるとき、もう1問は×が正解である確率。

予想

考え方 及び 式または確率

理由)

<メモ>

問題1 当たりくじ3本を含む10本のくじの中から、引いたくじはもとに戻さないで、A,B,Cの3人がこの順に1本ずつくじを引く。当たりを引く確率が高いのは3人のうち誰か？

予想

考え方 及び 式または確率

<メモ>

問題 2 <ポリアの壺の問題 (改)>

白球が 2 個, 赤球が 3 個入っている袋がある。
この袋の中から球を 1 個取り出して,
・それが白球なら, 取り出した白球に新たに 2 個の白球を加えて袋に戻す。
・それが赤球なら, 取り出した赤球に新たに 2 個の赤球を加えて袋に戻す。
順次このような試行を繰り返すものとする。2 回目に取り出した球が白球である確率を求めよ。

予想

考え方 及び 式または確率

<メモ>

まとめ

場合の数と確率の問題が与えられたら,何をするのか

図や表などに表そう。

(H30 プレテスト) → (別紙)

● 今日の授業のポイント

● 先生の説明、解説 (板書されたこと以外で)
重要だと思ったこと

○ 今日の授業の理解度

A B C

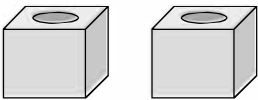
○ 学習活動の自己評価

A B C

感想)

H 3 0 プレテストより
第 3 問（選択問題）（配点 20）

くじが 100 本ずつ入った二つの箱があり、それぞれの箱に入っている当たりくじの本数は異なる。これらの箱から二人の人が順にどちらかの箱を選んで 1 本ずつくじを引く。ただし、引いたくじはもとに戻さないものとする。



また、くじを引く人は、最初にそれぞれの箱に入れる当たりくじの本数は知っているが、それらがどちらの箱に入っているかはわからないものとする。

今、1 番目の人が一方の箱からくじを 1 本引いたところ、当たりくじであったとする。2 番目の人が当たりくじを引く確率を大きくするためには、1 番目の人が引いた箱と同じ箱、異なる箱のどちらを選ぶべきかを考察しよう。

最初に当たりくじが多く入っている方の箱を A、もう一方の箱を B とし、1 番目の人がくじを引いた箱が A である事象を A、B である事象を B とする。このとき、 $P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$ とする。また、1 番目の人が当たりくじを引く事象を W とする。

太郎さんと花子さんは、箱 A、箱 B に入っている当たりくじの本数によって、2 番目の人が当たりくじを引く確率がどのようになるかを調べている。

(1) 箱 A には当たりくじが 10 本入っていて、箱 B には当たりくじが 5 本入っている場合を考える。

花子：1 番目の人が当たりくじを引いたから、その箱が箱 A である可能性が高そうだね。その場合、箱 A には当たりくじが 9 本残っているから、2 番目の人は、1 番目の人と同じ箱からくじを引いた方がよさそうだよ。
太郎：確率を計算してみようよ。

花子：やっぱり 1 番目の人が当たりくじを引いた場合は、同じ箱から引いた方が当たりくじを引く確率が高いよ。
太郎：そうだね。でも、思ったより確率の差はないんだね。もう少し当たりくじの本数の差が小さかったらどうなるのだろう。
花子：1 番目の人が引いた箱が箱 A の可能性が高いから、箱 B の当たりくじの本数が 8 本以下だったら、同じ箱のくじを引いた方がよいのではないかな。
太郎：確率を計算してみようよ。

(2) 今度は箱 A には当たりくじが 10 本入っていて、箱 B には当たりくじが 7 本入っている場合を考える。

1 番目の人が当たりくじを引いた後、同じ箱から 2 番目の人がくじを引くとき、そのくじが当たりくじである確率は $\frac{\text{タ}}{\text{チツ}}$ である。それに対して異なる箱からくじを引くとき、そのくじが当たりくじである確率は $\frac{7}{85}$ である。

1 番目の人が引いた箱が箱 A で、かつ当たりくじを引く確率は、

$$P(A \cap W) = P(A) \cdot P_A(W) = \frac{\text{ア}}{\text{イウ}}$$

である。一方で、1 番目の人が当たりくじを引く事象 W は、箱 A から当たりくじを引くか箱 B から当たりくじを引くかのいずれかであるので、その確率は、

$$P(W) = \frac{\text{エ}}{\text{オカ}}$$

である。

よって、1 番目の人が当たりくじを引いたという条件の下で、その箱が箱 A であるという条件付き確率 $P_W(A)$ は、

$$P_W(A) = \frac{P(A \cap W)}{P(W)} = \frac{\text{キ}}{\text{ク}}$$

と求められる。

また、1 番目の人が当たりくじを引いた後、同じ箱から 2 番目の人がくじを引くとき、そのくじが当たりくじである確率は、

$$P_W(A) \times \frac{9}{99} + P_W(B) \times \frac{\text{ケ}}{99} = \frac{\text{コ}}{\text{サシ}}$$

である。

それに対して、1 番目の人が当たりくじを引いた後、異なる箱から 2 番目の人がくじを引くとき、そのくじが当たりくじである確率は、 $\frac{\text{ス}}{\text{セソ}}$ である。

(数学 I・数学 A 第 3 問は次ページに続く。)

太郎：今度は異なる箱から引く方が当たりくじを引く確率が大きくなったね。

花子：最初に当たりくじを引いた箱の方が箱 A である確率が高いのに不思議だね。計算してみないと直観ではわからなかったな。

太郎：二つの箱に入っている当たりくじの本数の差が小さくなれば、最初に当たりくじを引いた箱が A である確率と B である確率の差も小さくなるよ。最初に当たりくじを引いた箱が B である場合は、もともと当たりくじが少ない上に前の人が 1 本引いてしまっているから当たりくじはなおさら引きにくいね。

花子：なるほどね。箱 A に入っている当たりくじの本数は 10 本として、箱 B に入っている当たりくじが何本であれば同じ箱から引く方がよいのかを調べてみよう。

(3) 箱 A に当たりくじが 10 本入っている場合、1 番目の人が当たりくじを引いたとき、2 番目の人が当たりくじを引く確率を大きくするためには、1 番目の人が引いた箱と同じ箱、異なる箱のどちらを選ぶべきか。箱 B に入っている当たりくじの本数が 4 本、5 本、6 本、7 本のそれぞれの場合において選ぶべき箱の組み合わせとして正しいものを、次の①～④のうちから一つ選べ。

箱 B に入っている当たりくじの本数				
	4 本	5 本	6 本	7 本
①	同じ箱	同じ箱	同じ箱	同じ箱
②	同じ箱	同じ箱	同じ箱	異なる箱
③	同じ箱	異なる箱	異なる箱	異なる箱
④	異なる箱	異なる箱	異なる箱	異なる箱

(1) 1 番目の人

$$\begin{array}{l} A \left\{ \begin{array}{l} \text{当たり} \quad \frac{1}{2} \times \frac{10}{100} = \frac{1}{20} \\ \text{はずれ} \quad \frac{1}{2} \times \frac{90}{100} = \frac{9}{20} \end{array} \right. \quad B \left\{ \begin{array}{l} \text{当たり} \quad \frac{1}{2} \times \frac{5}{100} = \frac{1}{40} \\ \text{はずれ} \quad \frac{1}{2} \times \frac{95}{100} = \frac{19}{40} \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } P(W) &= P(A \cap W) + P(B \cap W) \\ &= \frac{1}{20} + \frac{1}{40} = \frac{3}{40} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{W(A)} &= \frac{P(A \cap W)}{P(W)} & P_{W(B)} &= 1 - P_{W(A)} \\ &= \frac{1}{20} \div \frac{3}{40} = \frac{2}{3} & &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

1 番目の人が当たりくじを引いた後、
同じ箱から 2 番目の人がくじを引くとき、
そのくじが当たりくじである確率は、

$$P_{W(A)} \times \frac{9}{99} + P_{W(B)} \times \frac{4}{99} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{99} + \frac{1}{3} \times \frac{4}{99} = \frac{2}{27}$$

次に、1 番目の人が当たりくじを引いた後、
異なる箱から 2 番目の人がくじを引くとき、
そのくじが当たりくじである確率は、

$$P_{W(A)} \times \frac{5}{100} + P_{W(B)} \times \frac{10}{100} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{100} + \frac{1}{3} \times \frac{10}{100} = \frac{1}{15}$$

※わかったこと

$$\frac{2}{27} > \frac{1}{15} \left(\frac{2}{30} \right)$$

当たりくじの本数が10本と5本の箱であれば、
1 人目が当たったとき、
2 人目は同じ箱からとる方が、当たる確率が高い。

(2) Bの箱に当たりが7本のとき、(1)と同様に考える。

1 番目の人

$$\begin{array}{l} A \left\{ \begin{array}{l} \text{当たり} \quad \frac{1}{2} \times \frac{10}{100} = \frac{1}{20} \\ \text{はずれ} \quad \frac{1}{2} \times \frac{90}{100} = \frac{9}{20} \end{array} \right. \quad B \left\{ \begin{array}{l} \text{当たり} \quad \frac{1}{2} \times \frac{7}{100} = \frac{7}{200} \\ \text{はずれ} \quad \frac{1}{2} \times \frac{93}{100} = \frac{93}{200} \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } P(W) &= P(A \cap W) + P(B \cap W) \\ &= \frac{1}{20} + \frac{7}{200} = \frac{17}{200} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{W(A)} &= \frac{P(A \cap W)}{P(W)} & P_{W(B)} &= 1 - P_{W(A)} \\ &= \frac{1}{20} \div \frac{17}{200} = \frac{10}{17} & &= \frac{7}{17} \end{aligned}$$

1 番目の人が当たりくじを引いた後、
同じ箱から 2 番目の人がくじを引くとき、
そのくじが当たりくじである確率は、

$$P_{W(A)} \times \frac{9}{99} + P_{W(B)} \times \frac{4}{99} = \frac{10}{17} \times \frac{9}{99} + \frac{7}{17} \times \frac{6}{99} = \frac{4}{51}$$

問題文より、2 番目の人が異なる箱からくじを引くときの
確率は、 $\frac{7}{85}$ である。

※わかったこと

$$\frac{4}{51} \left(\frac{20}{255} \right) < \frac{7}{85} \left(\frac{21}{255} \right)$$

当たりくじの本数が10本と7本の箱であれば、
1 人目が当たったとき、
2 人目は異なる箱からとる方が、当たる確率が高い。

(3) (1), (2) より、

当たりくじの本数が10本と5本の箱であれば、
1 人目が当たったとき、
2 人目は同じ箱からとる方が、当たる確率は高く、
当たりくじの本数が10本と7本の箱であれば、
1 人目が当たったとき、
2 人目は異なる箱からとる方が、当たる確率が高い。

そこで、当たりくじの本数が10本と6本の箱を考えると、
1 番目の人

$$\begin{array}{l} A \left\{ \begin{array}{l} \text{当たり} \quad \frac{1}{2} \times \frac{10}{100} = \frac{1}{20} \\ \text{はずれ} \quad \frac{1}{2} \times \frac{90}{100} = \frac{9}{20} \end{array} \right. \quad B \left\{ \begin{array}{l} \text{当たり} \quad \frac{1}{2} \times \frac{6}{100} = \frac{3}{100} \\ \text{はずれ} \quad \frac{1}{2} \times \frac{94}{100} = \frac{47}{100} \end{array} \right. \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ゆえに } P(W) &= P(A \cap W) + P(B \cap W) \\ &= \frac{1}{20} + \frac{3}{100} = \frac{2}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{W(A)} &= \frac{P(A \cap W)}{P(W)} & P_{W(B)} &= 1 - P_{W(A)} \\ &= \frac{1}{20} \div \frac{2}{25} = \frac{5}{8} & &= \frac{3}{8} \end{aligned}$$

1 番目の人が当たりくじを引いた後、
同じ箱から 2 番目の人がくじを引くとき、
そのくじが当たりくじである確率は、

$$P_{W(A)} \times \frac{9}{99} + P_{W(B)} \times \frac{5}{99} = \frac{5}{8} \times \frac{9}{99} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{99} = \frac{5}{66}$$

次に、1 番目の人が当たりくじを引いた後、
異なる箱から 2 番目の人がくじを引くとき、
そのくじが当たりくじである確率は、

$$P_{W(A)} \times \frac{6}{100} + P_{W(B)} \times \frac{10}{100} = \frac{5}{8} \times \frac{6}{100} + \frac{3}{8} \times \frac{10}{100} = \frac{3}{40}$$

※わかったこと

$$\frac{5}{66} \left(\frac{100}{1320} \right) > \frac{3}{40} \left(\frac{99}{1320} \right)$$

当たりくじの本数が10本と6本の箱であれば、
1 人目が当たったとき、
2 人目は同じ箱からとる方が、当たる確率が高い。

以上のことから、箱Aに10本の当たりくじが入っているとき、
1 人目が当たったとき、2 人目を選ぶべき箱は次のようになる。

箱Bに入っている当たりくじの本数

4本	5本	6本	7本
同じ箱	同じ箱	同じ箱	異なる箱

$$\begin{array}{l} \text{ア} \\ \text{イウ} \end{array} = \frac{1}{20}, \quad \begin{array}{l} \text{エ} \\ \text{オカ} \end{array} = \frac{3}{40}, \quad \begin{array}{l} \text{キ} \\ \text{ク} \end{array} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{l} \text{ケ} = 4, \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{コ} \\ \text{サシ} \end{array} = \frac{2}{27}, \quad \begin{array}{l} \text{ス} \\ \text{セソ} \end{array} = \frac{1}{15}$$

$$\begin{array}{l} \text{タ} \\ \text{チツ} \end{array} = \frac{4}{51}, \quad \begin{array}{l} \text{テ} = 1 \end{array}$$