

席替えをしたとき、自分の座席は替わらなくて少し残念な気持ちになったということはないでしょうか。今回の授業では、席替えをするときに「少なくとも1人が同じ席になる」ということはどれくらいの確率で起きるのかを考えてみたいと思います。

問題

n 人がくじ引きで席替えをするとき、少なくとも1人が同じ席になる確率を考えるために、その である「全員の座席が入れ替わる」確率を p_n とし、 p_n を考える。 p_2, p_3, \dots と求めていき、最後に p_{41} と $1-p_{41}$ について調べてみよう。

問1

$p_2, 1-p_2$ を求めよ。
【自分で考えたこと・みんなで考えたこと】

$$\begin{aligned} \therefore p_2 &= \text{} \\ \therefore 1-p_2 &= \text{} \end{aligned}$$

【黒板を見て書いたこと】

$$\begin{aligned} \therefore p_2 &= \text{} \\ \therefore 1-p_2 &= \text{} \end{aligned}$$

問2

$p_3, 1-p_3$ を求めよ。
【自分で考えたこと・みんなで考えたこと】

【黒板を見て書いたこと】

$$\begin{aligned} \therefore p_3 &= \text{} \\ \therefore 1-p_3 &= \text{} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore p_3 &= \text{} \\ \therefore 1-p_3 &= \text{} \end{aligned}$$

問3

$p_4, 1-p_4$ を求めよ。
【自分で考えたこと・みんなで考えたこと】

$$\begin{aligned} \therefore p_4 &= \text{} \\ \therefore 1-p_4 &= \text{} \end{aligned}$$

裏面に続く

【黒板を見て書いたこと】

問4

 p_5 , $1-p_5$ を求めよ。

$$\therefore p_4 = \boxed{}$$

$$\therefore 1-p_4 = \boxed{}$$

$$\therefore p_5 = \boxed{}$$

$$\therefore 1-p_5 = \boxed{}$$

p_n の分子を $W(n)$ とする。つまり、人数が n のときに全員の座席が入れ替わる場合の数を $W(n)$ とする。今まで調べたことから、

$W(2) = \boxed{}$, $W(3) = \boxed{}$, $W(4) = \boxed{}$ である。

$W(5)$ を計算で求められないか考えてみよう。

元の①の座席が②の座席になるときについて考える。

- ②-①-④-⑤-③
- ②-①-⑤-③-④
- ②-③-①-⑤-④
- ②-③-④-⑤-①
- ②-③-⑤-①-④
- ②-④-①-⑤-③
- ②-④-⑤-①-③
- ②-④-⑤-③-①
- ②-⑤-①-③-④
- ②-⑤-④-①-③
- ②-⑤-④-③-①

疑問1

①の座席が元の②の座席になる場合 (つまり②-①-?-?-?-?となる場合) はなぜ2通りできるか理由を考えてみよう。

【自分で考えたこと・みんなで考えたこと】

【黒板を見て書いたこと】

疑問2

①の座席が元の②の座席ではない場合はなぜ9通りできるか理由を考えてみよう。

【自分で考えたこと・みんなで考えたこと】

【黒板を見て書いたこと】

まとめ

①, ②, ③, ④, ⑤の5人で席替えをする。
元の①の座席が②の座席になる (つまり②-?-?-?-?-?となる) とき、
(i) ①, ②の座席が入れ替えになる場合

(ii) ①, ②の座席が入れ替えにならない場合

元の①の座席が③, ④, ⑤の座席になる場合も同様に考えて

$W(5) = \boxed{}$

裏面に続く

問5

$W(5)$ で得られた関係式と同じような式が、 $W(4)$ についても作れないか考えてみよう。

【自分で考えたこと・みんなで考えたこと】

【黒板を見て書いたこと】

問6

$W(6)$ を求めよ。

【自分で考えたこと・みんなで考えたこと】

【黒板を見て書いたこと】

考えてみよう

p_{41} , $1-p_{41}$ を求めるために $W(41)$ について調べたい。これまで学習した内容を活かして、あなたならどのようにして $W(41)$ を求めますか。 $W(41)$ を求める考え方を書いてください。

【自分で考えたこと・みんなで考えたこと】

【黒板を見て書いたこと】