

高等学校（数学科 数学B）学習指導案

1 単元名

「第2章 空間のベクトル」（高等学校 数学B 数研出版）

2 単元について

(1) 単元観

座標及びベクトルの考えを平面から空間に拡張する単元である。座標、2点間の距離、ベクトルの大きさ・成分・内積の計算は、平面ベクトルで学んだ内容を拡張すればよいので生徒は比較的理解しやすい。位置ベクトルの考え方を利用して図形の性質を調べる内容については、平面ベクトルでの内容と同じように考えて立式して処理することができる。しかし、空間の図形をイメージすることや一直線上にない3点が定める平面上の点が満たす関係式の立式に難しさを感じやすい。与えられた2点を直径の両端とする球面の方程式を求める問題や空間内の折れ線の長さの和の最小値を求める問題は、これまでに学習した様々な考え方を活用する方法が考えられるので、数学的な思考力・判断力・表現力を身に付けさせるのに適している。

(2) 生徒観

本クラスの生徒は授業に臨む態度が良好で、問題演習等にも積極的に取り組んでいる。数学を得意とする生徒は発展問題にも意欲的に取り組んでいる。しかし、全体としては数学の能力に幅があり、苦手意識を持つ生徒が多く存在している。生徒に対するアンケートの結果では、「説明することが必要な場面では、相手が『なるほど』と思うように順序立てて説明をするようにしている」の項目に、70%の生徒が「当てはまる」または「やや当てはまる」と回答している。その一方で、30%の生徒は「あまり当てはまらない」と回答している。対話的活動を取り入れることで、順序立てて説明する経験を積むことは意味があると考えられる。

(3) 指導観

空間図形については、小学校時から学習してきているものの苦手とする生徒が多い。指導に当たっては、まずは教科書の基本的概念をしっかり定着させたい。その上で、基本的な図形の性質や関係についてベクトルを用いて表現することを学ばせ、様々な事象を考察する力を育てていきたい。

問題によっては解法が1通りではないものがあり、いろいろな解法を考えさせることにより多角的に物事を見ていくような意識を持たせていきたい。そのために、問題を個人で考えさせた後、対話的活動を通して、生徒自身が考えを発表し、練り合う場面を設定したい。

3 単元の目標

ベクトルについて理解させ、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に考察し表現する能力を伸ばすとともに、それらを活用する態度を育てる。

4 単元の評価規準

| 関心・意欲・態度 | 数学的な見方や考え方 | 数学的な技能 | 知識・理解 |
|--|---|--|--|
| ・空間のベクトルに関心を持つとともに、事象の考察に空間のベクトルを活用して数学的論拠に基づいて判断しようとする。 | ・事象を数学的に考察したり、思考の過程を振り返り多面的・発展的に考えたりすることなどを通して、空間のベクトルにおける数学的な見方や考え方を身に付けている。 | ・空間のベクトルにおいて、事象を数学的に表現・処理する仕方を身に付けている。 | ・空間のベクトルにおける基本的な概念、原理・法則などを体系的に理解し、知識を身に付けている。 |

5 指導と評価の計画 (全 10 時間 本時 8 / 10)

| 時 | 学習内容 | 学習活動 | 対話的活動 | ねらい | 評価の観点 | | | | 評価規準 | 評価方法 |
|-----|-----------------|--------------------------------|---|---|-------|---|---|----------------------------------|--|------------------|
| | | | | | 関 | 考 | 技 | 知 | | |
| 1 | 空間の点 空間のベクトル | ・座標空間の2点の距離を求める。 | | ・座標空間の2点の距離の計算技能を身に付ける。 | | | ○ | | 座標空間の2点の距離の計算技能を身に付けている。 | ・行動観察 ・ノート |
| | | ・空間のベクトルを同一平面上にない3つのベクトルに分解する。 | | ・空間のベクトルの分解は同一平面上にない3つのベクトルで表されることを理解する。 | | | | ○ | 空間のベクトルの分解は同一平面上にない3つのベクトルで表されることを理解している。 | |
| 2・3 | ベクトルの成分 | ・空間のベクトルの大きさを、成分を用いて計算する。 | | ・空間のベクトルの大きさについて、成分を用いて求める計算技能を身に付ける。 | | | ○ | | 空間のベクトルの大きさについて、成分を用いて求める計算技能を身に付けている。 | ・行動観察 ・ノート |
| 4 | ベクトルの内積 | ・空間のベクトルの内積を、成分を用いて計算する。 | | ・空間のベクトルの内積について、成分を用いて求める計算技能を身に付ける。 | | | ○ | | 空間のベクトルの内積について、成分を用いて求める計算技能を身に付けている。 | ・行動観察 ・ノート |
| 5 | ベクトルの図形への応用 | ・平面ABC上の点Pの位置ベクトルを求める。 | | ・平面ABC上に点Pがあることを式で表すために必要な数学的な見方や考え方を身に付ける。 | | ○ | | | 平面ABC上に点Pがあることを式で表すために必要な数学的な見方や考え方を身に付けている。 | ・行動観察 ・ノート |
| 6 | ベクトルの図形への応用 | ・正四面体の性質を証明する。 | | ・図形の性質を数学的に表現・処理する仕方を身に付ける。 | | | ○ | | 図形の性質を数学的に表現・処理する仕方を身に付けている。 | ・行動観察 ・ノート |
| 7 | 空間における図形 | ・平面の方程式を求める。 | | ・空間における平面の方程式を理解し、知識を身に付ける。 | | | ○ | | 空間における平面の方程式を理解し、知識を身に付けている。 | ・行動観察 ・ワークシート |
| | | ・球面の方程式を求める。 | 球面の方程式について、自他の求める過程を比較し、それぞれの解法の長所や短所を記録する。 | ・球面を式で表すために必要な数学的な見方や考え方を身に付ける。 | | ○ | | 球面を式で表すために必要な数学的な見方や考え方を身に付けている。 | | |

| | | | | | | | | |
|--------------|-----------|--|---|---|---|--|---|---|
| 8 本 時 | 節末問題 | <ul style="list-style-type: none"> 空間内の点と直線の最短距離を求める。 | 空間内の折れ線の長さの和の最小値を求める方法について、考えを広げたり深めたりする。 | <ul style="list-style-type: none"> 事象を数学的に考察することを通して、空間のベクトルにおける数学的な見方や考え方を身に付ける。 | ○ | | 事象を数学的に考察することを通して、空間のベクトルにおける数学的な見方や考え方を身に付けている。 | <ul style="list-style-type: none"> ワークシート |
| 9 ・ 10 | 章末問題 A, B | <ul style="list-style-type: none"> 章末問題の解答を電子黒板で説明する。 | | <ul style="list-style-type: none"> 空間のベクトルに関心を持つとともに、事象の考察に空間のベクトルを活用して数学的論拠に基づいて判断する。 | ○ | | <p>ここでは、本単元全体を振り返り、次の評価規準に基づいて関心・意欲・態度の評価も行う。</p> <ul style="list-style-type: none"> 空間のベクトルに関心を持つとともに、事象の考察に空間のベクトルを活用して数学的論拠に基づいて判断しようとする。 | <ul style="list-style-type: none"> 行動観察 ノート |

6 本時

(1) 目標

事象を数学的に考察することを通して、空間のベクトルにおける数学的な見方や考え方を身に付ける。
【数学的な見方や考え方】

(2) 展開

□…対話的活動 □…評価 (A…十分達成 B…おおむね達成 ★…達成不十分な生徒への支援)

| 過程 | 学習活動 | 指導上の留意点 (・) | 評価規準 (評価方法等) |
|-----|--|--|--|
| 導入 | <p>1 空間座標について復習する。</p> <p>・次の問題に対し、個人で考えた後、ペア活動により考えを比較する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>復習問題1 次の2点間の距離 AB と CD ではどちらが長いか。 $A(0, 0, 0), B(3, -4, 2) \quad C(4, -1, 3), D(-2, 2, 5)$</p> <p>復習問題2 2点 $A(4, 0, 5), B(0, 2, 1)$ を通る直線上に点 P があるとき、点 P の座標はどのように書き表すことができるか。</p> </div> | <p>・まず個人で考えさせた後、ペアで互いの考えや解き方を説明し合う。その際、答えのみの確認ではなく、考えた根拠を伝えるように指示する。</p> | |
| 展開 | <p>2 演習問題を解く。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>演習問題 2点 $A(4, 0, 5), B(0, 2, 1)$ を通る直線上に動点 P があり、xy 平面上に動点 Q がある。点 $R(0, -4, 2)$ に対し、距離の和 $PQ+QR$ の最小値を求めよ。</p> </div> | <p>・必要に応じて、平面での問題をヒントとして考えさせる。</p> <p>・3点 P, Q, R' が同一直線上にあればよいことに気付かせるために、机を xy 平面に見立てたり、筆記用具を直線 AB に見立てたりして考えさせる。</p> <p>・グループでの意見を発言させ、クラス全体で考えやすい図の描き方を共有する。</p> <p>・問題に応じて図の書き方を変える必要があることを理解させるために、xy 平面を真横から見た図を描かせる。</p> | <p>【数学的な見方や考え方】 (ワークシート)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>A : xy 平面に対して点 R と対称な点 R' を取り、3点 P, Q, R' が同一直線上にある場合を考え、PR' の長さの最小値を求める問題として処理する考え方を身に付けている。</p> <p>B : Q と R の距離を Q と R' の距離として処理する考え方を身に付けている。</p> <p>★ : 平面での同じような問題の解き方を想起させる。</p> </div> |
| | <p>(1) 図を描いたり、机や筆記用具を xy 平面や直線 AB に見立てたりすることで、解決の見通しを立てる。</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">自分の考えを持つ</div> <p>↓</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">グループでの活動</div> <p>↓</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">再考・再構築</div> <p>↓</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;">表出</div> </div> <p>(2) PR' の長さの最小値を求める。</p> | <p>・点 P の座標の表し方が分からない生徒には、復習問題2を見るように指示する。</p> | |
| まとめ | <p>3 リフレクション・シートに記入する。</p> | <p>・本時の振り返りを行わせる。</p> | |