

### 3 授業実践

#### 実践事例 8 数学 B

##### 指導計画

##### ○単元名

「第 3 章 数列」(数学 B 数研出版)

##### ○単元の目標

簡単な数列とその和及び漸化式と数学的帰納法について理解し、それらを事象の考察に活用できるようにする。

##### ○単元について

数列は、数学の他分野と密接に関連するばかりでなく、自然科学や社会科学などの分野でもしばしば扱われる重要な数学上の概念である。数列は、自然数を添数とする限り、自然数の持つ性質に依存する部分が多く、特に数学的帰納法、漸化式の考え方は自然数の理論と密接に関わっている。これは、これまで学習してきた数学がどちらかといえば演繹的な方法を取ってきたのに比べて大いに異なる点である。このため、個々の事象から入るという面においては学びやすく、他方、その個々の値から一般項を類推するという場面では難しく感じる生徒が多いという実情がある。

##### ○単元における工夫(思考力・判断力・表現力の育成を目指して)

- ・数列の初めの数項を具体的に書いてみる作業をさせながら、帰納的な推論から規則性を考察し、数式を用いて表現する習慣を身に付けることができるように指導する。
- ・和の記号 $\Sigma$ は、複雑な式を記号化することによって簡潔に表すことができ、高次の思考や判断を要する問題の解決に向けて道を切り開くことができるという重要な計算技能の一つである。生徒にとって扱いにくいものであるが、応用問題への積極的な利用と共に、時間を掛け反復練習することによって、基礎技能の徹底した習得・習熟を図りたい。
- ・対話を促す手立てを多く取り入れることにより、既習の内容を基にして問題を解決し、思考の過程や結果を振り返ってその本質や他の事象との関係を認識し、統合的・発展的に考察できる力を身に付けられるような単元づくりを心掛ける。

##### ○本時の目標

- ・グラフや前時に学んだ格子点に関する考察を用いて問題を適切に解釈し、格子点の個数の求め方を考察し、和の記号 $\Sigma$ を用いて表現することができる。 【数学的な見方や考え方】
- ・和の記号 $\Sigma$ を用いて、格子点の個数を求めることができる。 【数学的な技能】

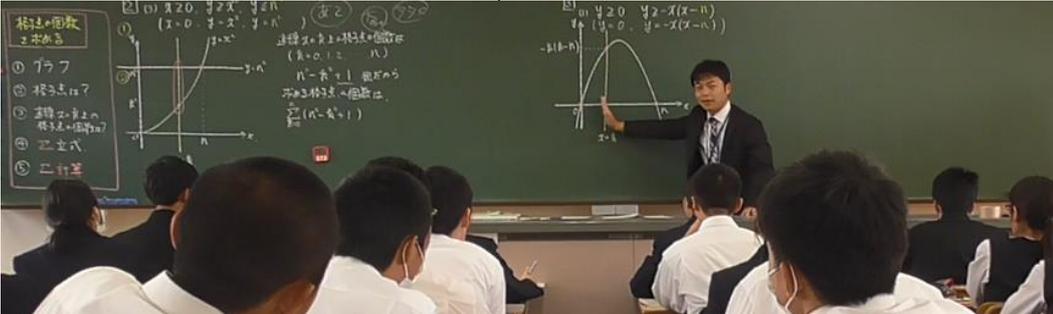
##### ○本時における工夫(思考力・判断力・表現力の育成を目指して)

- ・使用する教材には、現学年において最終的に身に付けさせたい数学的な見方や考え方から逆算して仕組んだ問題を、段階的に配置する。
- ・導入時では、本時における問題の解決に必要な既習事項の要点を、教師と生徒又は生徒同士による対話的活動を通じて明確に認知させる。
- ・展開時では、思考の深化に必要な個人ワークの時間を十分に確保する。その上で、ペアワークやグループワークを通じ、各自の思考や問題解決の過程をそれぞれが振り返る活動を重視する。
- ・タイマーを用いて、個人ワークやペアワークなどの時間を適切に管理する。
- ・将来的に、格子点の個数を求める問題がどのような考え方に結びついていくのかを、身近な例を示しながら説明することで、生徒の数学に対する興味・関心の維持継続を図る。
- ・本時の活動における要点の定着具合を図るためにチェックシートを用意し、授業外での生徒の振り返りを容易にするとともに、その活動を促す。

授業の様子 15/27 時間目

☐…対話的活動 □…評価 (A…十分達成 B…おおむね達成 ★…達成不十分な生徒への支援)

| 過程 | 学習活動<br>☞…教師と生徒、生徒同士のやり取り   | 教師の働き掛け (○)、評価規準 (◆)   |
|----|---|--|
| 導入 | <p>1 教師の話聞く。</p> <p>2 前時の復習を行う。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>前時の最後に取り組んだ問題を各自振り返り、格子点の個数の求め方について整理する。</li> </ul> <div data-bbox="331 958 657 1227" data-label="Image"> </div> <p>解法のポイントを伏せて提示している様子</p> <p style="text-align: center;">↓</p> <div data-bbox="229 1370 785 1684" data-label="Image"> </div> <p>前時の解法のポイントを、教師との対話的活動を通じて、めくりながら振り返る様子</p> | <p>○日頃の授業から、冒頭に話す内容が、その時間で最終的に押さえないテーマを示唆するよう心掛けている。</p> <p>○今回は、格子点と面積との関連を考えさせる「まとめ」の場面で、格子点を辺の長さ1の正方形の面積と関連付けて考えたときに、この正方形を『多くする』とか、全体を『大きく』という言葉が生徒から出てくることを期待していた。そこで、教師の意気込み、生徒への期待として、「今後『多く』の経験をして、『大きく』成長してほしい」と話した。</p> <p>○前時の取組状況から、格子点の個数の求め方の確認について、ペア活動から全体での確認に変更した。</p> <div data-bbox="837 929 1428 1982" data-label="Text"> <p>教師：昨日の最後の問題、解法のポイントは4つあったね。1つ目は既に私が板書していますが、何だったか覚えていますか (20秒ほど沈黙)。では、Aさん、どうですか。</p> <p>生徒A：問題を読んで、適切な図やグラフで表すことです。</p> <p>教師：そうですね。適切に図示して、問題を分かりやすく正確に把握することが大切でしたね (①の紙を剥がし、続けて②の紙を剥がしながら)。</p> <p>では、問題の格子点の位置を確認してみます。格子点の位置の確認する際、気に掛けるべきところはどこでしたか (20秒ほど沈黙)。Bさん、どうですか。</p> <p>生徒B：<math>x = k</math>上の格子点と、領域の境界上の様子です。</p> <p>教師：そうでしたね。(以下の内容を板書しながら) <math>x = k</math> (<math>k = 0, 1, 2, \dots</math>) 上の点の個数は <math>(n^2 - k^2 + 1)</math> 個でしたね。この <math>n^2</math>、<math>k^2</math>、<math>+1</math> にはそれぞれ意味がありましたね。どういう意味だったか説明できますか。</p> </div> |

|           |  |   |
|-----------|--|---|
|           |  | <p>○教師と生徒全体による対話的活動を行い、求め方のポイント 4 つを順々に確認した。</p>  |
| <p>展開</p> | <p>3 問題③(1)について、個人で考察する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>③ 次の連立不等式の表す領域 <math>D</math> に含まれる格子点の個数を求めよ。ただし、<math>n</math> は自然数とする。</p> <p>(1) <math>y \geq 0, y \leq -x(x-n)</math></p> </div> | <p>○「格子点の求め方のポイント」に沿って、まずは個人(3分)で考えるよう促した。また、この後の授業の流れとして、「個人活動の後、5分間ペア活動、その後全体での確認を10分間行う」ことを生徒へ伝えた。</p> <p>○前時の取り組み状況を踏まえ、3分間の個人活動で図をかいて考えることが、次の5分間のペア活動における<math>x = k</math>上の格子点の個数の確認、格子点の総数についての<math>\Sigma</math>計算などについての対話的活動に影響すると判断した。そこで、境界線の放物線と<math>x</math>軸との交点の座標については、教師から働き掛けてヒントを与えた。</p>   |
|           | <p>4 ペア活動を通じて、どのような考えで解答に至ったかを説明し、互いの考えを比較する。</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  <p>ペア活動の様子</p> </div>                               | <p>○前後左右、自由にペアを作らせ、自らの考察について根拠を明確にしながら互いに説明させ、比較し合うよう促した。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>◆和の記号<math>\Sigma</math>を用いて題意に沿った適切な式を立て、格子点の数を正しく求めている。</p> <p>【数学的な技能】</p> <p>(ワークシート、チェックシート)</p> <p>A：和の記号<math>\Sigma</math>を用いて、格子点の個数を適切に求めている。</p> <p>B：和の記号<math>\Sigma</math>を用いて、格子点の個数を求めるための式を適切に立てている。</p> <p>★：和の記号<math>\Sigma</math>の意味や公式を確認させ、図や数式の内容を<math>\Sigma</math>記号を用いて表現する方法を確認させる。</p> </div> |
|           | <p>5 教師の解説を聞く。</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  <p>全員が顔を上げて教師の解説を聞いている様子</p> </div>  | <p>○「直線<math>x = k</math>上の格子点の個数がきちんと押さえられたか」「<math>k</math>の取り得る値も考慮したか」「<math>\Sigma</math>記号を適切に用いられたか」「効率よく適切に計算できたか」等、思考のポイントを整理する。特に直線<math>x = k</math>上の格子点の個数を考えることに注意して解説を行った。</p>   |

6 問題③(2)について、個人で考察する。

$$(2) \quad x \geq 0, \quad y \geq x^2, \quad y \leq n^2 + \frac{1}{2}$$

7 ペア活動、グループ活動を通じて、③(1)や前時の内容と比較し、関連について話し合い、答案を作成する。

生徒C：グラフをかいてみたら、この前やった②(3)では直線上に格子点があったけど、今回は直線上にないよね。

生徒D：僕もCくんと同じグラフになったよ。②(3)とは少し違うグラフだけど、数える格子点の個数は同じだから、この前と同じ立式だね。(生徒Cの解答と見比べながら)Cくん、kに関する記述が足りないんじゃない？これだと、格子点を表してないと思うよ。

生徒C：あ、そうだね。忘れてたよ。



前時の内容との比較から関連に気づき、他者に説明する生徒

○全員の顔をしっかりと上げさせ、思考のポイントを考え自問自答しながら個人内で対話的活動を行うよう促した。また、他者との対話的活動によって思考を外化させるときのメリハリを付けるよう指導した。

○「格子点の求め方のポイント」に沿って、まずは個人で考えるよう促す。その際、③(1)や前時の内容と比較し、その関連を考察するよう促した。

○3分間の個人活動の後、5分間のペア活動、グループ活動を行うことを伝えた。

○対話的活動が一方的な伝達にならないよう、ペアでじゃんけんを行わせ、負けた方が勝った方に説明することから対話的活動をスタートさせた。



教師の合図でじゃんけんをする様子

○周囲の生徒とグループを作り、自らの考察について根拠を明確にしながら互いに説明させ、答案作成を通じて自らの考えを整理させる。

○③(2)まで解き終わった生徒に、演習プリントの問題を考えさせた。

◆帰納的な推論から格子点の個数の求め方を考察し、記号や用語、和の記号 $\Sigma$ を用いて的確に表現している。

【数学的な見方や考え方】

(行動観察、ワークシート、チェックシート)

A：グラフや数式を用いた帰納的な推論から格子点の個数の求め方を考察し、和の記号 $\Sigma$ を用いて適切に表現している。

B：グラフや数式を用いた帰納的な推論から格子点の個数の求め方を考察している。

★：題意に沿った適切なグラフのかき方や、そこから読み取れる格子点の個数について $\Sigma$ を用いた数列の和で表す方法を指導する。

|     |  |  |
|-----|--|--|
|     | 8 教師の解説を聞く。  | ○「これまでの学習事項を踏まえて答案が作成できたか」「3(1)や前時の内容と比較し、その関連を適切に把握し、答案に表現できたか」等、思考のポイントを整理した。  |
| まとめ | 9 格子点の個数を求めることは、面積を近似することにつながることを知る。<br><br>10 格子点の求め方を再確認する。<br><br>11 リフレクション・シートを受け取り、次時の学習内容を知る。 | ○電子黒板を利用し、格子点の個数と面積の近似との関連を実感させる身近な例を挙げた。<br><br> <p style="text-align: center;"><b>格子点の個数と面積の近似との関連を実感させる例を表示した電子黒板</b></p><br>○電子黒板を利用し、格子点の個数の求め方を整理させた。また、チェックシートを配付し、自宅で本時の振り返りを行うよう指示した。<br><br>○今回は、主に直線 $x = k$ 上の格子点について考えたが、直線 $y = k$ 上の格子点の個数について考える重要性も伝えた。 |