

3 授業実践

実践事例 1 数学 I

指導計画

○単元名

「第3章 図形と計量 第2節 三角形への応用」(新編 数学 I 数研出版)

○単元の目標

正弦定理や余弦定理について理解し、それらを用いて図形の計量を行うことができる。また、三角比の測量における有用性について認識できる。

○単元について

正弦定理や余弦定理を学習し、その応用として三角形の幾つかの辺の長さや角の大きさが与えられているとき、残りの辺の長さや角の大きさを求めさせる。このとき、三角形の決定条件と関連付けて考えることが重要である。

さらに、正弦定理や余弦定理の活用場面として平面図形や簡単な空間図形の計量を扱う。このとき、測量と関連付けるなどして、正弦定理や余弦定理などが、図形の計量に考察や処理に有用であるように認識させるようにする。

○単元における工夫(思考力・判断力・表現力の育成を目指して)

- ・対話を促す手立てを多く取り入れることにより、既習事項の更なる定着を図り、生徒の思考を大事にした単元づくりを心掛ける。
- ・正弦定理、余弦定理について、三角形の決定条件と関連付けて考えることができるような教材の設定を心掛ける。また、三角形の決定条件と関連付けられるような発問、解説などを工夫する。

○本時の目標



- ・与えられた条件によって、三角形が1つに定まる場合と、定まらない場合があるのはなぜなのか考察することができる。

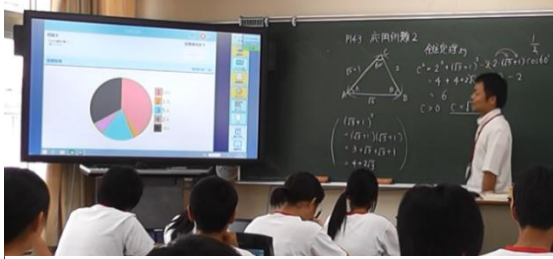
○本時における工夫(思考力・判断力・表現力の育成を目指して)

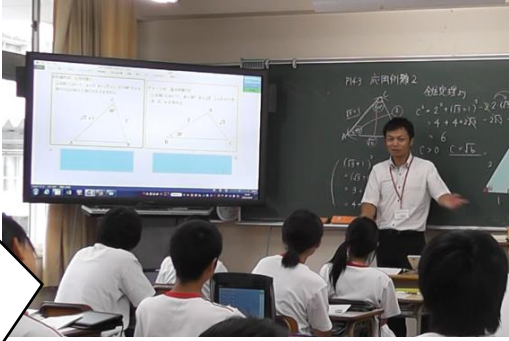
- ・矢印の教具等を用いたペアワークを用いることにより、対話を通して思考を促すように授業を展開する。
- ・辺と角を求める場面において、どの順序で求めるかについて考えさせるために、ピア・インストラクションを用いて思考を促す。
- ・三角形の決定において、場合分けが必要な教材を前時に取り上げ本時と関連付けて考えさせることで、三角形の決定条件に気付かせる。

授業の様子

7/13 時間目 () …評価：B…「おおむね満足できる」状況
A…「十分満足できる」状況

過程	学習活動 …教師と生徒のやり取り	教師の働き掛け (○)、評価規準 (◆) アクティブ・ラーニングの手法 (※)
導入	<ul style="list-style-type: none"> ・ペアワークで、三角比の値を確認する。 ・角と辺の関係で「正弦定理」、2辺とその間の角で「余弦定理」を用いることを確認する。 	 <p>三角比の値を隣の生徒同士で確認している様子</p>
展開	<ul style="list-style-type: none"> ・応用例題 2 に取り組む。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> $\triangle ABC$ において、$a=2$、$b=\sqrt{3}+1$、$C=60^\circ$ のとき、残りの辺の長さや角の大きさを求めよ。 </div> <ul style="list-style-type: none"> ・与えられた条件を確認し、図に対応させる。 ・最初に求めるものを考える。 ・余弦定理を用いて、辺 c を求める理由を考える。 ・辺 c から求める。 <div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>(矢印の教具の矢印の先を右に向けて黒板に貼る。)</p> <p>教師：左の人、右の人に理由を話してください。 分からないという気持ちでもよいので共有してください。</p> <p>(矢印の道具の矢印の先を左に向けて黒板に貼り変える。)</p> <p>教師：右の人、左の人に理由を話してください。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・次に、角 A、B どちらを求めるか、何を使うか考える。 	<ul style="list-style-type: none"> ○辺の長さ、角の大きさをしっかり図に対応させるように指導した。 ○1人で考え、隣の人に考えを伝えさせた。(※Think-Pair-Share) ○多くの生徒が辺 c から求めると答えるであろうと考えた。 ○生徒からの「2辺とその間の角」という言葉を引き出そうとした。 <div style="text-align: center;">  <p>矢印の教具</p> </div> <p>矢印の教具を用いて、お互いに意見を言うように促している様子</p> <ul style="list-style-type: none"> ○個人で考え、全体の考えを共有した。(※ピア・インストラクション) ○正弦定理で角 A を求めることと余弦定理で角

<ul style="list-style-type: none"> ここで、教科書の正弦定理を用いた解答を紹介すると同時に、約分する際のポイントをメモする。 正弦定理を用いて角 A を求める。ここで、角 A の 2 つ値について考える。 角 B を求める。 練習 25 に取り組む。 	<p>A を求めることの両方を考えさせた。</p> <p>○ 1 人で考え、隣の人に考えを伝えさせた。 (※Think-Pair-Share)</p>  <p>電子黒板に質問の答えを投影している様子</p>
<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>$\triangle ABC$ において、$a = \sqrt{2}$、$b = \sqrt{3} + 1$、$C = 45^\circ$ のとき、残りの辺の長さや角の大きさを求めよ。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ペアで解答を確認する。 前時のチャート式基本例題 113 と比較する。 ワークシートの 3 つの質問に答える。 与えられた条件によって、三角形が 1 つに定まる場合と、定まらない場合があるのは、なぜなのか考える。 	<p>○ 質問 3 は、質問 2 まで考えた後に提示した。</p> <p>○ 与えられた条件とその図を確認させた。</p>

<p>(前回の問題と本時の問題を電子黒板に示しながら)</p> <p>教師：前回の問題と今日の問題の違いは何ですか。ワークシートに書いてください。</p> <p>教師：〇〇さん、違いは何ですか。</p> <p>生徒A：前回の問題は、答えが2通り出て、今日は1通りしか決まらない。</p> <p>教師：その通りです。では、その違いは何ですか。つまり、今日は答えが1つに決まった理由は何ですか。</p> <p>教師：左の人、右の人に説明してください。右の人、左の人に説明してください。</p> <p>〇〇さん、理由を説明してください。</p> <p>生徒B：余弦定理を使うから、1通りに決まる。</p> <p>教師：そうですね。余弦定理はどんなときに使いますか。</p> <p>生徒C：2辺とその間の角が分かるときです。</p> <p>教師：余弦定理は、元をたどれば何だったかな。中学の・・・。</p> <p>生徒：合同条件！！</p> <p>教師：そうですね。合同条件は三角形の決定条件と考えることもできます。つまり、条件が決定条件を満たしているとき、三角形は1通りに決まるのです。</p>	 <p>2つの三角形を見比べて、三角形が一つに定まる場合と定まらない場合の違いについて考えている様子</p> <ul style="list-style-type: none"> ○1人で考え、隣の人に考えを伝えさせた。 (※Think-Pair-Share) ○三角形の決定条件に気付かせようとした。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>◆与えられた条件によって、三角形が1つに定まる場合と、定まらない場合があるのはなぜなのか考察している。</p> <p>【数学的な見方や考え方】 (観察、ワークシート)</p> <p>B：三角形が1つに定まる場合と、定まらない場合について、与えられた条件の違いに気付くことができる。</p> <p>A：三角形が1つに定まる場合と、定まらない場合について、「2辺とその間の角」あるいは「合同(条件)」という言葉を使って説明することができる。</p> </div>
<p>まとめ</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・本時のまとめをする。 「条件の大切さ」「図の大切さ」を確認する。 ○与えられた条件とその図の大切さを伝えた。

授業を振り返って

- ・単元を通して、矢印の教具や Think-Pair-Share を用いて、生徒同士が話し合う機会を多く設定することにしました。本時においても、矢印の教具や Think-Pair-Share を用いることで、自分の考えを伝えたり他者の考えを聞いたりする機会を多く設定しました。このことにより、多くの生徒に思考を促すことができました。
- ・与えられた条件によって、三角形が 1 つに定まる場合と、定まらない場合があるのは、なぜなのかを考えさせるために、前時の教材（与えられた条件によって三角形が 1 つに定まらない場合）と本時の教材（与えられた条件によって三角形が 1 つに定まる場合）を関連付けて考えさせるなど教材を工夫して授業を行いました。このことにより、生徒に目標の達成に向けた思考を促すことができました。
- ・正弦定理や余弦定理の内容を三角形の決定条件と関連付けて、深い学びの実現を目指して授業を行いました。授業では、最終的に教師が意図していた内容を生徒から引き出すことができました。一方、授業後のワークシートの質問 2 を見ると、「2 辺とその間の角になっているか、なっていないか」「三角形の合同条件に近いほど解きやすい」などの記述がありました。これらの生徒は、目標を十分に達成できたと考えました。ところが、無回答の答案やあまり思考をしないで答えた答案もあり、目標を達成できなかった生徒もいました。より多くの生徒に思考を促すような発問やワークシートを工夫することが、今後の課題であると考えます。
- ・対話の機会を多く設定し、生徒へ思考を促すように授業展開を工夫しました。単元後の意識調査によると、「数学が好き」の項目に事前（「好き」：17.9%、「どちらかというが好き」：41.0%）と事後（「好き」：15.4%、「どちらかというが好き」：64.1%）で大きな伸びが見られたことは本時だけでなく、単元を通して生徒が主体的に考えることができた成果だと考えます。
- ・思考力・判断力・表現力を育成するという視点で単元と本時の授業を構想することができました。単元後の思考力・判断力・表現力の変容を見取る評価問題において、事前（「十分満足できる」状況：0%、「おおむね満足できる」状況：7.7%）と事後（「十分満足できる」状況：2.6%、「おおむね満足できる」状況：59.0%）で大きな伸びがありました。思考力・判断力・表現力を育成するという視点で授業を構想することが成果に結び付いていると考えます。

単元計画

教科・科目・学年	数学・数学Ⅰ・1年
教科書	新編 数学Ⅰ(数研出版)

単元	第3章 図形と計量 第2節 三角形への応用			
単元の目標	正弦定理や余弦定理について理解し、それらを用いて図形の計量を行うことができる。また、三角比の測量における有用性について認識できる。			
単元の評価規準	関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
	① 正弦定理や余弦定理が有用であることを認識し、それらを用いて図形の計量に活用しようとしている。 ② 三角比の測量における有用性について、認識できている。	③ 正弦定理や余弦定理・面積の公式を導く過程を考察している。 ④ 計量に活用するために、正弦定理や余弦定理の式を多面的に見ている。	⑤ 正弦定理や余弦定理・面積の公式を用いて図形の計量を行っている。 ⑥ 三角形の決定条件が与えられたとき、三角形の残りの要素の求める方を身に付けている。	⑦ 正弦定理や余弦定理の利用の仕方及び三角形の面積の求め方について基礎的な知識を身に付けている。 ⑧ 正弦定理や余弦定理を三角形の決定条件と関連付けて理解している。

この単元で育成したい 主な思考力・判断力・ 表現力	正弦定理や余弦定理を多面的に見ることができ、それらを用いて具体的な事象を考察する力
---------------------------------	-------------------------------------------

授業の中で、育成したい思考力・判断力・表現力	
【1】	正弦定理の成り立ちについて、考察し表現する力(思考力・表現力)
【2】	余弦定理の成り立ちについて、考察し表現する力(思考力・表現力)
【3】	正弦定理や余弦定理を多面的に見る力(思考力)
【4】	問題を三角形の成立条件と関連して捉える力(思考力)
【5】	三角形の面積の公式の成り立ちについて、考察し表現する力(思考力・表現力)
【6】	問題を測量と関連付けて捉える力(思考力)
【7】	既習の内容を基にして、測量の問題を解決し、思考の過程を振り返り、三角比の有用性を認識する力(思考力・判断力・表現力)

時	○学習内容 ・学習活動	育成したい思考力・判断力・表現力	評価規準 (評価方法等)
1	○正弦定理(1) ・正弦定理の公式を図形的に理解する。	【1】	③(観察、ノート)
2	○正弦定理(2) ・正弦定理を利用して、三角形の外接円の半径、辺の長さや角の大きさを求める。	【6】	⑤(確認小テスト、定期 ⑦(確認小テスト)
3	○余弦定理(1) ・余弦定理の公式を図形的に理解する。	【2】	③(観察、ノート)
4	○余弦定理(2) ・余弦定理を利用して、三角形の辺の長さ、角の大きさが求 める。	【6】	⑤(確認小テスト、定期 ⑦(確認小テスト)
5	○余弦定理(3) ・余弦定理を利用して、三角形の辺の長さ、角の大きさが求 める。		⑤(確認小テスト、定期 ⑦(確認小テスト)
6	○正弦定理と余弦定理の応用(1) ・余弦定理や正弦定理を用いて、三角形の残りの辺の長さや 角の大きさを求める。(☆)	【3】【4】	④(観察、ノート) ⑥(確認小テスト) ⑧(観察、ノート)
7 本時	○正弦定理と余弦定理の応用(2) ・与えられた条件によって、三角形が1つに定まる場合と、定ま らない場合があるのはなぜなのか考察する。(☆)	【4】	④(観察、ワークシート) ⑥(ワークシート) ⑧(確認小テスト、定期 ⑨(定期試験))
8	○三角形の面積(1) ・三角比を用いた三角形の面積公式を考察する。	【5】	③(観察、ノート)
9	○三角形の面積(2) ・三角形の3辺の長さから面積を求める。 ・ヘロンの公式を理解する。	【5】	③(観察、ノート) ⑤(定期試験)
10	○空間図形への応用 ・正弦定理、余弦定理を空間図形の計量に応用する。	【6】	②(観察) ④(観察)
11	○空間図形への応用 ・正四面体の体積の求め方を考える。		②(観察) ④(観察)
12	○補充問題、コラム(1)	【6】	①(観察) ⑤(確認小テスト) ⑦(確認小テスト)
13	○課題学習 ・三角比を活用し、測量の問題に取り組む。(☆)	【6】【7】	①(ワークシート) ②(ワークシート) ⑤(ワークシート)
(☆)アクティブ・ラーニングの視点を踏まえた学習活動			

高等学校（数学科）学習指導案

1 単元名（教科書名）

「第3章 図形と計量 第2節 三角形への応用」（新編数学Ⅰ 数研出版）

2 単元について

(1) 教材観

正弦定理や余弦定理を学習し、その応用として三角形のいくつかの辺の長さや角の大きさが与えられているとき、残りの辺の長さや角の大きさを求めさせるものである。それぞれの定理を正しく用いることができるのかを確認できる教材である。

(2) 生徒観

対象クラスでは、数学における理解力に個人差はあるが、普段からペアワークを行っており、数学が得意な生徒は、隣の生徒と不明な点について協力して考えようとする姿勢がある。ただし、まだまだ受け身の授業態度の生徒もおり、今後も指導が必要である。

(3) 指導観

既習事項である正弦定理や余弦定理について再確認し、対話的で主体的に取り組みせるよう指導していきたい。また、計算力を身に付けなければならない生徒も少なからずいるため、授業で身に付けた知識を定着させるためにも、定期的に課題に取り組みせて家庭での学習も促している。

3 単元の目標

正弦定理や余弦定理について理解し、それらを用いて図形の計量を行うことができる。また、三角比の測量における有用性について認識できる。

4 単元の評価規準

関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	知識・理解
① 正弦定理や余弦定理が有用であることを認識し、それらを用いて図形の計量に活用しようとしている。 ② 三角比の測量における有用性について、認識できている。	③ 正弦定理や余弦定理、面積の公式を導く過程を考察している。 ④ 計量に活用するために、正弦定理や余弦定理の式を、多面的に見ている。	⑤ 正弦定理や余弦定理、面積の公式を用いて図形の計量を行っている。 ⑥ 三角形の決定条件が与えられているとき、三角形の残りの要素の求め方を身に付けている。	⑦ 正弦定理や余弦定理の利用の仕方及び三角形の面積の求め方について基礎的な知識を身に付けている。 ⑧ 正弦定理や余弦定理を三角形の決定条件と関連付けて理解している。

5 単元の指導計画

第2節 三角形への応用

正弦定理……………（2時間）

余弦定理……………（3時間）

正弦定理や余弦定理の応用…………… (本時 2 / 2 時間目)

三角形の面積…………… (2 時間)

空間図形への応用…………… (2 時間)

補充問題…………… (1 時間)

課題学習…………… (1 時間)

6 本時の目標

与えられた条件によって、三角形が 1 つに定まる場合と、定まらない場合があるのはなぜなのか考察することができる。

7 本時の評価規準

評価規準	評価の観点	評価方法
与えられた条件によって、三角形が 1 つに定まる場合と、定まらない場合があるのはなぜなのか考察している。	数学的な見方や考え方	観察, ワークシート
「おおむね満足」	三角形が 1 つに定まる場合と、定まらない場合について、与えられた条件の違いに気付くことができる。	
「十分満足」	三角形が 1 つに定まる場合と、定まらない場合について、「2 辺とその間の角」あるいは「合同(条件)」という言葉を使って説明することができる。	

8 本時の展開

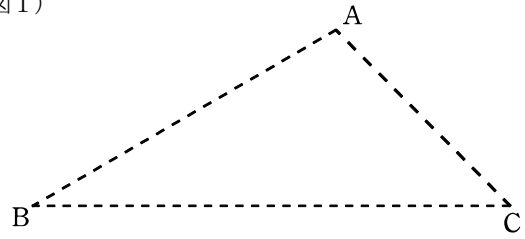
過程	学習活動	指導上の留意点	評価規準 (評価方法等)
導入	<ul style="list-style-type: none"> ペアワークで、三角比の値を確認する。 角と辺の関係で「正弦定理」、2 辺とその間の角で「余弦定理」を用いることを確認する。 		

展 開	<ul style="list-style-type: none"> ・応用例題 2 に取り組む。 			
	$\triangle ABC$ において、 $a=2$ 、 $b=\sqrt{3}+1$ 、 $C=60^\circ$ のとき、 残りの辺の長さや角の大きさを求めよ。	<ul style="list-style-type: none"> ・与えられた条件を確認し、図に対応させる。 ・最初に求めるものを考える。 ・余弦定理を用いて、辺を求める理由を考える。 ・辺 c から求める。 ・次に、角 A、B どちらを求めるか、何を使うか考える。 ・ここで、教科書の正弦定理を用いた解答を紹介すると同時に、約分する際のポイントをメモする。 ・正弦定理を用いて角 A を求める。ここで、角 A の 2 つ値について考える。 ・角 B を求める。 ・練習 25 に取り組む。 	<ul style="list-style-type: none"> ・辺の長さ、角の大きさをしっかり図に対応させるように指導する。 ・1人で考え、隣の人に考えを伝えさせる。(Think-Pair-Share) ・多くの生徒が辺 c から求めると答えるであろうと考える。 ・生徒からの「2辺とその間の角」という言葉を引き出す。 ・個人で考え、全体の考えを共有する。(ピア・インストラクション) ・正弦定理で角 A を求めることと余弦定理で角 A を求めることの両方を考えさせる。 ・1人で考え、隣の人に考えを伝える。(Think-Pair-Share) 	
	$\triangle ABC$ において、 $a=\sqrt{2}$ 、 $b=\sqrt{3}+1$ 、 $C=45^\circ$ のとき、 残りの辺の長さや角の大きさを求めよ。	<ul style="list-style-type: none"> ・ペアで解答を確認する。 ・前時のチャート式基本例題 113 と比較する。 		
	基本例題 113 $\triangle ABC$ において、 $B=30^\circ$ 、 $b=\sqrt{2}$ 、 $c=2$ のとき、 A 、 C 、 a を求めよ。	<ul style="list-style-type: none"> ・ワークシートの 3 つの質問に答える。 		

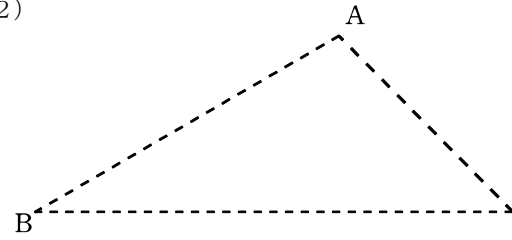
チャート式

基本例題113 $\triangle ABC$ において、 $B=30^\circ$ 、 $b=\sqrt{2}$ 、 $c=2$ のとき、 A 、 C 、 a を求めよ。

(図1)



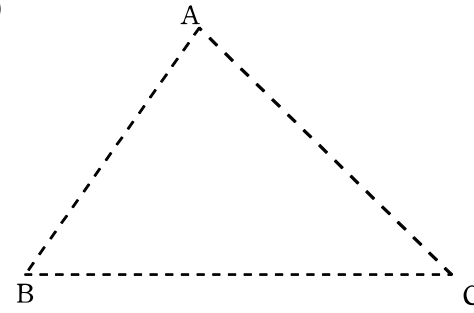
(図2)



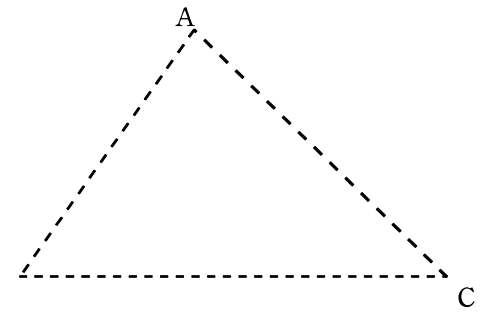
チャート式

PRACTICE 113 $\triangle ABC$ において、 $C=45^\circ$ 、 $b=2\sqrt{3}$ 、 $c=2\sqrt{2}$ のとき、 A 、 B 、 a を求めよ。

(図1)

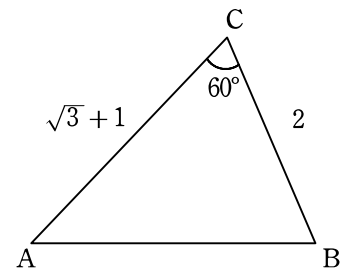


(図2)



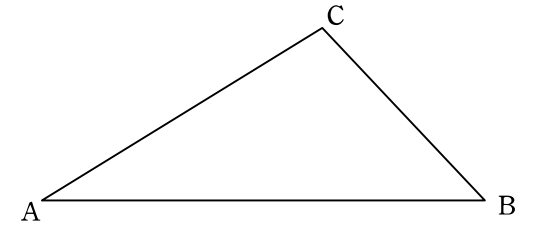
教科書P143

応用例題2 $\triangle ABC$ において、 $a=2$ 、 $b=\sqrt{3}+1$ 、 $C=60^\circ$ のとき、残りの辺の長さや角の大きさを求めよ。



練習25

$\triangle ABC$ において、 $a=\sqrt{2}$ 、 $c=\sqrt{3}+1$ 、 $B=45^\circ$ のとき、残りの辺の長さや角の大きさを求めよ。



質問1 「前の時間のチャート式基本例題113と教科書P143応用例題2では、どちらが簡単でしたか？」

- ①どちらも簡単
- ②(前日)チャート式が簡単
- ③(本日)教科書P143が簡単
- ④どちらも難しい

質問2 「(質問1で②, ③, ④と答えた人は) ②, ③, ④と答えたのはなぜですか？」

質問3

意識調査(事前)【数学①】

()年()組()号 氏名()

授業をよりよくするためのアンケートに協力をお願いします。成績には入りませんので思ったまま回答してください。
a~dの選択肢がある質問は、回答欄に記号で答えてください。また、選択肢がない質問は回答欄に文章で答えてください。

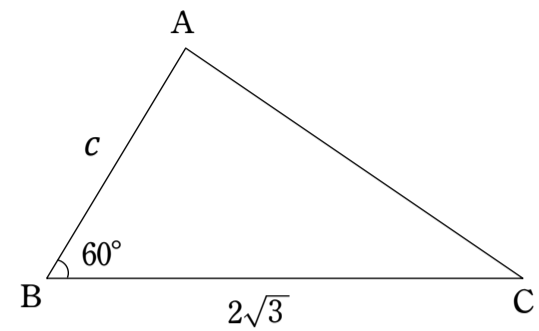
質 問		選 択 肢	回答欄
1	数学の授業は好きですか。	a とても好き	
		b どちらかという好き	
		c どちらかという嫌い	
		d 嫌い	
2	上の質問1で答えた理由を簡単に書いて下さい。		
3	数学は得意ですか。	a 得意	
		b どちらかという得意	
		c どちらかという不得意	
		d 不得意	
4	数学で分からないことがあったら、どのようにして解決することが一番多いですか。	a 先生に尋ねる	
		b 友人に尋ねる	
		c 塾や家庭教師の先生に尋ねる	
		d 自分で調べる	
		e そのままにしておく	
5	数学の授業の予習はしていますか。	a よくしている	
		b 時々している	
		c 指示があったときだけしている	
		d 全くしない	
6	数学の授業の復習はしていますか。	a よくしている	
		b 時々している	
		c テスト前はしている	
		d 全くしない	
7	数学の授業を受けているときまたは勉強しているとき、時間が経つのが早いと感じることはありますか。	a よくある	
		b ときどきある	
		c あまりない	
		d 全くない	
8	上の質問7で a または b を回答した人は、どんなときに早いと感じますか。具体的に書いてください。複数でもかまいません。		
9	公式を覚える前に、公式が導かれた過程を考えるようにしていますか。	a いつもしている	
		b ときどきしている	
		c あまりしていない	
		d 全くしていない	
10	数学において、友達と協力して問題を解いたことがありますか。	a よくある	
		b ときどきある	
		c あまりない	
		d 全くない	
11	協力して問題を解いたことがある人は、1人で解くときと比べて、どうでしたか。		
12	数学で学んだことを、普段の生活の現象と結び付けて考えたりしますか。	a よく考える	
		b 時々考える	
		c あまり考えない	
		d 全く考えない	
13	数学の授業で学んだことは、将来社会に出た時に役に立つと思いますか。	a とても役に立つと思う	
		b 少しは役に立つと思う	
		c あまり役に立たないと思う	
		d 全く役に立たないと思う	
14	上の質問13で答えた理由を簡単に書いて下さい。		

裏にも質問があります。

評価問題1

右下の図において、 $\angle B = 60^\circ$ 、 $BC = 2\sqrt{3}$ 、面積が3の $\triangle ABC$ があります。辺ABの長さを求めましょう。

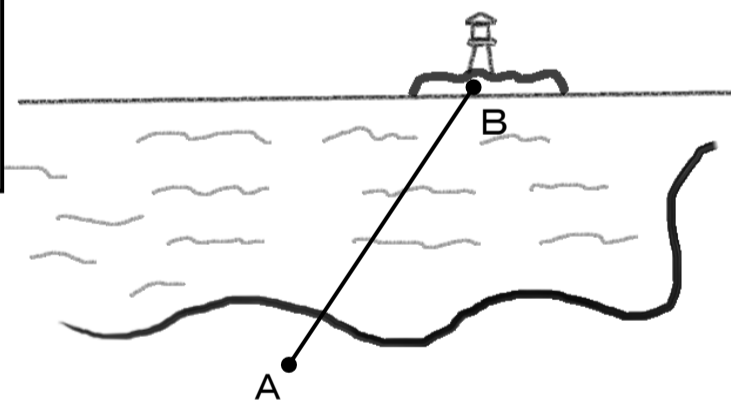
評価基準(B:「おおむね満足できる」状況、A:「十分満足できる」状況)
 B: 面積の公式を用いて、式をつくることできる。
 A: 答えを導くことできる。



評価問題2

たろうさんは、右下の図において、海岸から灯台までの距離(2点間の距離AB)を求めたいと考えました。どのような方法があるか書きましょう。
 ただし、たろうさんの持ち物は右下のようになっています。

評価基準(B:「おおむね満足できる」状況、A:「十分満足できる」状況)
 B: 距離を求めるために、任意の三角形を設定することできる。
 A: 三角形において、正弦定理を活用し距離ABが求められることを説明することできる。



たろうさんの持ち物

- ・2直線のなす角を測る測量器
- ・メジャー
- ・筆記用具
- ・数学 I の教科書
- ・分度器
- ・紙
- ・物差し
- ・水着
- ・ひも