

(5) 実践事例 2 第 2 学年「図形の調べ方」

ア 実践事例 2 について

指導に当たって

指導に当たっては、まずは観察、操作や実験などを通して、対頂角の性質や平行線の性質を確認したり、角の大きさなどの値を求めたりする学習に取り組ませる。そこから、その事柄の根拠を明らかにさせることで、筋道立てて説明することへと促したい。そこで、初めは根拠を明らかにして説明し伝え合う活動を通して、推論の過程を自分の言葉で他者に分かりやすく表現することに留意したい。

証明を書くことの指導に当たっては、単に形式的な証明の記述を要求するのではなく、まずは証明の構想や方針を立てさせることを大切にしたい。そして、それを基に証明に用いる言葉や用語、記号を使うことに慣れるようにし、漸次、推論の過程を正確に、しかも分かりやすく表現する能力を高めていくようにする。また、いろいろな証明を比較したり評価したりする活動を通して、複数の証明に気付かせたり、演繹的な証明の必要性についての理解を深めさせたりしたい。グループ等での話し合い活動を適宜取り入れることで自分の言葉で説明することへの抵抗感を和らげるようにし、学習を進めていくようにしたい。

本時の授業における数学的活動の具体

段階	授業に位置付けた具体的な数学的活動
つかむ	証明で使う正しいと認められた事柄にはどんなものがあったのか確認し、黒板に掲示していくことで、証明の学習への意識付けを図る。
見通す 練り合う 深める	<p>【数学的活動】ア どのような場合にも $\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$ がいえることを予想させることで、生徒が見通しをもって、学習活動に取り組むことができるようにする。</p> <p>【数学的活動】イ 生徒が観察、操作などの具体的な活動を通して、どのような場合にも $\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$ が成り立つことを確かめることができるようにする。すべてを調べることはできないことから、証明の必要性を感じさせるようにする。</p> <p>【数学的活動】ウ 図形の証明をワークシートへ記述させ、数学的な表現を用いて説明できるようにする。また、自分自身が考えたものと他者が考えたものを比較させることで、理解を深めさせることができるようにする。(数学的活動の成果の共有)</p> <p>【数学的活動】エ 自分自身が考えたものと他者が考えたものとを比較させることで、共通する性質について考えさせ、証明のよさについて気付かせることができるようにする。</p> <p>【数学的活動】オ 課題の条件を変えることで、新たな発見へとつなげることができるようにする。</p>
まとめる	<p>【数学的活動】カ 学習のまとめとしての振り返りを通して、数名の生徒に発表させることで、数学のよさを実感させることができるようにする。</p>

イ 中学校第 2 学年 数学科詳細授業展開案

1 単元名 図形の調べ方

2 単元の目標

- (1) 観察、操作や実験などの活動を通して、対頂角や平行線の性質を見いだそうとしている。
- (2) 平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確かめ説明することができる。
- (3) 平行線の性質や三角形の角についての性質などを、簡潔に表現したり、角の大きさなどを求めたりすることができる。
- (4) 図形の性質が成り立つ理由を説明する方法や図形の証明の必要性と意味を理解している。

3 単元の評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについて の知識・理解
様々な事象を平行線の性質、三角形の角についての性質などで捉えたり、平面図形の基本的な性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学の問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとする。	平行線の性質、三角形の角についての性質などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	平行線の性質、三角形の角についての性質などを、数学の用語や記号を用いて簡潔に表現するなど、技能を身に付けている。	平行線の性質、三角形の角についての性質などを理解し、知識を身に付けている。

4 単元の計画 (全 16 時間)

節	項	時数 (時間)
1 平行と合同	1 角と平行線	3
	2 多角形の角	4
	3 三角形の合同	3
2 証明	1 証明とそのしくみ	3 (本時 3 / 3)
	2 合同条件を使った証明の進め方	2
単元のまとめ		1

「○」…指導に生かすための形成的な評価、「◎」…単元における総括の資料とするための記録に残す評価

時間	ねらい	学習活動	評価規準・評価方法			
			数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについての知識・理解
1	小単元1 観察、操作や実験などを通して、対頂角の性質、平行線の性質、平行線になる条件について理解することができる。	観察、操作や実験などを通して、対頂角や平行線の性質について考え、対頂角の性質について理解する。	◎平行線や角の性質に関心をもち、その性質を帰納的に確かめて演繹的に導いたり、それを用いて角の大きさを求めたり、直線の位置関係を表したりしようとしている。〔観察・ノート〕	○「対頂角は等しい」ことを、帰納的な推論や類推を用いて考えることができる。〔観察・ノート〕		
2		同位角や錯角の位置関係を知り、平行線と同位角の関係について理解する。		○対頂角、同位角、錯角の大きさを求めることができる。〔観察・ノート〕	○対頂角、同位角、錯角の意味を理解している。〔観察・ノート〕	
3		平行線と錯角の関係について理解する。		◎対頂角、同位角、錯角の大きさを求めることができる。〔小テスト〕	◎対頂角の性質、平行線の性質、平行線になる条件を理解している。〔小テスト〕	
4	小単元2 三角形の内角・外角の性質について理解し、多角形の内角の和や外角の和を求めることができる。	三角形の三つの角の和が 180° であることを平行線と角の性質を使って、考察する。	◎多角形の角についての性質に関心をもち、既習のことに帰着させるなどして、多角形の内角や外角の和などを考えようとしている。〔観察・ノート〕	○「三角形の内角の和が 180° である」ことなどを、平行線の性質を用いて説明することができる。〔観察・ノート〕		
5		三角形の内角・外角の性質や三つの三角形(鋭角・鈍角・直角)について理解する。			◎三角形の内角・外角の性質や三つの三角形(鋭角・鈍角・直角)について理解している。〔小テスト〕	
6		多角形の内角の和について理解する。		◎多角形の内角の和を予想し、それが正しいことを既習のことに帰着させて考えることができる。〔小テスト〕	○多角形の内角の和を求めることができる。〔観察・ノート〕	
7		多角形の外角の和について理解する。			○多角形の外角の和を求めることができる。〔観察・ノート〕	◎多角形の内角の和と外角の和の求め方を理解している。〔小テスト〕

8	小単元3 合同な図形の性質、三角形の合同条件について理解する。	合同な図形の性質について理解する。	◎合同な図形の性質や三角形の合同条件に関心を持ち、それらを見いだそうとしている。〔観察・ノート〕			◎図形の合同の意味を理解している。〔小テスト〕
9	合同な図形の性質、三角形の合同条件について理解し、三角形の合同条件を根拠として二つの三角形が合同かどうか考察することができる。	操作活動を通して、三角形の合同条件について考える。		○三角形の決定条件を基にして、二つの三角形が合同になるための条件を見いだすことができる。〔観察・ノート〕		
10		三角形の合同条件について理解し、二つの三角形が合同かどうかを、合同条件を用いて考察する。			◎二つの三角形が合同であることや、辺や角の関係などを、記号を用いて表すことができる。〔小テスト〕	
11	小単元4 証明の意味と仮定から結論を導く証明の仕組みについて理解することができる。	証明の意味や仮定、結論について知る。	◎図形の性質などを証明することに関心を持ち、その必要性と意味を考えたり、証明の方法について考えたりしようとしている。〔観察・ノート〕		○仮定や結論などを、記号を用いて表すことができる。〔観察・ノート〕	○証明の意味や、仮定と結論の意味を理解している。〔観察・ノート〕
12		証明の道筋について理解する。		○図形の性質などを証明するために、構想や方針を立てることができる。〔観察・ノート〕		
13 本時		証明の必要性や証明の方法について考える。		○すでに正しい事柄を根拠にして、仮定から結論を導く証明の筋道を考えることができる。〔ワークシート〕		○証明の必要性や証明の方法を理解している。〔ワークシート〕
14	小単元5 三角形の合同条件を使って、簡単な図形の性質を証明することができる。	三角形の合同条件を使った証明の進め方について理解する。	◎三角形の合同条件を用いて図形の性質などについて考えようとしている。〔観察・ノート〕			◎証明のための構想や方針の必要性と意味を理解している。〔観察・ノート〕
15		三角形の合同条件を使って証明する。		◎構想や方針を基にして、仮定など根拠となる事柄を明らかにし、筋道立てて結論を導くにはどうすればよいかを考えることができる。〔観察・ノート〕	◎三角形や辺、角などを、記号を用いて表すことができる。〔観察・ノート〕	
16	単元のまとめをする。	単元テストを解く。				単元テストの結果を基に、これまでの評価結果を補正する。

6 本時の学習

- ・証明とそのしくみ (本時 3 / 3)


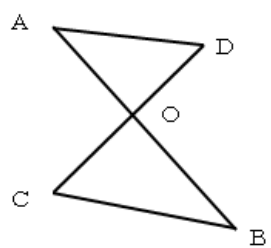
7 本時の目標

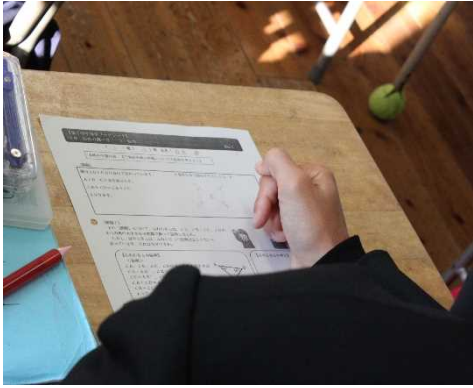
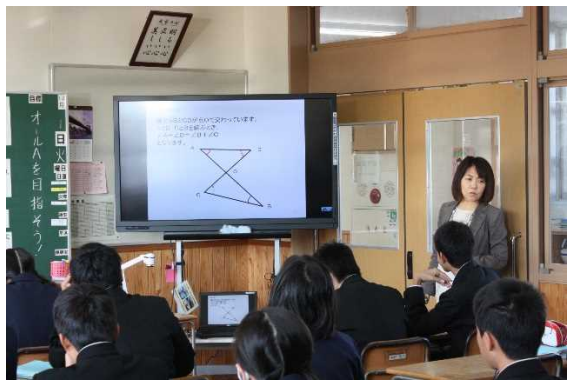

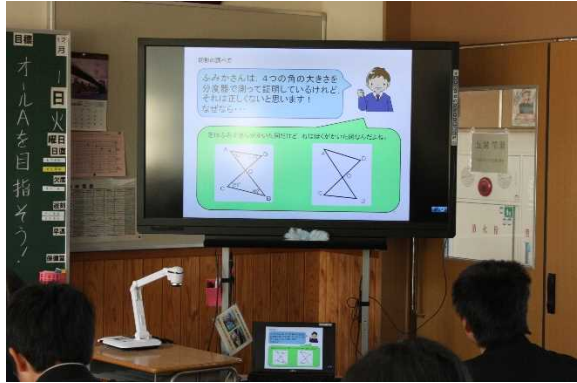
- ・証明の必要性や証明の方法について考えることができる。


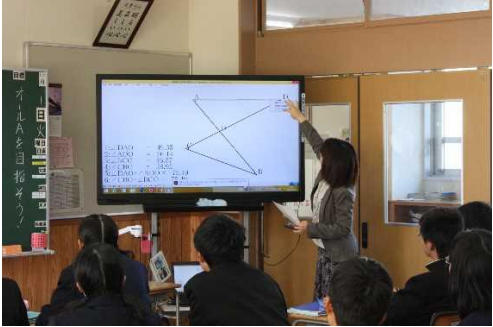

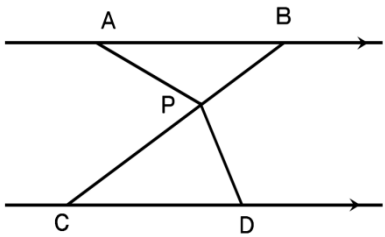
8 本時の評価規準

- ・図形の性質などを証明することに関心をもち、その必要性和意味を考えたり、証明の方法について考えたりしようとしている。
(小単元で評価)【数学への関心・意欲・態度】
- ・すでに正しい事柄を根拠にして、仮定から結論を導く証明の筋道を考えることができる。
【数学的な見方や考え方】
- ・証明の必要性や証明の方法を理解している。
【数量や図形などについての知識・理解】


9 本時の展開

段階	学習活動	形態	○指導上の留意点及び教師の支援 (●数学的活動における教師の支援) ※評価規準と【観点】、(方法)
つかむ	1 証明の仕組みについて確認する。 2 本時の学習内容を知る。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> 三角形の角の性質についての証明を考えよう。 </div>	斉	○前時で学習した証明の仕組みについて、確認させ、正しいと認められる事柄にはどのようなものがあったか思い出させた。  ○本時のめあてを確認し、学習の見通しをもたせた。
見通す	3 課題を知る。 [課題] <div style="border: 1px solid black; padding: 10px;"> 線分 AB と CD が点 O で交わっています。 A と D、C と B を結ぶとき、 $\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$ となります。 </div>	斉	○電子黒板で図の条件を確認しながら、各自のワークシートに課題の図を描かせることで、課題を把握させた。 

		
<p>練 り 合 う</p>	<p>4 課題 1 について考える。 〔課題 1〕</p>	<p>個 ●ふみかさんの証明は、なぜ正しくないのかを予想させた。</p>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>上の〔課題〕について、ふみかさんは、$\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$の4つの角の大きさを分度器で測って証明しました。 しかし、はやとさんは、ふみかさんの証明は正しくないと言っています。 なぜそう言ったのか、はやとさんの考えを書いてみよう。</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>【数学的活動】ア 成り立つ事柄を予想する活動</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> <p>【数学的活動】イ 観察、操作などの具体的な活動</p> </div> <p>[予想される生徒の反応]</p> <ul style="list-style-type: none"> ・全員必ず同じ角度になるとは限らない。 ・全員が同じ図を書いたわけではない。 ・正しいとわかっていることを使っていない。 ・わからない。 	<p>斉 ●生徒の予想を基に、ワークシートのふみかさんの図や各自が描いた図の角の大きさを比較させたり、実際に測らせたりして、課題 1 の証明の不備を確認させた。そのことから、演繹的な証明の必要性に気付かせた。</p> 
<p>5 課題 2 について考える。 〔課題 2〕</p>	<p>個 ○証明の根拠として用いてよい事柄について確認したり、既に分かっている事柄については、図の中に印を入れさせたりして、証明の進め方を明確にさせた。</p>	
<p>$\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$ を証明しましょう。</p>		

<p>6 課題 2 について説明し合う。 ・グループで説明し合う。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【数学的活動】ウ 自分の考えを人に伝える活動・人の考えを理解する活動</p> </div> <p>・全体で確認する。</p> 	<p>○活動が進まない生徒には、三角形の内角の和や対頂角の性質に着目させ、それを基に証明を進めていくように助言した。</p>  <p>G ●自分が書いた証明が正しいかどうかを、ワークシートの記述を基に、図で確認しながら互いに説明し合うように指示した。</p>  <p>斉 ○生徒の記述を電子黒板で写して発表させ、それを基に全体で確認させた。</p>
<p>深める 7 課題 3 について考える。 [課題 3] 右の図で、$AB \parallel CD$とします。 線分 BC 上に点 P をとるとき、 $\angle A + \angle APB = \angle D + \angle DPC$ となります。 このことを証明しましょう。</p>	<p>斉 ○電子黒板で、課題 3 の条件を確認し、課題の内容を確認させた。</p> 

<p>【数学的活動】オ 発展的に考える活動</p>	<p>個 ●課題 2 の証明と比較させることで、根拠となる事柄に気付かせた。</p> <p>※証明の必要性や証明の方法を理解している。</p> <p>【数量や図形などについての知識・理解】 (観察・ワークシート)</p> <p>「おおむね満足できる」状況(B)：測定値などの具体的な数値ではなく、証明に用いる言葉や用語、記号を用いて記述している。</p> <p>「努力を要する」状況(C)と判断される生徒への指導：課題 2 を振り返らせることで、演繹的な証明の必要性に気付かせる。その後、等しい角がないかどうかに着目するように助言する。</p> <p>※すでに正しい事柄を根拠にして、仮定から結論を導く証明の筋道を考えることができる。</p> <p>【数学的な見方や考え方】 (観察・ワークシート)</p> <p>「おおむね満足できる」状況(B)：証明するための根拠として、三角形の 3 つの内角の和が 180° であることと平行線の錯角は等しいことを用いることができる。</p> <p>「努力を要する」状況(C)と判断される生徒への指導：電子黒板で、$AB \parallel CD$ の図を提示し、$\angle B = \angle C$ (錯角) であることに気付かせる。その後、課題 3 の前半の証明を提示し、参考にしながら証明を書き進めるように助言する。</p> <p>斉 ○生徒の記述を電子黒板で写して発表させ、それを基に、全体で確認させた。</p> <p>○大きさの等しい角を確認し、平行線の錯角は等しいことを押さえた。</p>
<p>・全体で確認する。</p>	

	 <div data-bbox="225 573 759 707" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【数学的活動】エ 目の前の課題から、物事の本質を見抜こうとする活動</p> </div>	<p>●課題 2 の証明については、内角の性質だけでなく、外角の性質を用いても証明が成り立つことを確認し、証明のよさに気付かせた。</p>
<p>ま と め る</p>	<p>8 本時の学習のまとめをする。</p> <div data-bbox="225 860 759 949" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【数学的活動】カ 自分が行った活動を振り返る活動</p> </div>	<p>斉 ●本時のまとめをワークシートに記述させ、証明の必要性や方法について振り返らせた。</p>

※ 形態の欄の「斉」「個」「G」はそれぞれ以下のような活動を示している。

斉・・・一斉活動 個・・・個人活動 G・・・グループ活動

【第 2 学年数学ワークシート】

4 章 図形の調べ方 2 証明

No. 1

() 組 () 号 氏名 ()

〔めあて〕

〔課題〕

線分 AB と CD が点 O で交わっています。

《条件に合う図をかきましょう。》

A と D、C と B を結ぶとき、

$$\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$$

となります。

〔課題 1〕

上の〔課題〕について、ふみかさんは、 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ の 4 つの角の大きさを分度器で測って証明しました。

しかし、はやとさんは、ふみかさんの証明は正しくないと言っています。なぜそう言ったのか、はやとさんの考えを書いてみよう。



【ふみかさんの証明】

<証明>

 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、 $\angle D$ の 4 つの角の大きさは

$$\angle A = 45^\circ, \angle B = 40^\circ$$

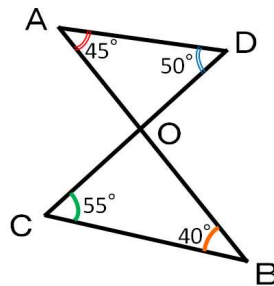
$$\angle C = 55^\circ, \angle D = 50^\circ \text{ だから、}$$

$$\angle A + \angle D = 45^\circ + 50^\circ = 95^\circ$$

$$\angle B + \angle C = 40^\circ + 55^\circ = 95^\circ$$

よって、

$$\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$$



【はやとさんの考え】

〔課題 2〕

 $\angle A + \angle D = \angle B + \angle C$ を証明しよう。

<証明>

三角形の内角の和は () だから、

$$\angle A + \angle D + \angle AOD = () \dots \textcircled{1}$$

$$\angle B + \angle C + () = 180^\circ \dots \textcircled{2}$$

①から、

$$\angle A + \angle D = 180^\circ - () \dots \textcircled{3}$$

②から、

$$\angle B + \angle C = (-) \dots \textcircled{4}$$

また、() は等しいから、

$$\angle AOD = () \dots \textcircled{5}$$

③、④、⑤から、

$$() = ()$$

【第 2 学年数学ワークシート】

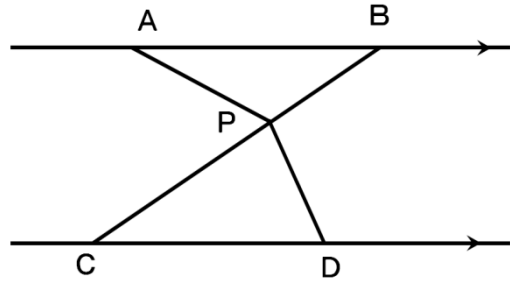
4 章 図形の調べ方 2 証明

No. 2

() 組 () 号 氏名 ()

〔課題 3〕

右の図で、 $AB \parallel CD$ とします。
 線分 BC 上に点 P をとるとき、
 $\angle A + \angle APB = \angle D + \angle DPC$
 となります。
 このことを証明しよう。



<証明>

三角形の内角の和は、.....だから、

$$\angle A + \angle APB + (\angle \quad \quad \quad) = (\quad \quad \quad) \dots \textcircled{1}$$

〔課題 2〕の証明を参考にする
と、うまく書け
そうだね。

《分かったこと》