# 中学校数学科
# 第３学年
# ６　三平方の定理
## ［思考力・判断力・表現力を育む問題］
## ［解答例］

中学校

年　　組　　号 氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

## ■練習問題①

(1)

ア　$a-b$　　イ　$\frac{1}{2}ab$　　ウ　$c^2$

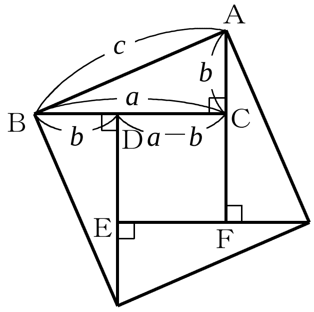
【ポイント】
右の図のように，正方形CDEFの１辺の長さは $a-b$ となるね。また，式の左辺については，次のように整理することができるね。

$$\overset{2}{\cancel{4}} \times \frac{1}{\cancel{2}} ab + (a-b)^2 = c^2$$

$$2ab + (a^2 - 2ab + b^2) = c^2$$

$$\cancel{2ab} + a^2 \cancel{-2ab} + b^2 = c^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$



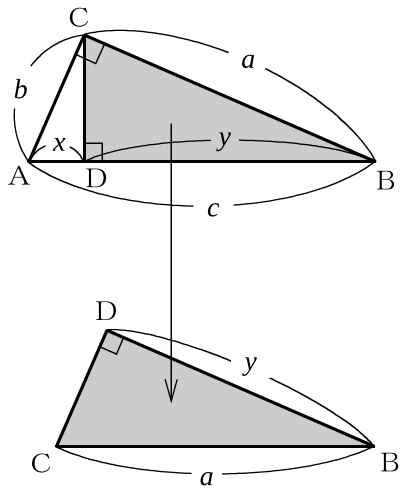

(2)

②　$a:y=c:a$
　　$a^2=cy$

（$y:a=a:c$　$c:a=a:y$
　$a^2=cy$　，　$cy=a^2$　　など，同値な式は正答とする。）

③　$x+y=c$

【ポイント】
（②について）
△ABC∽△CBDで，右の図のようにそれぞれ
△ABCの辺BCに対し，△CBDの辺BD，
△ABCの辺ABに対し，△CBDの辺CB
が対応している辺になっているね。
だから，BC：BD＝AB：CBとなり，
比例式の外側の項の積と内側の項の積は等しいから，　$a:y=c:a$
　　$a^2=cy$　　となるね。




（③について）
AB＝$c$ で，AD＝$x$，BD＝$y$ としているので，
$x+y=c$ はいえることだね。
$x+y=c$ より，$c(x+y)=c^2$ がいえるので，
$a^2+b^2=c^2$ が導けるね。

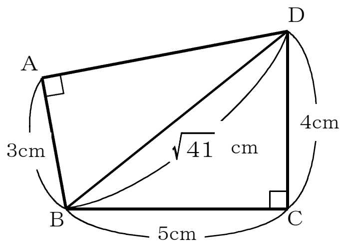
■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

## ■練習問題②

1　$4\sqrt{2}$ cm

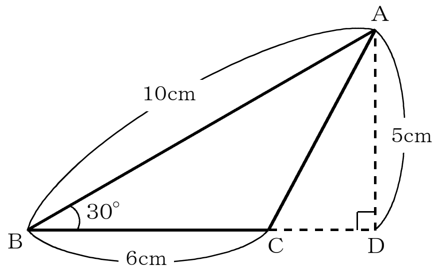
【ポイント】
次のように求めるといいね。
△BCDにおいて，∠C＝90°
だから，三平方の定理より，
$BD^2=5^2+4^2=41$
BD＞０より，
$BD=\sqrt{41}$ (cm)

△ABDにおいて，∠A＝90°
だから，三平方の定理より，
$AD^2+3^2=(\sqrt{41})^2$
$AD^2=41-9=32$
AD＞０より，$AD=4\sqrt{2}$ (cm)




2　15 cm²

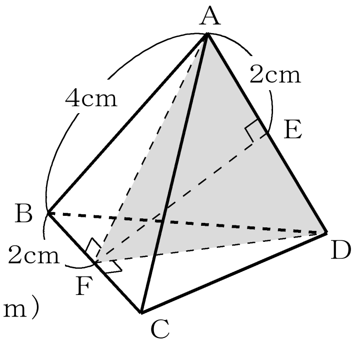
【ポイント】
右の図のように，点Ａから直線BCに垂線をひいて，
∠ADB＝90°となる直角三角形ABDをつくると，
∠B＝30°より，AD : BD : AB＝1 : $\sqrt{3}$ : 2となるね。
AB＝10 (cm) だから，AD＝５(cm) となり，
$\triangle ABC=\frac{1}{\cancel{2}}\times\overset{3}{\cancel{6}}\times 5=15$ (cm²) となるね。




3　(1)　$2\sqrt{2}$ cm

【ポイント】
次のように求めるといいね。
△ABCは正三角形で，
BF＝2cm，∠AFB＝90°
となるから，$AF^2+2^2=4^2$
$AF^2=16-4=12$
AF＞０より，
$AF=2\sqrt{3}$ (cm)

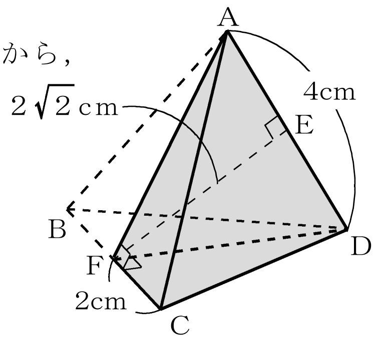
△FADは，AF＝FDの二等辺
三角形で，AE＝２cm，
∠AFB＝90°となるから，
$EF^2+2^2=(2\sqrt{3})^2$
$EF^2=12-4=8$
EF＞０より，$EF=2\sqrt{2}$ (cm)




(2)　$\frac{16\sqrt{2}}{3}$ cm³

【ポイント】
三角錐(すい)CAFDの底面を△AFDと考えると，高さはFCとなるから，
三角錐CAFDの体積は，
$\frac{1}{3}\times\triangle AFD\times FC$
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}\times 2$
$=\frac{8\sqrt{2}}{3}$ (cm³) となるね。

正四面体ABCDの体積は，
三角錐CAFDの体積の２倍
だから，
$\frac{16\sqrt{2}}{3}$ (cm³) となるね。



■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

## ■練習問題③

(1)　$24\pi\,\text{cm}^2$

【ポイント】

円錐（すい）の側面は，展開図のおうぎ形の部分だから，次のように，円錐（すい）の展開図のおうぎ形の面積を求めるといいね。

（求め方①）

おうぎ形の中心角を $x$°とすると，

$$2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 4$$

これを解いて，$x = 120$

よって，求める側面積は，

$$\pi \times 12^2 \times \frac{120}{360} = 48\pi\ (\text{cm}^2)$$

（求め方②）

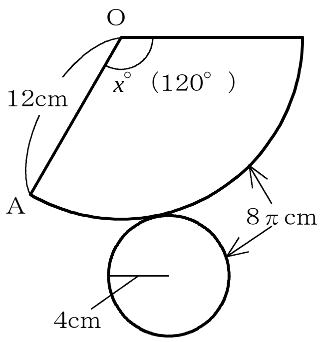
おうぎ形の弧の長さは，底面の円周の長さに等しく，$8\pi$ cm。

また，半径が12cmの円周の長さは，$24\pi$ cm。

よって，求める側面積は，

$$\pi \times 12^2 \times \frac{8\pi}{24\pi} = 48\pi\ (\text{cm}^2)$$

円錐の展開図



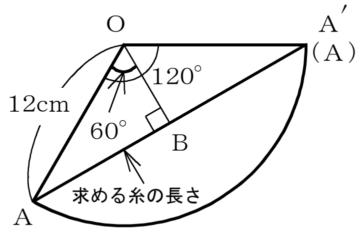

(2)　$12\sqrt{3}$ cm

【ポイント】

(1)から，円錐の側面は右図ような中心角が120°のおうぎ形になるね。

（1）を（求め方②）で求めた場合，中心角は，

$$360 \times \frac{8\pi}{24\pi} = 120(°)$$ と求められるね。




求める糸の長さは，右図の点Aと点A′を結ぶ最短の長さ，つまり，弦AA′の長さになるね。

点Oから弦AA′に垂線をひき，その交点をBとすると，∠AOB＝60°となるから，

△OABは，３辺の比が$1:\sqrt{3}:2$の直角三角形になるね。

OA＝12cmだから，AB＝$6\sqrt{3}$ cmとなり，求める糸の長さは，$12\sqrt{3}$ cmとなるね。

4　$6\sqrt{7}$ cm

【ポイント】

求める糸の長さは，右図のおうぎ形の点Aと点Mを結ぶ最短の長さ，つまり，線分AMの長さになるね。

右図のように，直角三角形である△OACをつくると，

∠COA＝60(°)だから，△OACの３辺の比は，

$1:\sqrt{3}:2$となるね。AO＝12(cm)より，

AC＝$6\sqrt{3}$ (cm)，CM＝CO＋MO＝6＋6＝12 (cm)

となるので

$AM^2 = 12^2 + (6\sqrt{3})^2 = 144 + 108 = 252$

AM＞０より，AM＝$\sqrt{252} = 6\sqrt{7}$ (cm)となるね。