

中学校数学科

第3学年

5 図形と相似

[知識・技能の習得を図る問題]

中学校

年 組 号 氏名

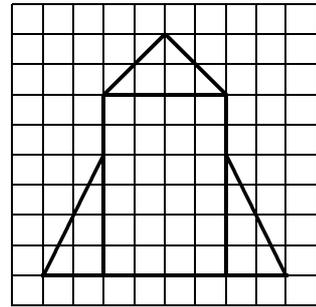
■知識・技能の習得を図る問題

年 組 号 氏名

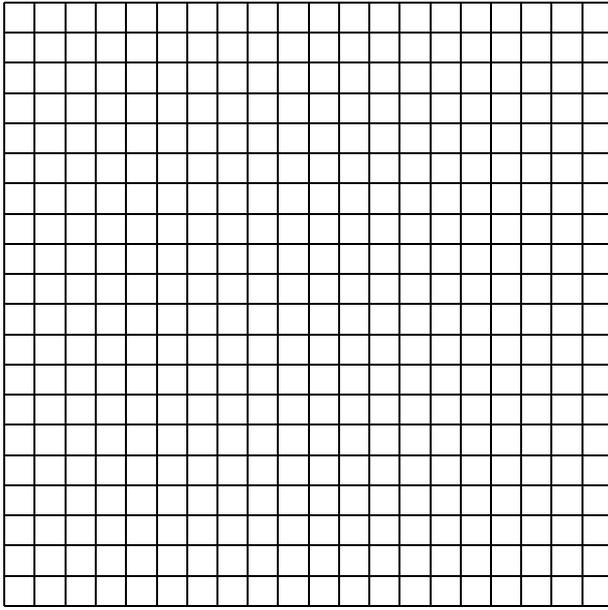
■練習問題①

- 1 右のような方眼にかかれた図形Aがあります。
図形Aの2倍の拡大図と $\frac{1}{2}$ の縮図を、下の方眼にそれぞれかきなさい。

図形A

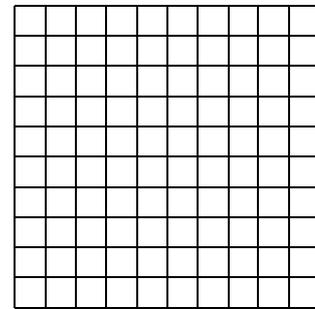


【解答】 図形Aの2倍の拡大図



【解答】

図形Aの $\frac{1}{2}$ の縮図



- 2 次の(1), (2)の比例式を解きなさい。

(1) $2 : x = 4 : 12$

(2) $6 : 5 = 4 : x$

【解答】

$x =$

【解答】

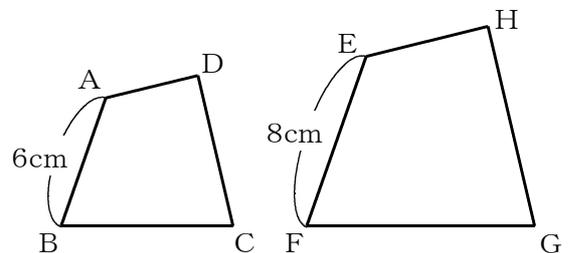
$x =$

- 3 右の四角形ABCDと四角形EFGHは相似です。
次の(1), (2)の各問いに答えなさい。

- (1) 四角形ABCDと四角形EFGHの相似比を求めなさい。

【解答】

：



- (2) $FG = 10\text{cm}$ のとき, BCの長さを求めなさい。

【解答】

cm

■知識・技能の習得を図る問題 年 組 号 氏名

■練習問題②

1 次の にあてはまることばを書き入れなさい。

●三角形の相似条件●

2つの三角形は、次の各場合に相似である。

① が、すべて等しいとき

② が、それぞれ等しいとき

③ が、それぞれ等しいとき

2 下の図1と図2について、あとの(1)、(2)の各問いに答えなさい。

図1

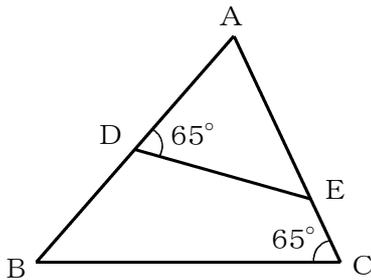
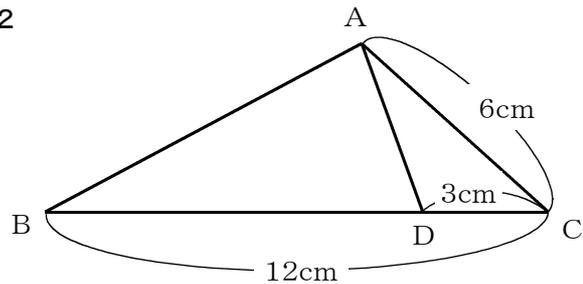


図2



(1) 図1と図2で、それぞれ相似な2つの三角形を記号 \sim を使って表し、そのとき使った相似条件を書きなさい。

【解答】

	相似な三角形	相似条件
図1		
図2		

(2) 図2において、 $AB=9\text{cm}$ となるときのADの長さを求めなさい。

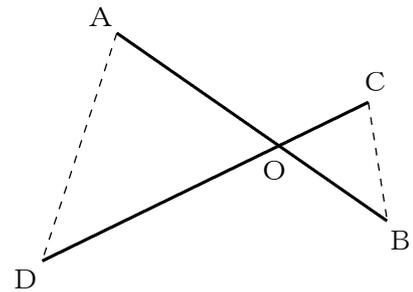
【解答】

cm

■知識・技能の習得を図る問題 年 組 号 氏名

■練習問題③

1 2つの線分ABとCDが点Oで交わっていて、
 AO=6cm, BO=4cm, CO=3cm, DO=8cm
 です。△AODの△COBであることを、次のよう
 に証明するとき、 にあてはまるもの
 を書き入れなさい。



【解答】

証明 △AODと△COBで、

AO : = 6 : 3 = :

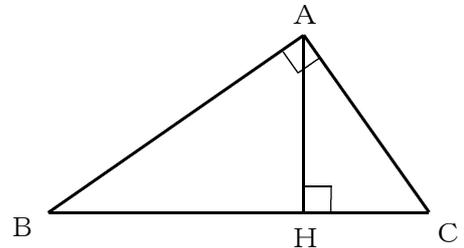
DO : = 8 : 4 = :

よって、AO : CO = DO : BO①

は等しいから、∠AOD = ②

①, ②から、 がそれぞれ
 等しいので、△AODの△COBである。

2 ∠A=90° の△ABCで、Aから斜辺BCに垂線
 AHをひくとき、△HBAの△HACとなります。
 このことを次のように証明するとき、 に
 あてはまるものを書き入れなさい。



【解答】

証明 △HBAと△HACで、

AH⊥BCだから、∠BHA = ①

△HBAで、∠ABH + ∠BAH = °②

また、∠BAC=90°だから、

∠CAH + ∠BAH = °③

②, ③から、 = ④

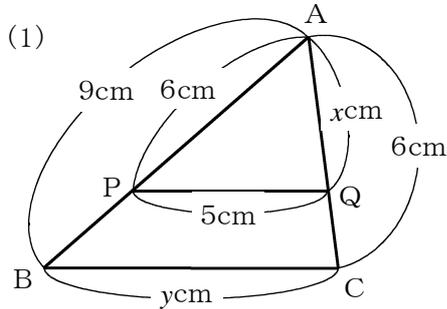
①, ④から、 がそれぞれ等しいので、
 △HBAの△HACである。

■知識・技能の習得を図る問題

年 組 号 氏名

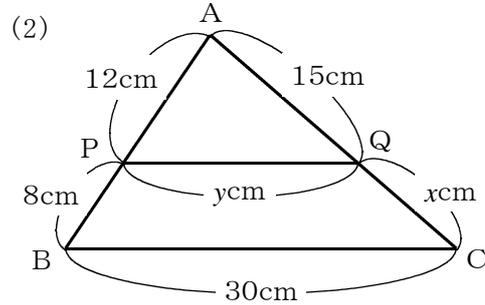
■練習問題④

1 次の(1), (2)の図で, $PQ \parallel BC$ のとき, x, y の値をそれぞれ求めなさい。



【解答】

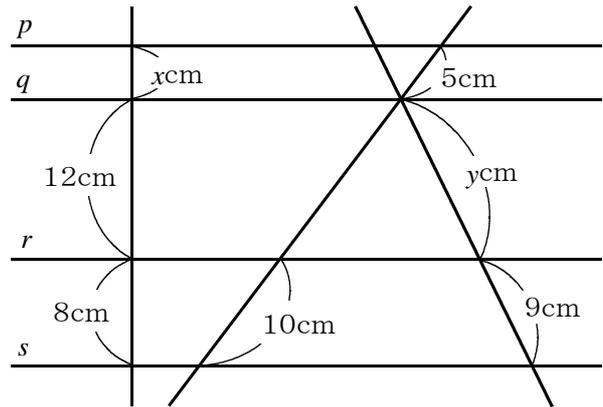
$x = \quad \text{cm} , y = \quad \text{cm}$



【解答】

$x = \quad \text{cm} , y = \quad \text{cm}$

2 右の図で, 直線 p, q, r, s が平行のとき, x, y の値を求めなさい。



【解答】

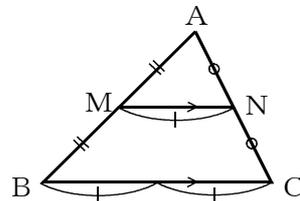
$x = \quad \text{cm} , y = \quad \text{cm}$

3 次の にあてはまるものを書き入れなさい。

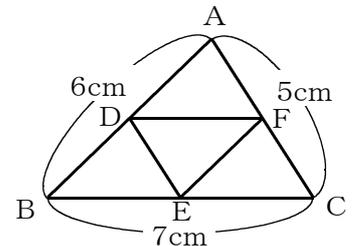
●中点連結定理●

$\triangle ABC$ の2辺 AB, AC の中点を,
それぞれ, M, N とすると,

$MN \parallel$, $MN =$



4 右の図の $\triangle ABC$ で, 点 D, E, F はそれぞれ辺 AB, BC, CA の中点です。 $\triangle DEF$ の周の長さを求めなさい。



【解答】

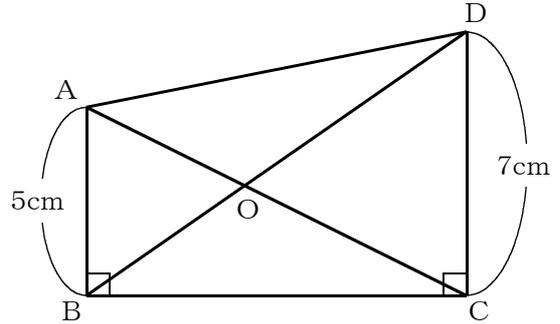
cm

■知識・技能の習得を図る問題

年 組 号 氏名

■練習問題⑤

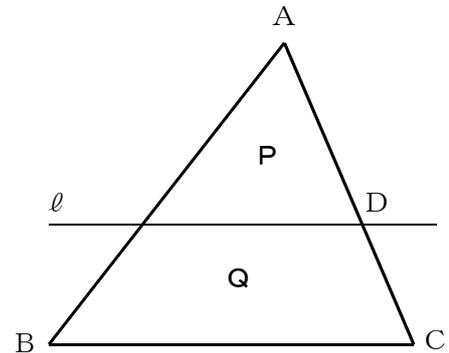
1 右の図で、 $\triangle AOB$ と $\triangle COD$ の面積の比を求めなさい。



【解答】

:

2 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺BCに平行な直線 ℓ が、辺ACと点Dで交わり、 $AD : DC = 3 : 2$ です。 $\triangle ABC$ の面積が 75cm^2 のとき、図の2つの部分P、Qの面積をそれぞれ求めなさい。

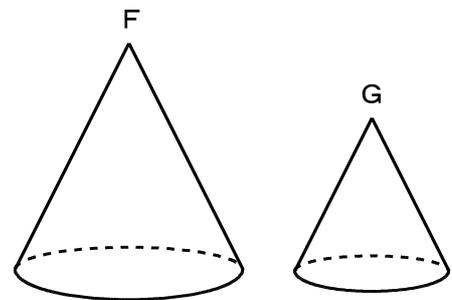


【解答】

P	cm^2 ,	Q	cm^2
---	-----------------	---	---------------

3 相似な2つの円錐FとGがあり、その高さの比は、 $3 : 2$ です。次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) FとGの底面の周の長さの比を求めなさい。



【解答】

:

(2) Fの表面積が 126cm^2 のとき、Gの表面積を求めなさい。

【解答】

cm^2

(3) Gの体積が 40cm^3 のとき、Fの体積を求めなさい。

【解答】

cm^3

中学校数学科

第3学年

5 図形と相似

[知識・技能の習得を図る問題]

[解答例]

中学校

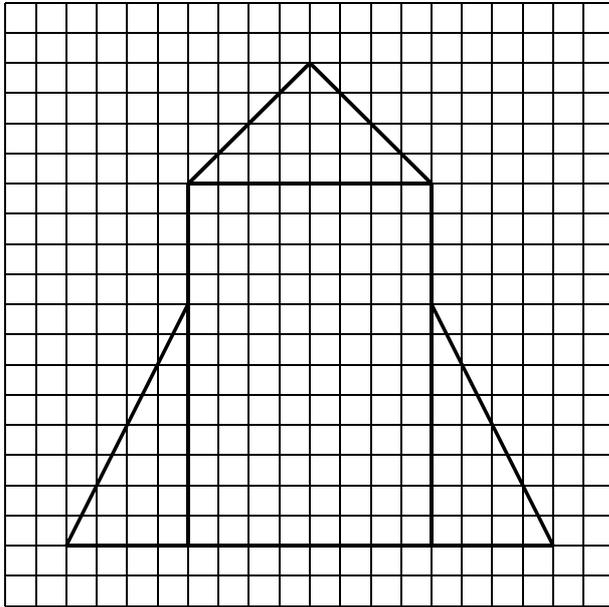
年 組 号 氏名

■知識・技能の習得を図る問題[解答] 年 組 号 氏名

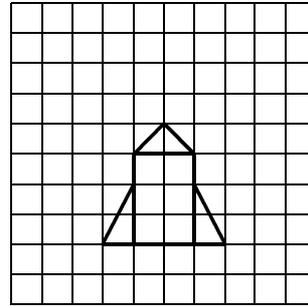
■練習問題①

1

図形Aの2倍の拡大図



図形Aの $\frac{1}{2}$ の縮図



【ポイント】
図形Aに対して、各線分の長さがすべて2倍、 $\frac{1}{2}$ 倍になるようにかくことが必要だね。

2

$$(1) \quad 2 : x = 4 : 12 \qquad (2) \quad 6 : 5 = 4 : x$$

$$4x = 24 \qquad 6x = 20$$

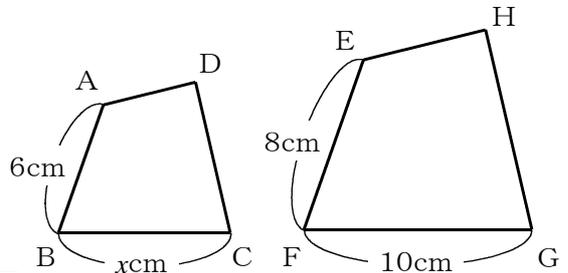
$$x = 6 \qquad x = \frac{10}{3}$$

【ポイント】
比例式の性質 $a : b = c : d$ ならば、 $ad = bc$ を使って求めることができるね。

3

(1) $3 : 4$

【ポイント】
ABとEFは、対応する辺で、
 $AB : EF = 6 : 8 = 3 : 4$
よって、相似比は3 : 4だね。



(2) $\frac{15}{2}$ (cm)
(7.5 (cm))

【ポイント】
 $BC = x$ cm とすると、
 $x : 10 = 3 : 4$
 $4x = 30$
 $x = \frac{15}{2}$ (cm) となるね。

■知識・技能の習得を図る問題[解答] 年 組 号 氏名

■練習問題②

1

●三角形の相似条件●

2つの三角形は、次の各場合に相似である。

① **3組の辺の比** が、すべて等しいとき

② **2組の辺の比とその間の角** が、それぞれ等しいとき

③ **2組の角** が、それぞれ等しいとき

2

(1)

図1	$\triangle ABC \sim \triangle AED$	2組の角が、それぞれ等しい。
図2	$\triangle ABC \sim \triangle DAC$	2組の辺の比とその間の角が、それぞれ等しい。

【ポイント】

図1では、 $\angle ACB = \angle ADE = 65^\circ$ 、共通な角で、 $\angle BAC = \angle EAD$ がいえるね。

図2では、 $BC : AC = 12 : 6 = 2 : 1$ 、 $AC : DC = 6 : 3 = 2 : 1$ 共通な角で、 $\angle ACB = \angle DCA$ がいえるね。

図1

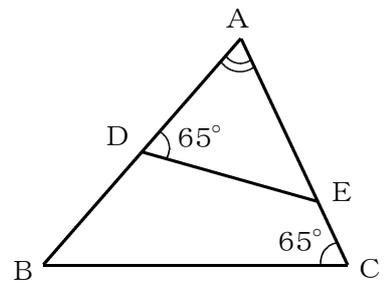
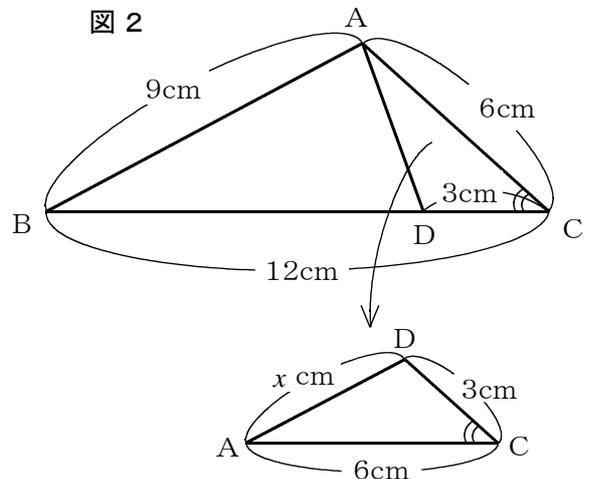


図2



(2) $\frac{9}{2}$ (cm)
(4.5 (cm))

【ポイント】

$AD = x$ cm とすると、 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$ より、 $9 : x = 2 : 1$

$$2x = 9$$

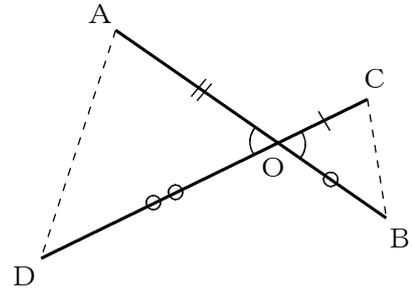
$$x = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$$

となるね。

■知識・技能の習得を図る問題[解答] 年 組 号 氏名

■練習問題③

1



証明 $\triangle AOD$ と $\triangle COB$ で、

$AO : \boxed{CO} = 6 : 3 = \boxed{2} : \boxed{1}$

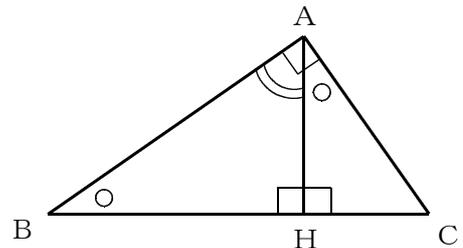
$DO : \boxed{BO} = 8 : 4 = \boxed{2} : \boxed{1}$

よって、 $AO : CO = DO : BO$ ……………①

対頂角 は等しいから、 $\angle AOD = \boxed{\angle COB}$ ……………②

①、②から、**2組の辺の比とその間の角** がそれぞれ等しいので、 $\triangle AOD \sim \triangle COB$ である。

2



証明 $\triangle HBA$ と $\triangle HAC$ で、

$AH \perp BC$ だから、 $\angle BHA = \boxed{\angle AHC}$ ……………①

$\triangle HBA$ で、 $\angle ABH + \angle BAH = \boxed{90}^\circ$ ……………②

また、 $\angle BAC = 90^\circ$ だから、

$\angle CAH + \angle BAH = \boxed{90}^\circ$ ……………③

②、③から、 $\boxed{\angle ABH} = \boxed{\angle CAH}$ ……………④

①、④から、**2組の角** がそれぞれ等しいので、 $\triangle HBA \sim \triangle HAC$ である。

【ポイント】
 ②と③は、④を導くための根拠となるものだね。
 ここでは、
 「 $a + c = b + c$ ならば、 $a = b$ である。」という
 数量についての基本的な性質が使われているね。

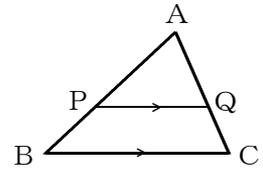
■知識・技能の習得を図る問題[解答] 年 組 号 氏名

■練習問題④

● 平行線と線分の比 ●

△ABCで、辺AB, AC上に、それぞれ、点P, Qがあるとき、

- ① PQ // BCならば、AP : AB = AQ : AC = PQ : BC
- ② PQ // BCならば、AP : PB = AQ : QC

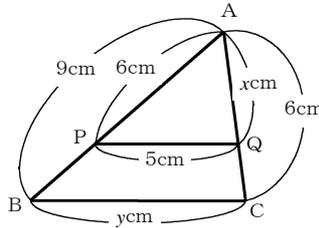


- 1 (1) $x = 4$ (cm), $y = \frac{15}{2}$ (cm) (7.5 (cm))
 (2) $x = 10$ (cm), $y = 18$ (cm)

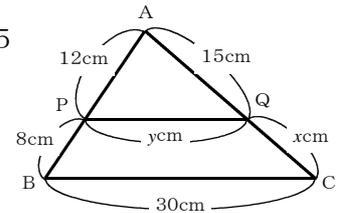
【ポイント】

上の平行線と線分の比の性質を使って、次のように求められるね。

(1) AP : AB = 6 : 9 = 2 : 3 だから、
 $x : 6 = 2 : 3$ $5 : y = 2 : 3$
 $3x = 12$ $2y = 15$
 $x = 4$ $y = \frac{15}{2}$



(2) AP : PB = 12 : 8 = 3 : 2 AP : AB = 12 : 20 = 3 : 5
 よって、 $15 : x = 3 : 2$ よって、 $3 : 5 = y : 30$
 $3x = 30$ $5y = 90$
 $x = 10$ $y = 18$

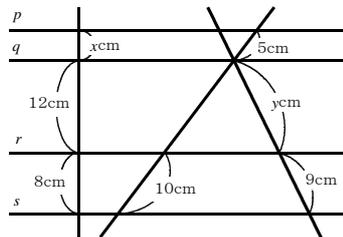


- 2 $x = 4$ (cm), $y = \frac{27}{2}$ (cm) (13.5 (cm))

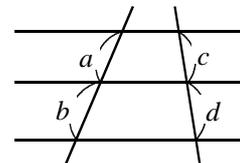
【ポイント】

右の性質を使って、次のように求められるね。

$x : 8 = 5 : 10$ $y : 9 = 12 : 8$
 $x : 8 = 1 : 2$ $y : 9 = 3 : 2$
 $2x = 8$ $2y = 27$
 $x = 4$ $y = \frac{27}{2}$



p, q, r が平行のとき、
 $a : b = c : d$,
 $a : c = b : d$
 が成り立つ。

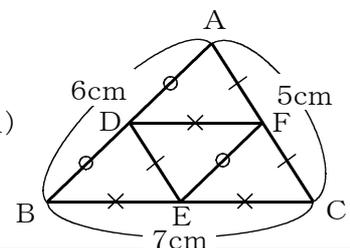


- 3 MN // BC , MN = $\frac{1}{2} BC$

- 4 9 cm

【ポイント】

中点連結定理より、 $DE = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5$ (cm)
 $EF = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ (cm) , $DF = \frac{1}{2} \times 7 = 3.5$ (cm)
 よって、△DEFの周の長さは、
 $2.5 + 3 + 3.5 = 9$ (cm) となるね。



■知識・技能の習得を図る問題[解答] 年 組 号 氏名

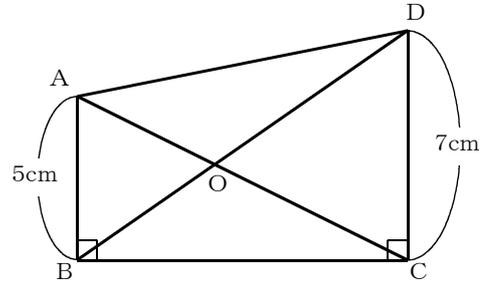
■練習問題⑤

●相似な図形の面積の比●

相似な図形で、相似比が $m:n$ ならば、面積の比は $m^2:n^2$ である。

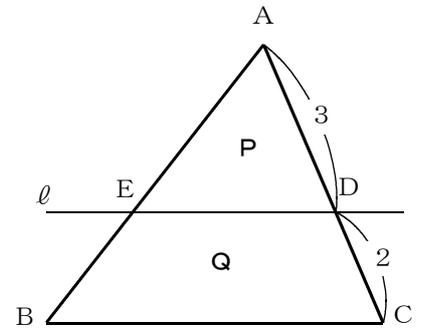
1 25 : 49

【ポイント】
 $\angle ABC = \angle DCA = 90^\circ$ より、 $AB \parallel DC$ だから、 $\triangle AOB \sim \triangle COD$ となるね。
 相似比が $5:7$ だから、面積の比は $5^2:7^2$ つまり、 $25:49$ になるね。



2 P 27 cm^2 , Q 48 cm^2

【ポイント】
 AB と ℓ の交点を E とすると、 $\ell \parallel BC$ より、 $\triangle AED \sim \triangle ABC$ となるね。
 $AD:DC = 3:2$ より、 $AD:AC = 3:5$ だから、 $\triangle AED$ と $\triangle ABC$ の面積の比は、 $9:25$ になるね。
 P ($\triangle AED$) の面積を $x \text{ cm}^2$ とすると、 $x:75 = 9:25$ より $x = 27$ となるので、 P の面積は 27 cm^2 となるね。
 $75 - 27 = 48$ だから、 Q の面積は 48 cm^2 となるね。

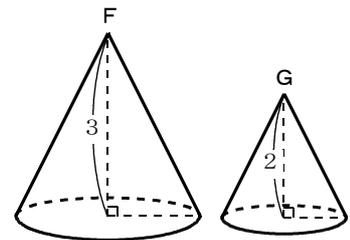


●相似な立体の表面積の比と体積の比●

相似な立体で、相似比が $m:n$ ならば、表面積の比は $m^2:n^2$ 、体積の比は $m^3:n^3$ である。

3 (1) 3 : 2

【ポイント】
 F と G は相似な立体だから、底面の半径の比も $3:2$ となるね。円周の長さは、 $2\pi \times (\text{半径})$ だから、底面の周の長さの比は、底面の半径の比に等しく $3:2$ となるね。



(2) 56 cm^2

【ポイント】
 F と G の表面積の比は、 $3^2:2^2 = 9:4$ だから、 G の表面積を $x \text{ cm}^2$ とすると、 $126:x = 9:4$ より、 $x = 56$ となるので、 G の表面積は 56 cm^2 となるね。

(3) 135 cm^3

【ポイント】
 F と G の体積の比は、 $3^3:2^3 = 27:8$ だから、 F の体積を $y \text{ cm}^3$ とすると、 $y:40 = 27:8$ より、 $x = 135$ となるので、 F の体積は 135 cm^3 となるね。