中学校数学科
第３学年
５　図形と相似
［思考力・判断力・表現力を育む問題］
［解答例］

中学校

年　組　号 氏名

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題[解答]　　年　組　号 氏名

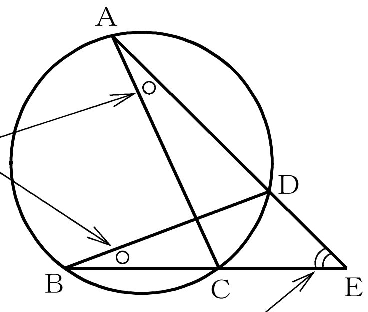
■練習問題①

1

証明　△ACEと△BDEで，
$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角だから，
∠CAE＝∠DBE ・・・・・・・①
共通な角だから，
∠AEC＝∠BED ・・・・・・・②
①，②より，
２組の角がそれぞれ等しいので，
△ACE∽△BDE

【ポイント】

$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角なので，等しいね。



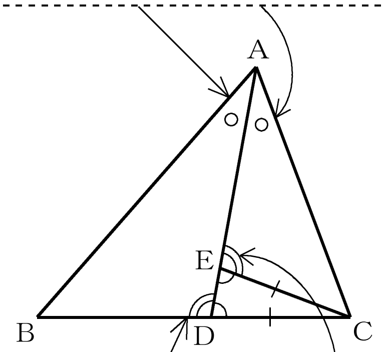
共通な角だから，等しいね。

2

証明　△ABDと△ACEで，
ADは，∠Aの二等分線だから，
∠BAD＝∠CAE ・・・・・・・・・・・①
仮定より，△CDEは，CD＝CEの二等辺三角形だから，
∠CDE＝∠CED ・・・・・・・・・・・②
また，
∠ADB＝180°－∠CDE ・・・・③
∠AEC＝180°－∠CED ・・・・④
②，③，④より，
∠ADB＝∠AEC ・・・・・・・・・・・⑤
①，⑤より，
２組の角がそれぞれ等しいので，
△ABD∽△ACE

【ポイント】

ADは，∠Aの二等分線だから，∠BADと∠CAEは，等しいね。



∠CDEと∠CEDは，二等辺三角形の底角で等しいから，180°から等しい角をひいた角である∠ADBと∠AECも等しいといえるね。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

■練習問題②

1

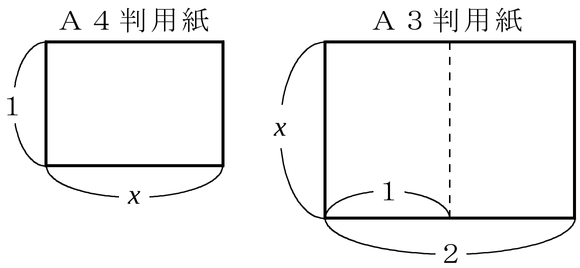
Ａ４判用紙の長さが短い方の１辺の長さが１，長い方の１辺の長さが x なので，
Ａ３判用紙の長さが短い方の１辺の長さは x，長い方の１辺の長さは２となる。
２つの用紙は相似な長方形だから，

$$1 : x = x : 2$$
$$x^2 = 2$$

$x > 0$ より，$x = \sqrt{2}$

したがって，求める２辺の長さの比は，$1 : \sqrt{2}$ である。

【ポイント】
右の図のように，２つの長方形をならべると，対応する辺と辺が，分かりやすくなるね。



2

四角形ＥＦＣＤは正方形だから，ＡＢ＝１より，ＥＦ＝ＦＣ＝１である。
よって，ＡＥ＝ＢＦ＝ＢＣ－ＢＦ＝ $x - 1$ となる。
長方形ＥＡＢＦと長方形ＡＢＣＤは相似だから，

$$(x-1) : 1 = 1 : x$$
$$x(x-1) = 1$$
$$x^2 - x = 1$$
$$x^2 - x - 1 = 0$$
$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$$
$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$x > 0$ より，$x = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

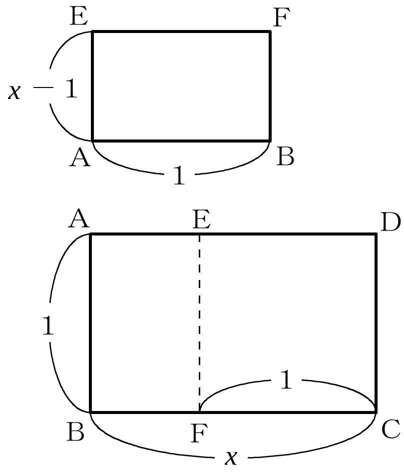
したがって，求める黄金比は，

$1 : \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ である。

【ポイント】
二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は，

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ だね。

【ポイント】
下の図のように，２つの長方形をならべると，対応する辺と辺が，分かりやすくなるね。

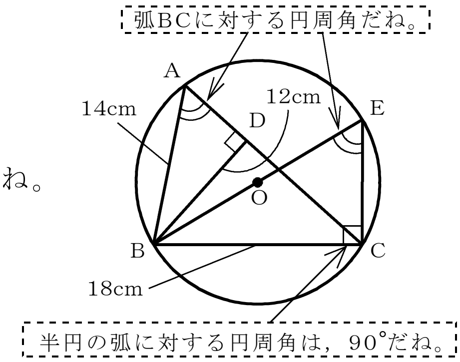


■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

■練習問題③

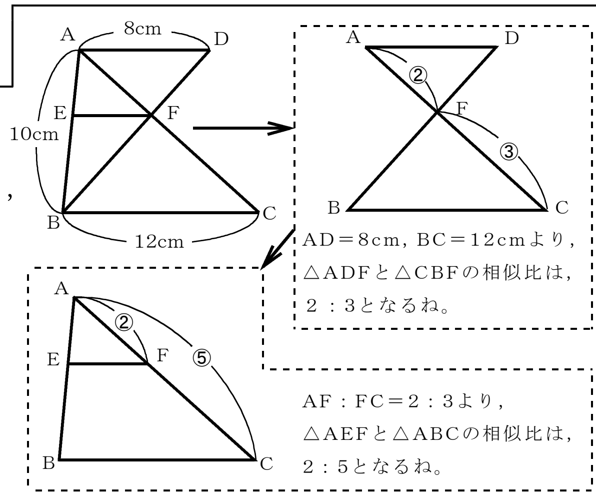
1　21cm

【ポイント】
CEをひいて，△EBCをつくると，
BEは直径だから∠BCE＝90°で，∠ADB＝∠BCE。
また，$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角だから，∠BAD＝∠BEC。
２組の角がそれぞれ等しいから，△ABD∽△EBCだね。
相似な図形の対応する辺の比は等しいので，
BA：BE＝BD：BC
14：BE＝12：18より，
BE＝21(cm)となるね。



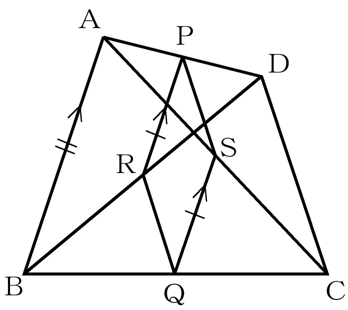
2　AE＝４(cm)，EF＝$\dfrac{24}{5}$ または 4.8(cm)

【ポイント】
AD // BCより，△ADF∽△CBFだから，
AF：FC＝AD：BC＝8：12＝2：3となり，
AF：AC＝2：5となるね。
さらに，EF // BCより，
AE：AB＝EF：BC＝2：5といえるので，
AE：10＝2：5より，AE＝４(cm)，
EF：12＝2：5より，EF＝$\dfrac{24}{5}$(cm)
となるね。



3

証明　△DABで，点P，RはそれぞれDA，DBの中点だから，
中点連結定理より，PR // AB，PR＝$\dfrac{1}{2}$AB　……①
△CABで，点S，QはそれぞれCA，CBの中点だから，
中点連結定理より，SQ // AB，SQ＝$\dfrac{1}{2}$AB　……②
①，②より，PR // SQ，PR＝SQ
よって，１組の向かいあう辺が等しくて平行だから，
四角形PRQSは平行四辺形である。



【ポイント】
平行四辺形であることを証明するには，平行四辺形になる条件のどれかがいえることを証明することが必要だね。この問題では，解答例のように，中点連結定理から１組の向かいあう辺が等しくて平行であることをいう証明の方法が，一番簡潔にまとめられるね。また，△DABと△CABの代わりに，△ACDと△BCDを使っても，解答例と同様に，証明することができるね。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

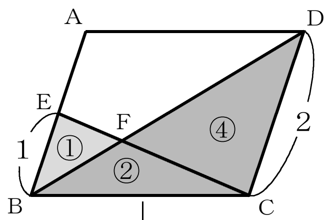
■練習問題④

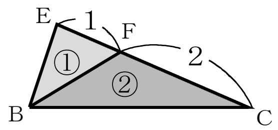
１ (1)　４倍

【ポイント】
AB∥DCより，△EBF∽△CDFとなるね。
また，ＥはABの中点で，AB＝CDだから，
EB：CD＝１：２で，相似比は1：２となるね。
よって，△EBFと△CDFの面積比は1：４と
なるから，面積は４倍になるね。

(2)　60(cm²)

【ポイント】
(1)より，△FBE：△FCD＝１：４
また，EF：CF＝EB：CD＝１：２だから，
△FBE：△CBF＝１：２
①，②より，△FBE：△BCD＝１：６
平行四辺形ABCDの面積は，△BCDの面積
の２倍だから，△FBEの面積の12倍となる
ね。よって，求める面積は，
５×12＝60 (cm²) となるね。

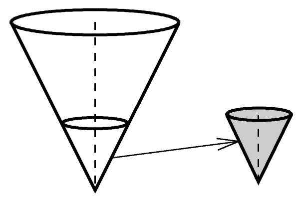




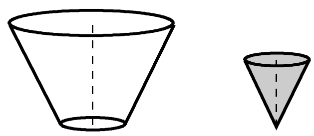
△FBEと△CBFの面積比は，EFとFCの比に等しく，１：２になるね。

２　９回

【ポイント】
容器全体の円錐と，水が入った円錐の部分は，
相似な図形であると考えられるから，相似比は
５：２で，体積比は，$5^3:2^3$＝75：８となるね。
よって，この容器の水が入っていない部分と，
水が入った円錐の部分の体積比は，
75－８：８＝67：８となるね。
$67 \div 8 = \frac{67}{8} = 8.375$ より，この容器を満水
にするには，このコップいっぱいの水の8.375
倍の水を入れる必要がある。よって，少なくと
も９回は，水を入れることが必要である。



相似比が５：２だから，体積比は，
$5^3:2^3$＝75：８となるね。



75－８＝67より，
体積比は，67：８となるね。

３　小人１人とガリバーの相似比は，１：12と考えられる。小人１人とガリバーがそれぞれ必要とする食料と飲み物の量を比で表すとしたら，体積比で考えることになるので，
$1^3:12^3$＝１：1728となる。よって，1728人分が必要である。

【ポイント】
「小人の国では，人や草木などすべてが，ガリバーの国のものと形は同じであったが，大きさは12分の１であった。」ということから，小人とガリバーは，ほぼ相似であり，相似比は，１：12であると考えることができるね。
　小人とガリバーの相似比を1：12と考え，ガリバーが必要とする食料と飲み物を，体積比の関係から12^3＝1728(人分)と考えたことについて，書けていれば正解だね。