

中学校数学
第1学年
4 比例と反比例
[問題]

中学校

年 組 号 氏名

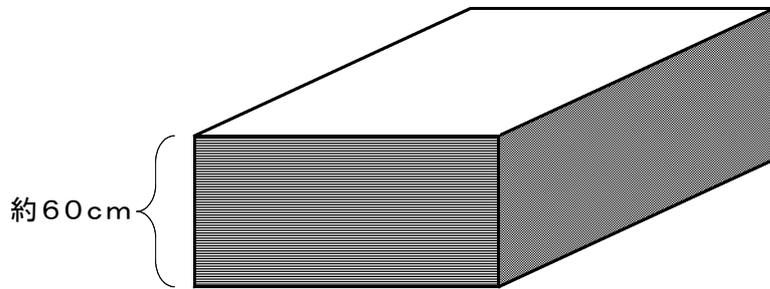
■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査① B問題

文化祭でパネルを作ることになり、ベニヤ板と釘くぎが必要になりました。
次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。【H20】

- (1) 学校に保管してあった同じ種類のベニヤ板をたくさん用意しました。
そのベニヤ板の枚数を、次のようにして求めました。

1枚の厚さが4mmのベニヤ板を全部積み重ねて、厚さをはかったところ、約60cmありました。



$$60 \div 0.4 = 150$$

したがって、ベニヤ板の枚数は約150枚です。

上のように、ベニヤ板1枚の厚さが分かっているとき、ベニヤ板の枚数を求めるために、次のような考えが使われています。

枚数を直接数えなくても、全体の を調べれば全部の枚数が求められるので、枚数を に置きかえて考える。

上の には、同じことばが当てはまります。そのことばを書きなさい。



【解答】

(2) 同じ種類の釘^{くぎ}をたくさん用意しました。

容器に同じ種類の釘がたくさん入っています。このとき、釘の本数を求めようと思います。

この容器から釘を取り出して、釘全体の重さをはかったところ、約400g でした。



釘全体の重さが分かっているとき、釘の本数を求めるためには、何を調べて、どのような計算をすればよいですか。下のアからウの中から調べるものを1つ選びなさい。また、それを使って釘の本数を求める方法を説明しなさい。

ア 釘1本の長さ

【記号】

イ 釘1本の重さ

ウ 釘1本の太さ

【説明】

(3) 同じものがたくさんあるときには、その総数を工夫して求めることができます。

(1)や(2)の場合で、総数を求める方法に共通する考えを、下のアからオの中から1つ選びなさい。

ア 総数を直接数える。

【解答】

イ 総数を厚さから求める。

ウ 総数を重さから求める。

エ 比例を利用する。

オ 反比例を利用する。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年組号氏名

■全国学力・学習状況調査② B問題

生徒会役員の友美さんは、ペットボトルのキャップの回収について全校生徒に知らせる生徒会だよりの下書きを作成しています。【H23】

生徒会だよりの下書き

生徒会だより

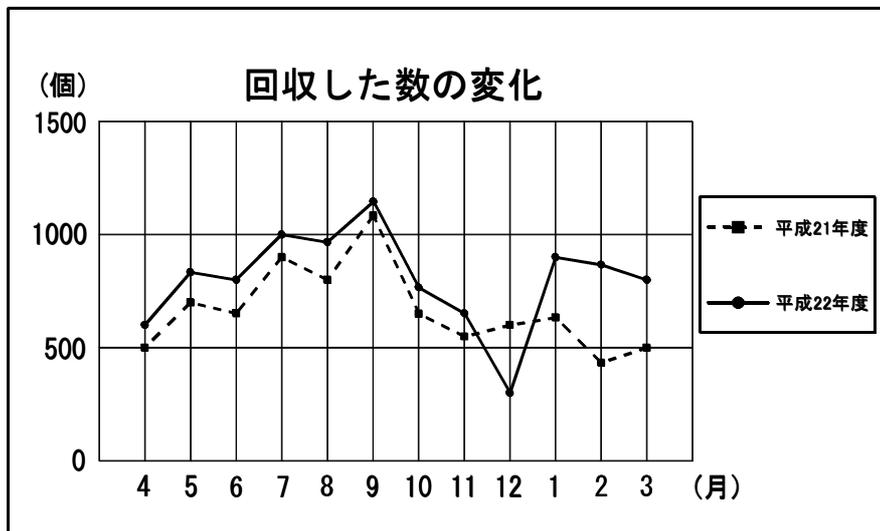
平成23年4月15日
第一中学校生徒会

ペットボトルのキャップの回収にご協力を！

生徒会ではペットボトルのキャップの回収を行っています。

回収されたペットボトルのキャップはリサイクルされるので、二酸化炭素の発生をおさえることができ、環境を保護することになります。また、この活動は世界中の子どもたちにワクチンを届けることにもつながります。

平成22年度は、みなさんにたくさん協力してもらいました。特に、年末に行った生徒会からの呼びかけに応じて協力してくれる人が増え、冬休み明けは、回収量が平成21年度に比べて大きく増えました。



次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

- (1) 1月のキャップの回収量を比べると、平成22年度は平成21年度よりおよそ何個増えましたか。下のアからオまでの中に正しいものがあります。それを1つ選びなさい。

- ア およそ 100個
- イ およそ 300個
- ウ およそ 600個
- エ およそ 900個
- オ およそ 1200個



【解答】

- (2) 生徒会では、キャップを1個ずつ数える作業が大変だったので、今年度はおよその個数を工夫して求めることにしました。

キャップの入った回収箱の重さが分かっているとき、キャップ1個の重さがすべて等しいと考えれば、キャップのおよその個数を求めることができます。そのためには、キャップ1個の重さのほかに何を調べてどのような計算をすればよいですか。下のアからウまでの中から調べるものを1つ選びなさい。また、それを使ってキャップのおよその個数を求める方法を説明しなさい。

- ア 空の回収箱の重さ
- イ 空の回収箱の体積
- ウ 空の回収箱の高さ

【解答：記号】

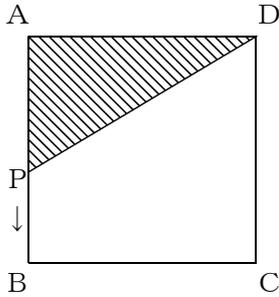
【解答：説明】

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

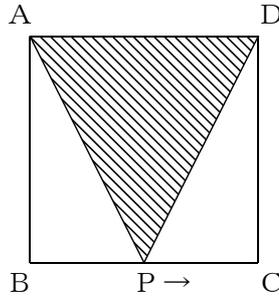
■佐賀県小・中学校学習状況調査①

次の【図1】から【図3】のように正方形ABCDの周上を、点PがAからB、Cを通過してDまで移動するとき、 $\triangle APD$ の面積について考えます。あとの問いに答えなさい。【H21】

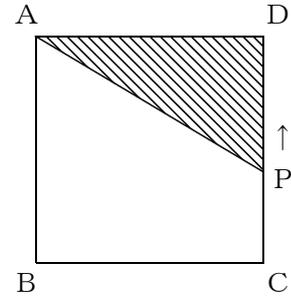
【図1】



【図2】



【図3】



(1) 【図1】のように、点AからBまで移動するとき、 $\triangle APD$ の面積はどのように変わりますか。次のアからウの中から1つ選んで、記号で答えなさい。

- ア だんだん大きくなる
- イ 変わらない
- ウ だんだん小さくなる

【解答】

(2) 【図2】、【図3】のように、点Pが、BからCを通過してDまで移動するとき、 $\triangle APD$ の面積はどのように変化するかを、「底辺」と「高さ」の2つの言葉を使って説明しなさい。

【解答】

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

■佐賀県小・中学校学習状況調査②

上田さんと鈴木さんが、校庭で影ふみをして遊んでいるうちに、ものの高さによってその影の長さが違うことに気がつきました。そこで、ものの高さとその影の長さを調べて、表にしてみました。その表を見ながら2人が会話しています。あとの問いに答えなさい。【H21】

【表】

	花だんのブロック	朝 礼 台	鉄 棒	校旗用ポール <small>こうき</small>
ものの高さ (cm)	20	80	120	(A)
影の長さ (cm)	30	120	180	900

【上田さんと鈴木さんの会話】

上田さん：「ものの高さが高いものを測ると、その影も長くなっているね。」
 鈴木さん：「そうだね。ものの高さが高くなるほど、その影は長くなるね。」
 上田さん：「ものの高さ^と影の間にはきまりがあるのかな。」
 鈴木さん：「影の長さをもの高さでわると、どれも同じ数になっているよ。」
 上田さん：「じゃあ、影の長さは、もの高さに (①) しているんだね。」

(1) 2人の会話の中の (①) にあてはまる言葉をかきなさい。

【解答】

(2) ものの高さを x cm、影の長さを y cmとして、 x 、 y の関係を式に表しなさい。

【解答】

(3) 表の中の (A) にあてはまる校旗用ポールの高さを答えなさい。また、どのようにして求めたかを式や言葉を使って説明しなさい。

【ポールの高さ】

cm

【説明】

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年組号氏名

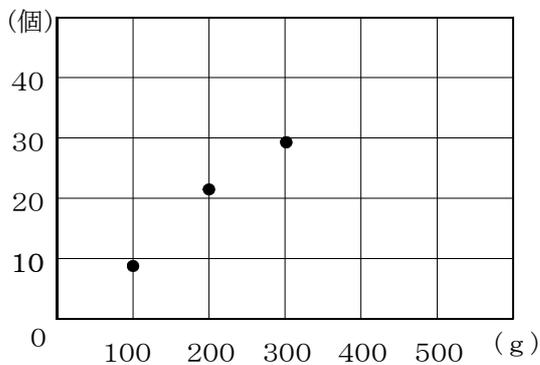
■佐賀県小・中学校学習状況調査③

太郎さんは、家族で潮干狩りに行き、アサリ貝をとって家に帰ってきました。太郎さんと弟の次郎さんが会話をしています。あとの問いに答えなさい。【H22】

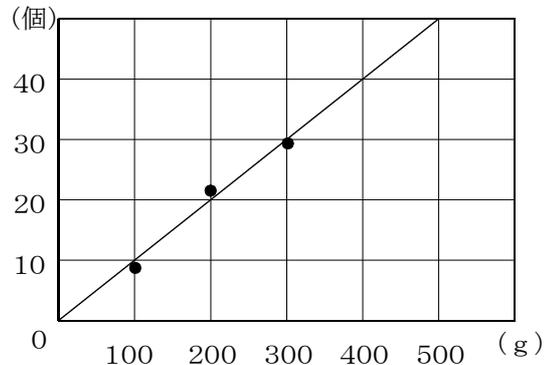


【太郎さんと次郎さんの会話】

次郎さん：「兄ちゃん、きょうはたくさんのアサリ貝がとれたね。」
 太郎さん：「そうだね。全部で何kgだったの。」
 次郎さん：「重さを量^{はか}ってもらったら、3kgだったよ。」
 太郎さん：「すごいね。ところで、このアサリ貝全部で何個あるんだろうね。アサリ貝の個数を知りたいけど、全部数えるのは大変だね。」
 次郎さん：「兄ちゃん、全部数えなくても、重さと個数の関係を考えると、およその個数は考えることができるよ。」
 「兄ちゃん、アサリ貝が100g、200g、300gのとき個数を数えて、グラフに点をとってみて。」
 太郎さん：「【図1】のようになったよ。」
 次郎さん：「これらの点のなるべく近くを通る直線をひいてみると、【図2】のようになるね。」
 太郎さん：「そうか、ここで、重さを x g、個数を y 個とおくと、 y は x に比例すると考えることができるから、 x 、 y の関係は という式に表せるね。」
 太郎さん：「そうすると、アサリ貝 3kgの個数は 個と考えることができるね。」



【図1】



【図2】

(1) にあてはまる式をかきなさい。

【解答】

(2) にあてはまる個数を求めなさい。また、どのように求めたかを、式やことばを使って説明しなさい。

【個数】

【説明】

 個

(3) 次郎さんが考えた「アサリ貝の重さと個数の関係」と同じように比例の関係になるものを、次のアからエの中から1つ選んで、その記号を答えなさい。

ア 面積が 30cm^2 の長方形の縦の長さ $x\text{cm}$ と横の長さ $y\text{cm}$

イ 40l はいる容器に毎分 $x\text{l}$ の割合で水を入れていくとき、いっぱいになるまでの時間 y 分

ウ 250ページの本を、 x ページ読んだときの残りのページ数 y ページ

エ 1冊100円のノートを、 x 冊買ったときの代金 y 円

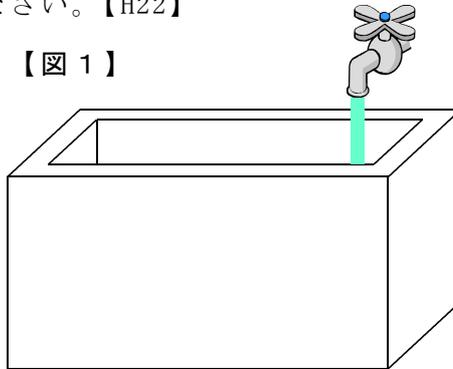
【解答】

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

■佐賀県小・中学校学習状況調査④

容積が300ℓの直方体の形をした【図1】のような水そうがあります。この水そうに毎分20ℓの割合で水を入れていきます。水を入れはじめて2分後に、水面の高さは、底から8cmになりました。あとの問いに答えなさい。【H22】

【図1】



- (1) 水を入れはじめてからの時間を x 分、水そうの底から水面までの高さを y cm とするとき、 x 、 y の関係を式に表しなさい。

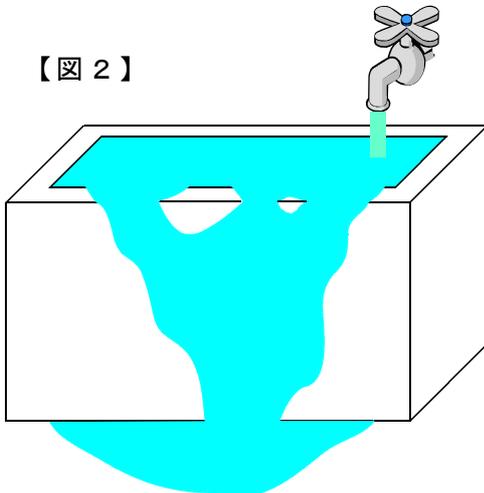
【解答】

- (2) 水そうの深さを求めなさい。

【解答】

- (3) 水を入れはじめて20分後に見に行ったら、【図2】のように水があふれていました。あふれた水の量は、水そうの深さの何cm分になるか求めなさい。

【図2】



【解答】

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

■佐賀県小・中学校学習状況調査⑤

図1のような、2種類のばねAとばねBがあります。図2のグラフは、それぞれのばねに x gのおもりをつるしたときに、ばねののびた長さを y mmとして、 x と y の関係を表したものです。2つのばねにそれぞれ50gの重さのおもりをつるしたら、ばねAは40mm、ばねBは15mmのびました。あとの問いに答えなさい。

図1

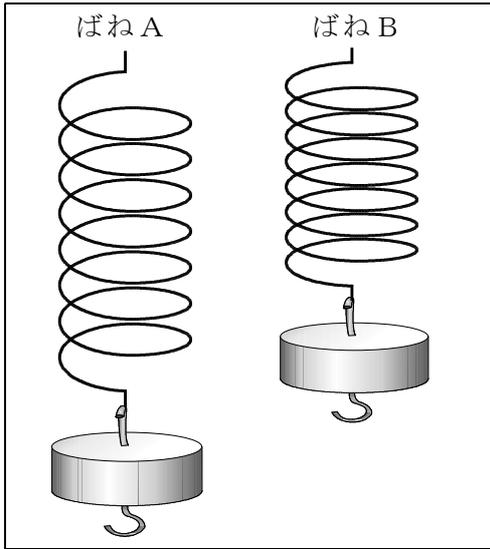
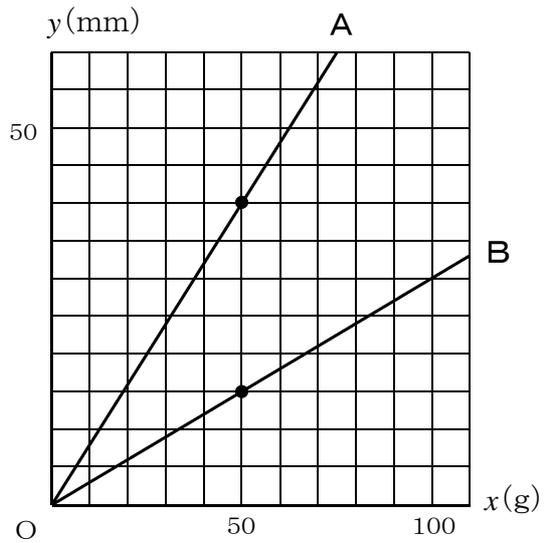


図2



(1) このときのばねAについて、 x と y の関係を表す式を書きなさい。

【解答】

(2) ばねAとばねBに、ある同じ重さのおもりを1個ずつつるしたら、ばねAとばねBののびた長さの差が60mmになりました。このとき、ばねにつるしたおもり1個の重さは何gですか。

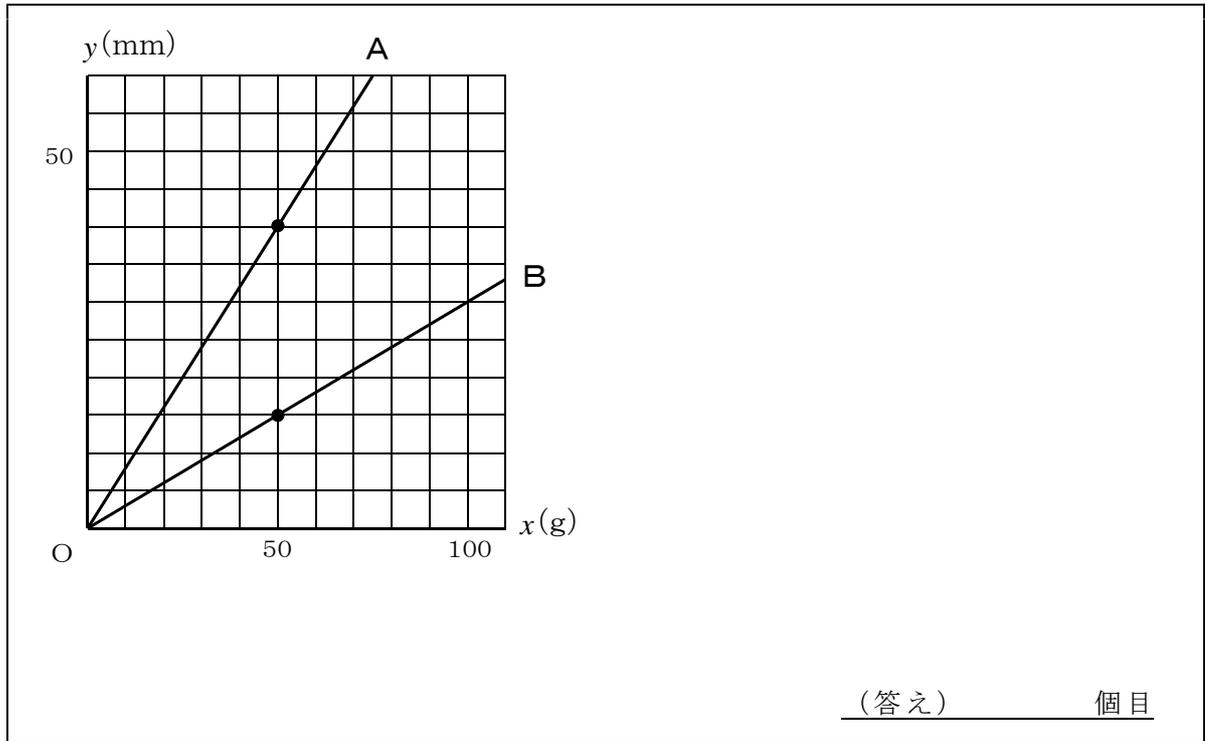
※ つるすおもりの重さが増えても、一定の割合で、ばねがのびるものとして考えます。

【解答】

g

- (3) ばね **B** に 1 個の重さが 10 g のおもりを， 1 個ずつ増やしながら， つるしていきます。 何個目のおもりをつるしたときに， ばね **B** ののびた長さが 20 mm より長くなりますか。 グラフ， 式のどちらかを選び， それをもとに， ことばや式を使って説明し， 答えを書きなさい。

グラフによる説明



式による説明

(答え) _____ 個目

中学校数学
第1学年
4 比例と反比例
[解答例]

中学校

年 組 号 氏名

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題[解答] 年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査① B問題

(1) 厚さ

(2) 記号 イ

説明例 釘を1本取り出し，その重さを量る。
釘全体の重さ400 gを釘1本の重さでわると，釘全体の本数が求められる。

(3) エ

【ポイント】

ベニヤ板の問題と釘全体の重さの問題については，次のようなことが言えるよ。

- ・ ベニヤ板の厚みは，ベニヤ板の枚数に比例している。
- ・ 釘全体の重さは，釘の本数に比例している。

■全国学力・学習状況調査② B問題

(1) イ

【ポイント】

「生徒会だより」のグラフをみると、平成22年度1月の個数はおよそ900個、平成21年度1月の個数は600個回収していることが分かるよ。その差はおよそ300個だね。

したがって、答えはイになるね。

(2) 記号：ア

説明例： キャップ全体の重さを求めるために、まず、空の回収箱の重さを調べて、キャップの入った回収箱全体の重さから空の回収箱の重さをひいた重さを求めます。

次に、求めたキャップ全体の重さをキャップ1個の重さでわると、キャップの個数を求めることができます。

【ポイント】

キャップ1個の重さが、すべて同じ重さだと考えると、キャップ全体の重さは、キャップの個数に比例していると考えることができるね。

比例の関係を利用して、回収箱のキャップの個数を求めるためには、まず、キャップ全体の重さを考えないといけないね。そのためには、キャップの入った回収箱全体の重さを調べることと、空の回収箱の重さを調べることでキャップ全体の重さを求めることになるよ。

次に、キャップ全体の重さをキャップ1個の重さでわれば、キャップの個数を求めることができるね。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題[解答] 年組号氏名

■佐賀県小・中学校学習状況調査①

(1) ア

【ポイント】

$\triangle APD$ の底辺AD, 高さAPとすると,
点PがAからBまで動くとき,
底辺ADの長さは変わらないが,
高さAPがだんだん長くなっていくね。
このことから, $\triangle APD$ の面積がだんだん
大きくなることがわかるよ。

(2) 説明例

- ・点PがBからCまで動くとき,
 $\triangle APD$ の底辺をADとするとこの三角形の高さは変わらない。
底辺と高さが変わらないので, 三角形の面積も変わらない。
- ・点PがCからDまで動くとき,
 $\triangle APD$ の底辺をADとすると, この三角形の高さはPDとなる。
このとき, 高さPDはだんだん短くなっている。
つまり, $\triangle APD$ の面積がだんだん小さくなる。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題[解答] 年 組 号 氏名

■佐賀県小・中学校学習状況調査②

(1) 比例

(2) $y = \frac{3}{2}x$

【ポイント】

影の長さは、ものの高さに比例しているので、
ものの高さを x cm, 影の長さを y cm, 比例定数を a とすると,
その関係の式は, $y = ax$ で表されるよ。

この式に, $x = 20$, $y = 30$ を代入すると,

$$30 = 20a \text{ となり, } a = \frac{3}{2} \text{。この値が比例定数だよ。}$$

表を見ると, 花だんのブロックは,
ものの高さが 20cm で, 影の長さは 30cm だから,

影の長さは, ものの高さの $\frac{3}{2}$ 倍になっているよ。

(3) 600cm

説明例 $y = \frac{3}{2}x$ の式に, $y = 900$ を代入して求めると,

$$900 = \frac{3}{2}x$$

$$x = 900 \times \frac{2}{3} = 600$$

だから, 校旗用ポールの高さは 600cm になる。

または,

ものの高さ と 影の長さは, 比例関係にあるので,
影の長さが 30cm から 900cm に 30 倍になっているので,
ものの高さも 20cm から 30 倍になる。

$20 \times 30 = 600$ から, 校旗用ポールの高さは 600cm になる。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題[解答] 年 組 号 氏名
■佐賀県小・中学校学習状況調査③

(1) $y = \frac{1}{10}x$

【ポイント】

【図2】のグラフを見ると、重さ100gのとき、
個数が10個だから、 $10 \div 100 = \frac{1}{10}$ で、

この値が比例定数になるよ。

重さ x g のときの y 個だから、
 y の値を x の値でわることに注意してね。

または、

比例の関係だから、 $y = ax$ に

$x = 100$ 、 $y = 10$ を代入して求める方法があるよ。

$$10 = 100a$$

$$100a = 10$$

$$a = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} \quad \text{よって } y = \frac{1}{10}x$$

(2) 300個

説明例 x 、 y の関係の式が、 $y = \frac{1}{10}x$ だから、3kgを3000gと考えると、
 $x = 3000$ を代入すると、 $y = 300$ だから、300個になる。

または、

比例式を使って考えてみると、

100gのとき10個、3000gのとき y 個だから、

$$100 : 10 = 3000 : y$$

外側の項の積と内側の項の積は等しいので、

$$100y = 30000$$

$$y = 300$$

だから、300個になる。

(3) **エ**

【ポイント】

それぞれの問題を、 y を x の式で表してみるよ。

ア $y = \frac{30}{x}$

イ $y = \frac{40}{x}$

ウ $y = 250 - x$

エ $y = 100x$

比例の関係の式 $y = ax$ になっているのは**エ**だね。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題[解答] 年組号氏名

■佐賀県小・中学校学習状況調査④

(1) $y = 4x$

【ポイント】

2分間で8cmの高さになっているので、
1分間で4cmの割合で水面が高くなっていることになるよ。
水面の高さは、時間の4倍になっていることがわかるね。
この4が、比例定数になるよ。

比例の関係だから、式 $y = ax$ に、

$x = 2$, $y = 8$ を代入して求める方法があるよ。

$$8 = 2a$$

$$2a = 8$$

$$a = 4$$

よって、 $y = 4x$

(2) 60cm

【ポイント】

毎分20ℓの割合で水を入れていくので、
300ℓを入れるには、 $300 \div 20 = 15$ (分)かかる。
1分間で4cm高くなるので、
水そうの深さは、 $4 \times 15 = 60$ (cm)になるよ。

比例の式 $y = 4x$ に $x = 15$ を代入しても求められるね。

$$y = 4 \times 15 = 60$$

(3) 20cm分

【ポイント】

水そうは、15分でいっぱいになるので、
水があふれ始めてから5分たっていることになるね。
1分間で4cm高くなるので、 $4 \times 5 = 20$
水そうの深さ20cm分になるよ。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題[解答] 年 組 号 氏名

■佐賀県小・中学校学習状況調査⑤

(1) $y = \frac{4}{5}x$

または、
 $y = 0.8x$

【ポイント】

ばねAは、原点を通る直線のグラフだから、比例の関係になる。その式は、比例定数を a とすると、 $y = ax$ だから、 $x = 50$ 、 $y = 40$ を代入して式を求めるといいよ。

(2) 120g

【ポイント】

ばねAの式は、 $y = \frac{4}{5}x$ 、ばねBの式は、 $y = \frac{3}{10}x$

ばねAが伸びるので、同じ x g の重さをつるしたときの差は、

$$\frac{4}{5}x - \frac{3}{10}x \text{ で求められるよ。}$$

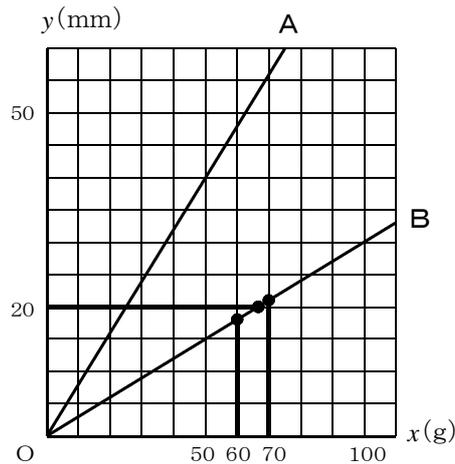
$$\frac{4}{5}x - \frac{3}{10}x = 60 \quad \text{これを解くと、} x = 120$$

(3) グラフによる説明例

グラフより、ばねBののびた長さが20mmになるのは、60gより大きく70gより小さいおもりをつるしたときである。

したがって、10gのおもりを7個つるしたときに初めて、ばねBののびた長さは、20mmより長くなる。

(答え) 7 個目



式による説明例①

ばねBのグラフの式は、 $y = \frac{3}{10}x$ である。

これに、 $y = 20$ を代入して計算すると、

$$20 = \frac{3}{10}x$$

$$x = \frac{200}{3} = 66.66\dots \text{ となり、} 70\text{g の}$$

おもり、つまり10gのおもりを7個つるしたときに初めて、ばねBののびた長さは、20mmより長くなる。

(答え) 7 個目

式による説明例②

ばねBのグラフの式は、 $y = \frac{3}{10}x$ である。

これに、

$$x = 60 \text{ を代入すると、} y = \frac{3}{10} \times 60 = 18$$

$$x = 70 \text{ を代入すると、} y = \frac{3}{10} \times 70 = 21$$

よって、70gのおもり、つまり10gのおもりを7個つるしたときに初めて、ばねBののびた長さは、20mmより長くなる。

(答え) 7 個目