豊かな図形感覚を養う算数科学習指導方法の研究

－　直観と論理の相互作用を通して　－

浜玉町立平原小学校　教諭　中山　浩政

要　　旨

本研究は，課題解決のための見通しをもつ際の直観と，直観に基づく論理的思考を視点と考え，図形領域における問題解決的な学習指導の在り方を明らかにしようとしたものである。手立てとして，直観の修正の仕方を分析・整理し，練り合いの場で統合的・構造的な話合い活動を行った。また，学習した図形を身の回りから探すことや，立体の一部分から平面を取り出したり平面を連接して立体をつくり出したりするなどの場の設定を行った。その結果，思考や操作過程を順序立てて表現することや，図形の性質や特徴，図形のもつ空間性や対象性に気付くことなどができるようになった。

＜キーワード＞　①小学校算数　　②直観と論理　　③問題解決的な学習過程　　④振り返り

1　主題設定の理由

算数科では，数，量，図形についての感覚を豊かにすることや，論理的に考える力を高めていくことをねらいとしている。感覚の豊さや論理的思考は，課題に主体的に働き掛け，知識として蓄積したり他人に説明したりするときに必要な力であり，その力の育成が重要な課題であると考える。

これまでの指導を振り返ってみると，問題解決的な学習を行い，個々に自力で解決させた後，全体でその整合性や効率性について比較検討し，そこから見いだした数学的な概念や原理・法則が一般化できるかどうか判断させ活用させる展開をとってきた。しかし，そこでは，直観による活動が主となり，その活動を筋道立ててとらえさせることが不十分であったと反省する。

そこで，自他の直観を比較したり振り返ったりする活動を取り入れることで，直観的な活動が，図形の性質や特徴をとらえる判断や説明の根拠を筋道立てて考える論理的な思考を伴った活動になると考え，本主題を設定した。

2　研究の目標

図形を多様な観点でとらえ，論理的に考える力を育てる指導の在り方を探る。

3　研究の仮説

図形の概念形成において，図形を構成・分解する活動を通して，次のような手立てを取れば，図形の特徴や性質を根拠とした図形の見方や考え方が広がるであろう。

①　練り合い場面において，個々の直観や友達の直観を振り返らせ説明させる。

②　子どもが概念形成した図形の特徴や性質について，生活場面で活用させる場を設定する。

③　平面図形と立体図形を類比し，関連を認識させる場を設ける。

4　研究の内容と方法

①　子どもたちの図形認知と論理的思考力に対する調査と検証単元に関する前提条件テストを行う。

②　論理的思考力を育成する問題解決的な学習について文献による研究を行う。

③　学習指導案の作成及び授業による検証を行う。（第２・３学年）

④　検証授業を通して仮説の有効性について考察とまとめをする。

5　研究の実際１（実践化への手立て）

(1)　直観と論理

本研究では，直観を「課題に出合ったとき，そこに潜む性質を即時にとらえること」，論理的な思考を「解決の見通しを基にして筋道を立てて考えること」と考える。

図形を認め，そのよさに気付くためには，見通しが基となり，図形を活用するためには，筋道立った操作や思考が必要となる。つまり，図形感覚を豊かにするためには，その基準である直観力と，確かな判断や行動を支える論理的思考力を育成することが大切である。

(2)　図形領域の重点

学習経験が豊かであれば，認知過程はより筋道立てられたものになると考える。経験がより充実したものとなるために，学習したことを生活に生かすこと，また，図形概念を豊かなものにするために，空間と平面の相関に触れることが必要であると考える。

(3)　本研究の全体構想

ア　問題解決的な学習

論理的思考を行うためには，自分の思考段階を自覚する必要がある。問題解決的な学習過程では，認識→推論→操作→構成の一連の流れがあり，子どもは自分の課題に対する進捗状況を把握しやすいと考える。

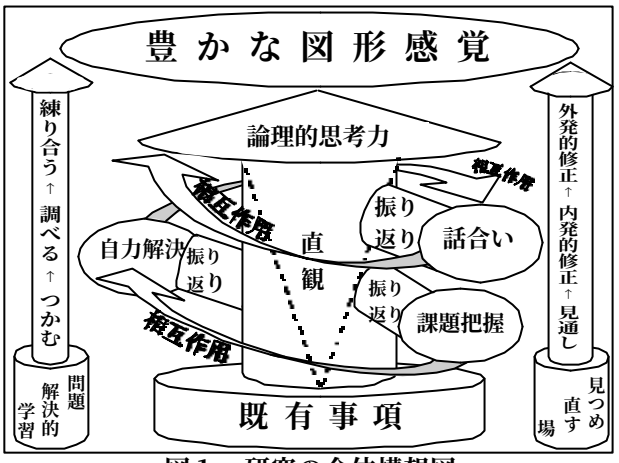


図１　研究の全体構想図

イ　振り返り

問題解決的な学習において，見通しは既有事項を基とする。図１で示すように，見通しを基に解決（内発）をしたり，他者と比較したりする（外発）中で，当初の直観の加除修正が必要となることが生じる。その局面ごとに振り返りを行うことは，直観を研ぎ澄まし，操作や思考を筋道立て，課題を連続的に思考することにつながると考える。そこで，問題解決的な学習の中に振り返りの場を設置した過程を取る。

(4)　基本的授業過程

所属校における問題解決的な「やまびこ」学習過程において，図２のように以下の場を設ける。

ア　振り返りの場

自力解決や練り合いの後に振り返りを行う。各自が見通しに対して加える修正を，既有事項に当てはめる（照合），推測（外挿）する，比較して切り捨てる（捨象）の３つに分類・整理し，一人一人の内的変容と理解の在り方を把握する。

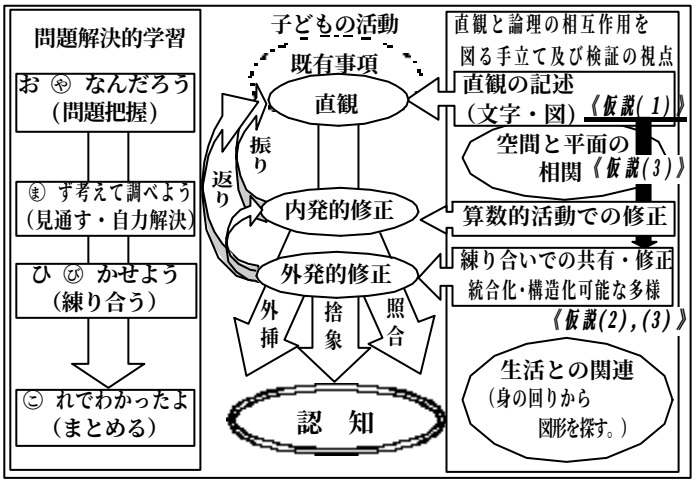


図２　基本的授業過程

イ　練り合いによる外発的修正と共有の場

子どもの多様な考えを，共通性に着目し１つにまとめ（統合化）たり，関連性に着目しグループ分け（構造化）したりすることで考えの共有化を図る。

ウ　身の回りを算数の目で見つめ直したり，空間と平面の相関に触れたりする場

論理的思考における認知場面が，より豊かで充実したものとなり，事後の直観力の糧となるように，単元内に実生活との関連を図ったり，空間から平面を取り出したりする場を設ける。

(5) 検証の視点

	検 証 項 目	検 証 内 容	検証方法
検証の視点Ⅰ	振り返りの有効性	初発の直観と活動後や練り合い後の修正とを振り返り，記述させることで，筋道立った考えができているかを検証する。	観察 個別調査 ワークシート
検証の視点Ⅱ	練り合い中の共有の在り方	他者の考えを代わりに述べ，説明させることで，自らの考えとの比較ができているか，考えに共感できているか，他者の考えに意見がもてているか検証する。	観察 ワークシート
検証の視点Ⅲ	学習と実生活との関連	練り合いや学習後に身の回りを算数の目で見つめ直すことで，正しい認知ができているか，より新たな課題をもてているか検証する。	ワークシート 個別調査
検証の視点Ⅳ	空間と平面の相関	空間図形を多角的に見て平面図形を取り出したり，空間から平面への復元やその逆をさせたりすることで，相関が認識できたか検証する。	ワークシート 個別調査

6 研究の実際２（授業を通した実践的研究）

(1) 本研究における検証授業１（平成14年11月実施，第２学年）

ア 単元名 第２学年 「三角形と四角形」

イ 単元の目標

図形の構成要素に着目し，三角形や四角形などの意味や性質について知り，それらをかいたり，つくったりすることができるようにする。

ウ 単元の指導計画（５時間）･･･ 省略

エ 本時の目標

① 形を構成する要素に着目すると，図形を弁別することができるよさに気付くことができる。

② 三角形と四角形の定義を理解することができる。

オ 本時の指導の視点について

前時に作成した図形の弁別活動を通して，構成要素に着目して図形の定義や性質の違いを考えるようにする。そして，定義した図形を身の回りの一部から取り出すようにしたい。

カ 展開の概略

学習活動	教師の働き掛け
1 課題を知る。	○ 前時に囲んだ形の拡大図を提示し，学習意欲の喚起を図る。
囲んだ形を仲間分けしよう!!	
2 初発の仲間分けを書く。	○ 提示物から，仲間分けを行う。
3 仲間分けをする。	○ 個々に12種の平面図形を配布し，弁別の基準を観察する。
4 初発と操作とを比較する。	○ 初発の分け方を振り返らせる。
5 発表し，話し合う。	○ 捨象と外挿による弁別を提示し，比較させ，分け方を説明させる。
6 初発の仲間分けを振り返る。	○ 初発や操作における仲間分けを振り返らせる。
7 定義を理解する。	○ 曲線を含むものと，直線に着目した視点と比較し，定義付けを行う。
8 写真を基に追課題を知る。	○ 写真の図形を例に，身の回りから図形を探してくるよう，告げる。

キ 練り合い中の共有の実際（検証Ⅱの場面）

子どもの活動と教師の働き掛け

～自力解決（まず考えて調べよう）終了～

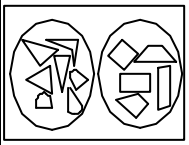


図３ 捨象弁別

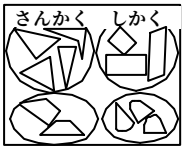


図４ 外挿弁別

２人（左図）の分け方に，「似ている」「ちょっと似ている」「全然似ていない」の観点から一人一人ネームプレートにより示させ，「ちょっと似ている」とした子どもたちに２人の分け方を説明させたところ，２人の分け方に「さんかく」という共通点があった。

Ｔ１：２人が言った「さんかく」とは，どういう形ですか。

Ｃ１：３個でかく形。 Ｃ２：３つとまるところがある形。

Ｃ３：(上は)◇を「さんかく」としているけど，２つしかとまるところがないよ。

Ｔ４：すると，◇や⏢は，なにかくですか。

Ｃ４：２かく。丸くなっていて，とまるところが２つしかないから。

Ｃ５：◺も「さんかく」じゃ（では）ない。丸いところがある。

Ｔ５：丸いところじゃないところはどうなっているのですか。

Ｃ６：まっすぐしている。 Ｃ７：直線。

Ｔ７：では，直線が幾つあるかで形を見ると。 ～直線からの定義付け～

本時は，２人の分け方に共通した「さんかく」や「しかく」を取り上げ，統合化による練り合いを行った。話合いが進む中で，弁別の観点は頂点から直線へと変化した。

ク　学習と実生活との関連付けの実際（検証Ⅲの実際）

第２時の追課題として，身の回りから図形を探させた。子どもは様々な角度から三角形や四角形を探してきた（表１）。

表１　子どもが探した身の回りにある三角形や四角形

三角形：	再生ボタン（ビデオ），ブランコ，登り棒，グラウンド整備用トンボ
四角形：	窓，時間割，タイル，スイッチ，マット，校旗，鏡，ジャングルジム

ケ　考察（検証Ⅱと検証Ⅲ）

図形を弁別し，身の回りから図形を探す授業を通して，１つ目に，子どもの声による定義付けをすることができた。捨象により弁別した図３と，直線から曲線へ視点を変え，外挿で弁別した図４を基に，他の子どもに説明させたところ，観点を頂点から直線へと移すことができた。弁別の視点の共感は，課題の明瞭化にもつながった。２つ目に，図形を多角的にとらえ，図形のもつ機能に触れることができた。屋外から文具に至るまで，子どもたちは，正面からばかりではなく，側面や底面から三角形や四角形を探してきた。さらに，「三角形は少なかった。」の感想から，「支え」というヒントや，「四角形は並んでいる」という敷き詰めやすさに気付くことができた。

(2)　本研究における検証授業２（平成14年11月実施，第３学年）

ア　単元名　第３学年　「はこづくり」

イ　単元の目標

立体づくりを通して，構成する要素に着目し立体の特徴や性質をとらえることができるようにする。

ウ　単元の指導計画（４時間）･･･　省略

エ　本時の目標

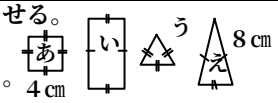
①　平面を連接させていろいろな立体をつくることができる。

②　立体の構成要素に着目して，その性質に気付くことができる。

オ　本時の指導の視点

直観で見通した立体と操作により完成した立体とを比較したり，友達の作品に共感したりすることで，構成要素に着目して立体の性質の違いを考えるようにする。そして，タイルを連接して立体を作成することで，空間と平面の相関に触れるようにしたい。

カ　展開の概略

学習活動	教師の働き掛け
１　課題を予想する。 面をつなぎ，いろいろな小物容れを作ろう!!	○　４種の平面をつなぎ，立体を作ることを知らせる。 
２　初発の立体の構成数を書く。	○　提示物から浮かんだ立体の構成数を書かせる。
３　作成する（面をつなげる）。	○　各自，自由に面を取らせ，作成させる。
４　初発を振り返る。	○　操作と初発のイメージを比較させる。
５　立体の作成法を話合う。	○　子どもの作品を取り上げ，友達の作成法について説明させる。
６　立体の構成要素を理解する。	○　作成した面と辺の個数について告げさせる。
７　初発や操作を振り返る。	○　製作法を振り返らせ，面はどれで，何枚か，辺は何㎝か調べさせる。
８　作成した立体に似た形を取り出し，話し合う。	○　子どもが作成した四角錘を取り上げ，身の回りに似た形がないか考えさせ，話し合わせる。

キ　振り返りの実際（検証Ⅰの実際）

一斉に立方体を作成した後，４種のタイルをセロハンテープでつなぎ合わせ，立体を作成する課題に取り組んだ。子どもの直観と操作，練り合いにおける記述や振り返り方の例を図５に挙げる。

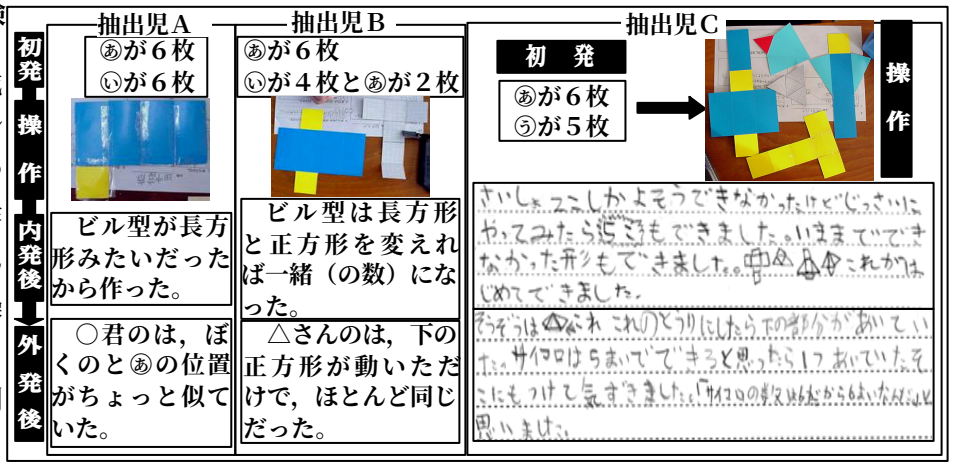


図５　抽出児の思考の変容

ク　空間と平面の相関に触れる実際（検証Ⅳの実際）

子どもの大半は，図５の抽象児Ｃの記述のように，側面を連接させた時点でいったん組み立ててみて，底面が開いていることから形を照合させる内発的修正を行っていた。また，他者を意識し，展開図や見取り図に合わせ，その図中に矢印をかいて表現する子どもも現れた。

ケ　考察（検証Ⅰと検証Ⅳ）

平面を連接させて立体をつくる検証授業を通して，振り返ることで操作をより順序立てて整理することができた。これは，抽出児Ｃをはじめ，操作活動後の振り返りが，操作手順の記述が多かったことから言える。子どもの大半は，見通してから作成するというよりも，手順を踏んで考え，要所ごとに直観を働かせ修正し，論理により直観を後付けしていた。

さらに，面構成により立体を多様な角度から見る力を養い，正面や側面だけでなく，底面にも目を向ける空間の位置関係に気付かせることができた。また，面の枚数と立体との関係に触れ，底辺の辺の数と側面の枚数の関係に気付くことができた。

(3)　検証授業を通した考察

ア　直観の振り返り（仮説１）

第２学年では，当初から活動の反省が多かったため，「…けど，…。」や「なぜ…というと，…から。」など，直観の後付けを書く子どもの記述を取り上げた。単元全般での振り返り方は図６のとおりである。

第３学年では，見通しと操作，振り返りの順序性を踏まえさせるために，学習の始めにまず一斉指導を行い，その後，各自が考える立体を作成させた。振り返ることで，思考や活動が整理でき，筋道立った操作や記述をさせることができたと考える。

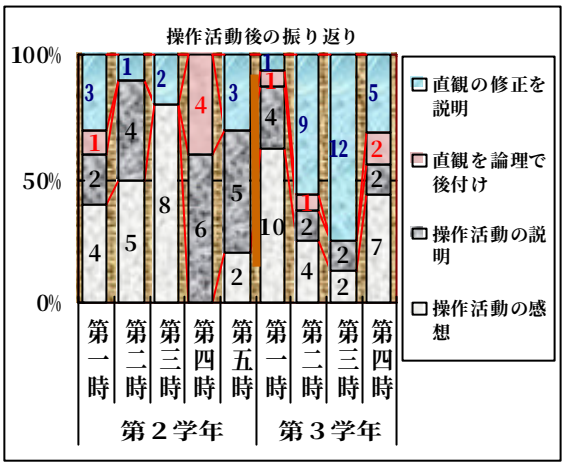


図６　子どもの振り返り方の変容

イ　学習内容と身の回りのものとの関連（仮説２）

両学年共に，取り扱った図形を身の回りから探す追課題を出したことや探してきたものについて話し合う時間を設けたことで，図形のもつ性質や特徴だけでなく，敷き詰めやすさや積みやすさなどの図形の機能に触れることができた。さらに，事物との照合を取り入れてきたことで，図５に示す「ビル」型や「魚」の形，「ロケット」，「ブーメラン」など，自己の作品にネーミングを行い，愛着をもって取り組むことができた。

ウ　空間と平面の相関（仮説３）

第３学年では，単元を通して構成要素の個数を振り返りの視点に挙げた。その結果，見通す際に背面や底面，それらの辺や頂点など，数えていなかった部分が把握でき，図形を多角的にとらえる態度を養うことができた。さらに，思考や操作の手順を踏んだ表現により，立体の奥行きに気付くことができた（図７参照）。

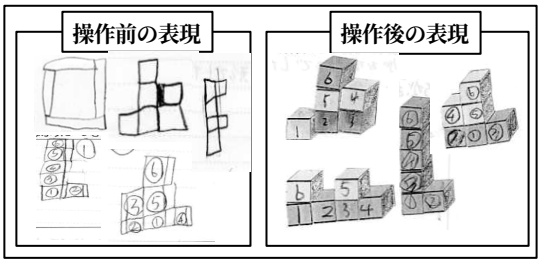


図７　子どもの空間認知力の向上

(4)　事前と事後の個別調査から

表２　第２学年対象事前調査

問１　８種類の色板の内，箱の中に入っていたものはどれか。
①　平行四辺形　　②正五角形

問２　次のものを，上や真横から見た影はどれか。
③ ⇨ ④ ⇨ ⑤ ⇨

問３　次の積み木を真上から，見た影はどれか。
⑥ ⇨ ⑦ ⇨

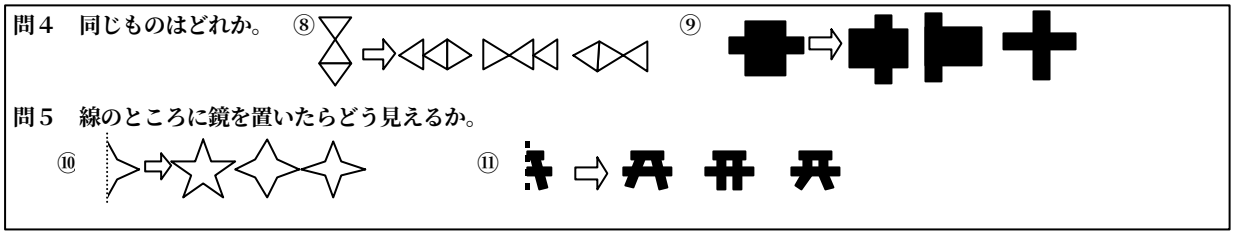


表２は，検証授業前後に行った１対１方式の調査資料である（事前:11月上旬，事後11月下旬）。

ア　直観の振り返り

投影図や回転体,線対称にかかわる問に伸び(図８参照)が，特に，第３学年では手で触れ，実物と照合する問（触感）の向上が見られた。

そして，認知後の説明時間も延長した（図9）。これは,多様な考え方から共通点や関連性を探し，練り上げた成果だと考える。

さらに，当初は，回答理由を尋ねても返事がなかったり，照合物のみに対する説明であったりしたが，対比（「Aは…だけど，Bは…。」）して捨象を行ったり，外挿（「…すると，…だから。」）したりする子どもが増加した。このことは，検証授業における直観の修正理由と修正法の振り返りの定着によると考える。

イ　空間と平面の相関

空間における位置関係を理解する子どもが増えた。図10は，事物の投影図の問題における正答者数である。第２学年における積み木を使った投影図の結果からは，教材や指導の工夫が課題として明らかになった。

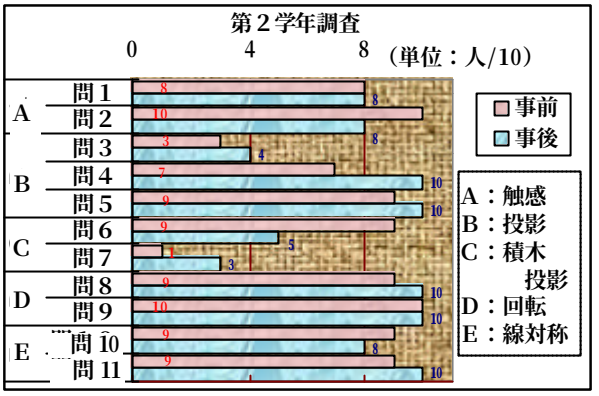


図８　事前及び事後調査における正答者数

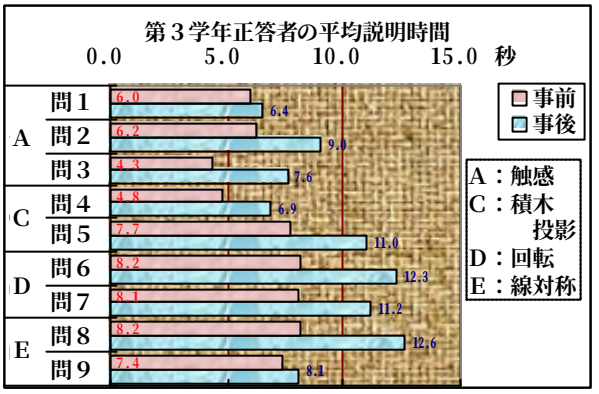


図９　事前及び事後調査における説明時間

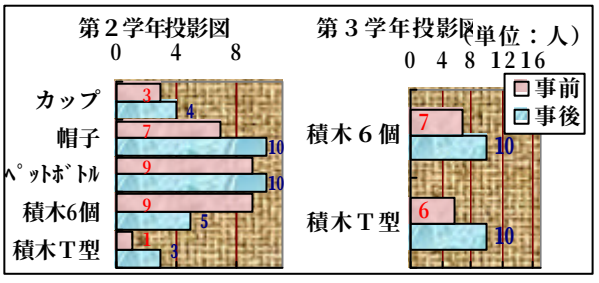


図 10　事物の投影図を問う課題の正答者数

7　研究のまとめと今後の課題

(1)　研究のまとめ

ア　直観や操作活動を振り返り，順序立てて考えたり，表現したりすることができた。また，図形の性質や特徴に気付くことができた。そして，当初の見通しを振り返り，見通した際の直観やその後の操作の修正の原因を探ろうとする態度が育った。

イ　構成要素に着目して多角形や多面体の定義に触れる発展性が見られるようになり，図形の性質や美しさや，敷き詰めたり積み重ねたりできるなどの図形の機能に気付くことができた。

ウ　図形の空間性や対照性に触れることができ，形を多角的にとらえようとする子どもが増えた。

(2)　今後の課題

ア　直観力と論理的思考力の向上について，長期的に子どもを分析する必要がある。

イ　空間と平面の相関に触れることができる教材の工夫を行う必要がある。

《参考文献》

・　小高　俊夫著　『図形・空間のカリキュラム改革へむけて－スキーマ形成論の展開と「統合幾何」の提案－』　1998 年　東洋館出版社