

(イ) 本時の授業の様子と実践を終えて

【指導に当たって】

○観察、操作や実験などを通して、対頂角の性質や平行線の性質を確認したり、角の大きさなどの値を求めたりする学習に取り組ませます。そこから、その事柄の根拠を明らかにさせることで、筋道立てて説明することへと促します。

【数学的活動】ウの「自分の考えを人に伝える活動・人の考えを理解する活動」を通して、はじめは根拠を明らかにして説明し伝え合う活動を通して、推論の過程を自分の言葉で他者に分かりやすく表現することに留意します。グループ等での話し合い活動を適宜取り入れることで自分の言葉で説明することへの抵抗感を和らげるようにし、学習を進めていくようにします。

【数学的活動】オの「発展的に考える活動」を通して、単に形式的な証明の記述を要求するのではなく、まずは証明の構想や方針を立てさせることを大切にします。そして、それを基に証明に用いる言葉や用語、記号を使うことに慣れるようにし、漸次、推論の過程を正確に、しかも分かりやすく表現する能力を高めていくようにします。また、いろいろな証明を比較したり評価したりする活動を通して、複数の証明に気付かせたり、演繹的な証明の必要性についての理解を深めます。

【本時の授業における数学的活動の具体】

段階	授業に位置付けた具体的な数学的活動
つかむ	電子黒板を用いて「証明のしくみ」について丁寧に確認します。黒板に図を示し、等しい部分を明確にしていくことで、三角形の合同条件を使った証明の学習への意識付けを図ります。
見通す	【数学的活動】ア 仮定と結論の部分を確認し、記号で表すことや例示されている3つの証明について正誤を判断させることで、生徒が見通しをもって、学習活動に取り組むことができるようにします。 【数学的活動】イ 問題文の条件に合う図を書かせ、どのような場合にも $AP=BQ$ の関係が成り立つことを確かめることができるようにします。すべてを調べることはできないことから、証明の必要性を感じさせるようにします。
練り合う	【数学的活動】ウ 3つの証明の正誤を判断した理由や根拠をワークシートへ記述させ、数学的な表現を用いて説明できるようにします。また、自分自身が考えたものと他者が考えたものを比較させることで、理解を深めさせることができるようにします（数学的活動の成果の共有）。 【数学的活動】エ 自分自身が考えたものと他者が考えたものとを比較させることで、根拠を基に証明ができていることを確認し、証明のよさについて気付かせることができるようにします。
深める	【数学的活動】オ 課題の条件を変えることで、複数の三角形の組の中から証明を行うために適切な組を選ぶ操作を入れ、新たな発見へとつなげることができるようにします。
まとめる	【数学的活動】カ 学習のまとめとしての振り返りを通して、数名の生徒に発表させることで、数学のよさを実感させることができるようにします。

a 本時の授業の様子

1 本時の学習

- ・図形の調べ方（本時 14/16） 証明の進め方（本時 1/2）


2 本時の目標

- ・三角形の合同条件を使った証明の進め方について考えることができる。

3 本時の評価規準

- ・三角形の合同条件を用いて図形の性質などについて考えようとしている。
 （小単元で評価）【数学への関心・意欲・態度】
- ・既に正しいと認められている事柄を根拠にして、仮定から結論を導く証明の筋道を考えることができる。
 【数学的な見方や考え方】

4 本時の展開（※形態の欄 斉・・・一斉活動 個・・・個人活動 G・・・グループ活動）

過程	学習活動 □ : 取り入れる数学的活動	形態	○：教師の働き掛け ●：数学的活動における教師の働き掛け ※：評価規準と【観点】（方法）
	1 「証明のしくみ」について確認する。 ≪生徒の反応≫ ・難しくてよくわからない。 ・少しは覚えているけど。	斉	○前時で学習した「証明のしくみ」について、丁寧に確認させる。また、電子黒板を利用して、正しいと認められる事柄にはどのようなものがあったかを表示しながら、一つ一つ確認した。 
つかむ	2 本時の学習内容を知る。 (1) 条件に合うように図を書く。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> 問 次のような図をかいてみよう 2直線 l、m が平行である。 直線 l 上の点Aと直線 m 上の点Bを結ぶ線分ABの中点をOとします。 点Oを通る直線 n が、l、m と交わる点を、それぞれP、Qとする。 </div> ≪生徒の反応≫ ・書くのが難しい。 ・簡単に書けた。 (2) 書いた図から等しくなりそうな部分を見つける。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> 【数学的活動】イ 観察・操作などの具体的な活動 </div> ≪生徒の反応≫ ・APとBQは同じ長さになりそうだ。 ・△OAPと△OBQは合同になる。 ・何が等しくなるのか予想がつかない。		○電子黒板で図の一部を表示するなどして図をかくことの支援を行った。 ●等しいことを明らかにするには、三角形の合同を証明する必要があることに気付かせるような発話を工夫した。 ○様々な図になっていることを確認することで、線分の長さが等しいことを明らかにするために、実際に長さを測って確認する方法は現実的でないことおさえた。

<p>長さが等しいことを証明しよう。</p>		
3	<p>〔課題1〕に取り組む。</p>	<p>斉 ○本時のめあてを確認し、学習の見通しをもたせた。</p>
<div style="display: flex; justify-content: space-between; align-items: flex-start;"> <div style="width: 60%;"> <p>〔課題1〕</p> <p>右の図で、$\ell // m$として、ℓ上の点Aと m上の点Bを結ぶ線分ABの中点をOとします。 点Oを通る直線nが、ℓ、mと交わる点を、 それぞれP、Qとするとき、 $AP=BQ$ となることを証明したい。</p> </div> <div style="width: 35%; text-align: center;"> </div> </div>		
見通す	<p>(1) 仮定と結論を記号で表す。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>【数学的活動】ア 成り立つ事柄を予想する活動</p> </div> <p>≪生徒の反応≫</p> <ul style="list-style-type: none"> ・仮定は $\ell // m$ (ℓ と m が平行) ・仮定は $AO=BO$ (AB の中点が O) ・結論は $AP=BQ$ <p>(2) 例示されている証明の筋道が通っているか判断する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>【数学的活動】ア 成り立つ事柄を予想する活動</p> </div> <p>≪生徒の反応≫</p> <ul style="list-style-type: none"> ・正昭さんの証明は、正しいと思う。 ・直さんの証明は、途中で結論を使っているので誤りだと思う。 ・謙太さんの証明は、三角形の合同条件が記述されてないので誤り。 ・正しいのか誤りなのか、判断できない。 	<ul style="list-style-type: none"> ●仮定と結論を確認することで、証明の道筋を確認させた。 ○仮定と結論が分かっていない生徒については、既に分かっている事柄が仮定、証明したい事柄が結論であることを確認した。 ●3人の証明が正しいか誤りかを判断させる中で、既に分かっている事柄を図の中に印を入れさせたり、証明の根拠として用いてよい事柄について確認させたりして、証明の進め方を明確にさせた。 ○活動が停滞している生徒には、電子黒板で既に分かっている事柄を示し、参考にするよう助言したり、仮定と結論を示し、合同条件の根拠となることを確認させたりした。
練り合う	<p>4 グループ内で確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>【数学的活動】ウ 自分の考えを人に伝える活動・人の考えを理解する活動</p> </div> <p>≪生徒の反応≫</p> <ul style="list-style-type: none"> ・どのように考えたらいいいのか分からないから、友達に尋ねてみよう。 ・こんなふうに考えてみたら分かるよ。 ・自分の考えとは違うみたいだけど、どう考えたのかな。 	<p>G</p> <ul style="list-style-type: none"> ○机をしっかりとつけるように指示を行った。 ●自分が「正しい」、「誤り」と判断した理由や根拠を、ワークシートの記述を基に、数学的な表現を用いて、相手が納得できるように説明し合うように指示した。 ○活動が停滞している生徒には、既に分かっている事柄や根拠を図の中に印を付けさせることで、グループ内で出された意見を整理させた。 <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> </div>
	<p>5 全体で確認する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 5px;"> <p>【数学的活動】カ 自分が行った活動を振り返る活動</p> </div>	<p>斉</p> <ul style="list-style-type: none"> ○生徒の発表を基に、全体で確認した。 ●友達の判断理由を聴くことで、自分の判断理由が数学的な表現になったことを確認した。

	<p>6 〔課題2〕に取り組む。</p>	<p>斉</p>	<p>○電子黒板で、〔課題2〕の条件を確認し、内容を確認させた。</p>
<p>深める</p>	<div data-bbox="272 237 1366 577" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>〔課題2〕</p> <p>右の図のように、$\triangle ABC$の辺BCの中点をMとし、AMの延長と頂点Bを通り辺ACに平行な直線との交点をDとすると、$BD=CA$であることを証明したい。</p> <p>(1) 仮定と結論を書きなさい。</p> <p>(2) どの二つの三角形の合同を示せばよいですか。</p> <p>(3) このことを証明しなさい。</p> </div> <div data-bbox="225 595 727 667" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【数学的活動】オ 発展的に考える活動</p> </div> <p>《生徒の反応》</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 仮定は $BM=CM$、$BD//AC$ ・ 結論は $BD=CA$ ・ $\triangle BMD$ と $\triangle CMA$ の合同を証明すればいいのかな。 ・ 対頂角が使えるそうだ。 ・ 平行線の錯角が使えるかもしれない。 ・ 何をすればいいのか、分からない。 <p>7 全体で確認する。</p> <div data-bbox="225 1317 727 1424" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【数学的活動】エ 目の前の課題から、物事の本質を見抜こうとする活動</p> </div>	<p>個</p>	<p>●〔課題1〕の証明と比較させることで、根拠となる事柄に気付かせた。</p> <p>※既に正しい事柄を根拠にして、仮定から結論を導く証明の筋道を考えることができる。 【数学的な見方や考え方】 (観察・ワークシート)</p> <div data-bbox="826 887 1410 1032" style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 5px;"> <p>「おおむね満足できる」状況(B)：どの二つの三角形の合同を示せばよいかを理解し、根拠を基に、「1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」ことを用いることができる。</p> </div> <div data-bbox="826 1070 1410 1245" style="border: 1px dashed black; border-radius: 10px; padding: 5px;"> <p>「努力を要する」状況(C)と判断される生徒への指導：電子黒板で、問題の条件から等しいといえる辺や角について提示し、図に印を付けるように促した。その後、課題1の証明を参考にしながら証明を書き進めるように助言した。</p> </div> <p>斉</p> <p>○生徒の発表を基に、全体で確認した。</p> <p>●根拠を基に、仮定から結論を導いて証明したことを全体で確認させた。</p>
<p>まとめる</p>	<p>8 本時の学習について振り返る。</p> <div data-bbox="225 1491 727 1576" style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>【数学的活動】カ 自分が行った活動を振り返る活動</p> </div>	<p>斉</p>	<p>●本時のまとめをワークシートに記入させ、証明の必要性や方法について振り返らせた。</p> <p>○評価を行うための資料とするため、生徒が記入したワークシートを回収した。</p>

b 実践を終えて

(a) 成果について

【示された証明の中にある誤りに気づき、修正することができた生徒が増えました。】

○ 仮定から結論を導くときに、既に正しいと認められた事柄を見つけて証明していくことを前時までに学習しているので、見通す段階で、複数の証明を比較することで正しく証明が行われているのはどれかその理由を考えさせ、グループ内で話し合わせることで、佐賀県小・中学校学習状況調査の結果から見える「課題4」に挙げていた演繹的な証明の必要性に気付かせることができました。その後、証明を記述させ説明させる活動を取り入れたことで、成り立つ理由を説明したり問題解決の方法を説明したりすることへの課題解決を図りました。その結果として、「課題2」では、「課題1」を参考にして自分なり三角形を見付け証明を記述した生徒が多くいました。

○ 【数学的活動】ウの「自分の考えを人に伝える活動・人の考えを理解する活動」

・指導のポイント①【必ず成り立つことを数学的な表現を用いて考え、説明させる】について

既に正しいと認められた事柄を見つけて証明が進められているのはどれかを、自分なりに「正しい」、「誤り」と判断した理由や根拠を記述するようにしました。ほとんどの生徒が、示された証明の中の条件が、三角形の合同条件に当てはまるかどうかを判断することができました。

・指導のポイント②【他者の考えと自分の考えとを比較させる（人の考えのよい点を認識させる）】について

自分なりの説明を記述したワークシートを基に互いに説明し合うことで、自分の意見を他者に伝えやすくなりました。そのことが、他者の考えのよさに気付いたり、自分で書き加えることで理解を深めたりすることにつながりました。その結果、ワークシートの記述内容も変わり、十分な記述ができた生徒が増えました。

○ 【数学的活動】オの「発展的に考える活動」

・指導のポイント①【条件を変えた課題に取り組む（数学的な見方や考え方を広げる）】について

〔課題1〕は、3つの証明の正誤を判断する問題でした。〔課題2〕では、証明をすべて記述する問題としました。習熟度編成の中位の生徒を対象とした授業であったため、一部の生徒は、証明のすべてを記述していました。大部分の生徒は、仮定と結論を記号で表し、証明の冒頭部分までの記述をしていました。

・指導のポイント②【学習した内容を、更に論理的に考察させる（数学的な見方や考え方を深める）】について

証明の学習の初期であるため、〔課題1〕の証明を例として記述するようにしました。〔課題2〕において、対頂角は等しいことと平行線と錯角の関係を使って、ワークシートに記述することができました。〔課題1〕では、対頂角が等しいことを根拠として用いていたので、〔課題2〕でも、対頂角が等しいことに目を向けて、証明の記述をすることができた生徒がいました。

平行線と錯角の関係を根拠とした記述ができていない生徒には、電子黒板で平行線と錯角の関係を復習することで、2直線が平行な場合に錯角が等しいという記述ができるようになった生徒がいました。

【今日の授業で分かったこと】の生徒記述より

今日は、証明が正しいか誤りか、その理由まで考えて、
仮定や結論、合同条件など全てがあって、「証明」という形になると分かりました。
私が伝えたいように（証明）

今日の授業では、★証明では何か一つ見つければ「間違いかどうか」分かるということ。

(b) 評価について

【評価と支援の手立て】

- 「数学的な見方や考え方」「数量や図形についての知識・理解」の評価について、課題を考える活動（本時の展開6）で指導に生かすための形成的な評価を行いました。本時においては、判定基準の「おおむね満足できる状況」（B）を「どの2つの三角形の合同を示せばよいかを理解し、根拠を基に、『1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい』ことを用いることができる」としており、観察やワークシートへの記入において、その評価をしました。「努力を要する」状況（C）になりそうな生徒に対しては、電子黒板で、問題の条件から等しいといえる辺や角について例示し、図に印を付けるように促しました。その後、〔課題1〕の証明を参考にしながら証明を書き進めるように支援しました。

【評価の実際】

証明の進め方（1/2時）では、〔課題2〕を考える活動（本時の展開6）で、「数学的な見方や考え方」「数量や図形などについての知識・理解」について、ワークシートへの記述の内容や観察により、指導に生かすための形成的な評価を行いました。判定基準に照らして、「努力を要する」状況（C）になりそうな生徒に対して適切な指導を行い、第16時の単元のまとめによる評価で、少なくとも「おおむね満足できる」状況（B）以上になるようにしました。また、「十分満足できる」状況（A）になると判断できる生徒を把握し、単元における総括の資料とするために記録に残しました。

〔評価規準〕

- ・既に正しい事柄を根拠にして、仮定から結論を導く証明の筋道を考えることができる。

【数学的な見方や考え方】

○ワークシートNo.2で評価した。

「おおむね満足できる」状況（B）：どの2つの三角形の合同を示せばよいかを理解し、根拠を基に、『1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい』ことを用いることができる。

「十分満足できる」状況（A）：どの2つの三角形の合同を示せばよいかを理解し、根拠を基に、『1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい』ことを用いて合同を証明し、結論を導き出すことができる。

本時の展開の6では〔課題2〕について評価を行いました。

〔課題2〕

「十分満足できる」状況（A）と判断できるもの

〔証明〕 $\triangle BDM$ と $\triangle CAM$ で

仮定より $BM = CM$
 $BD \parallel AC$
 $BD \parallel AC$ で 対頂角は等しいので $\angle AMC = \angle DMB$
 $BD \parallel AC$ で 錯角は等しいので $\angle C = \angle B$ $\angle A = \angle D$

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle BDM \cong \triangle CAM$
 合同な図形では対応する辺の長さは等しいので
 $BD = CA$

〔証明〕 $\triangle AMC$ と $\triangle DMB$ で

仮定より $CM = BM$ …①
 $AC \parallel BD$ で 錯角は等しいので $\angle MCA = \angle MBD$ …②
 対頂角は等しいので $\angle CDMB = \angle AMC$ …③
 ①、②、③より
 1組とその両端の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle AMC \cong \triangle DMB$
 合同な図形では、対応する辺は等しいので
 $BM = CM$

※結論が $BM = CM$ となっているが前段階の結論の確認では、 $BD = CA$ と記されている。

〔課題2〕

「おおむね満足できる」状況（B）と判断できるもの

〔証明〕 $\triangle ACM$ と $\triangle BDM$ で

仮定より $BM = CM$ …①
 対頂角は等しいので $\angle CMA = \angle DMB$ …②
 $BD \parallel AC$ で 錯角は等しいので $\angle ACM = \angle MDB$ …③
 ①、②、③より

1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので
 $\triangle ACM \cong \triangle BDM$

※結論までは示されていないが、2つの三角形を示し、根拠を基に、「1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」と示している。

〔課題2〕

「努力を要する」状況（C）と判断できるもの

<p>〔証明〕</p> <p>$\triangle BMD$と$\triangle CMA$で</p> <p>仮定より</p> <p>$BM = CM \dots ①$</p> <p>$BD \parallel AC \dots ②$</p> <p>③</p> <p>合同な図形だと 対応する辺の長さは等しいので $BD = CA$</p>	<p>※ワークシートの記述から2つの三角形を友達から示してもらっています。証明の進め方の形は分かっているが、証明が書けていません。</p>
<p>〔証明〕</p> <p>$\triangle BMD$と$\triangle CMA$で</p> <p>仮定より</p> <p>$BM = CM \dots ①$</p> <p>対頂角は等しいので</p> <p>$BD \parallel AC \dots ②$</p> <p>$BD \parallel AC$で錯角は等しいので</p> <p>⌒</p>	<p>※2つの三角形を示すことができますが、直線の平行と対頂角が等しいことの区別が理解できていません。</p>

【「努力を要する」状況（C）と判断できる生徒への指導】

2つの三角形を示すことができていない生徒には、等しい角、等しい辺はどこなのか問題の条件をワークシートの図に示すことを助言しました。また、自分で示すことを苦手としている生徒には電子黒板に示して2つの三角形を示すことができるように支援を行いました。

根拠として、仮定よりと対頂角は等しいと書くことができた生徒が多くいました。しかし、平行線の錯角は等しいことを用いることができていなかったために、電子黒板で平行線と錯角の関係を復習したり、机間指導を行う中で本当に正しいことなのかと問い掛けたりして正しい記述ができるように支援を行いました。