

## エ 実践を終えて

### 演繹的な証明の必要性に気付き、証明を記述することができるようになった。

- 仮定から結論を導くときに、すでに正しいと認められた事柄を見つけて証明していくことを前時までに学習しているので、見通す段階で、与えられた図形の証明が正しくないことの原因を考えさせ、**課題 2**に挙げていた演繹的な証明の必要性に気付かせることができた。その後、証明を記述させ説明させる活動を取り入れたことで、成り立つ理由を説明したり問題解決の方法を説明したりすることへの課題解決を図った。課題 3 では、課題 2 を参考にして自分なりに記述した生徒が多かったが、表現が不十分であったり平行線に着目できなかったりしていた生徒もいた。

《分かったこと》の生徒記述より

証明 せよと書く代わりに「これは、他の人に分かりやすく自分の気づきや意見を伝えること」ができるのではないかと 思いました。  
このプリント(2番目)の問題の証明も 私はあまりできなかつたけど、他の人から説明してもらって、納得がいった。

証明するときには、具体的な数字は使わず、  
どの角にも合う条件を使わなければならない。

証明には中途半端な根拠ではなくどんな場合にも通用する確かな根拠が必要だとわかりました。

### 数学的活動が充実し、理解につながった。

- 【数学的活動】ウの「自分の考えを人に伝える活動・人の考えを理解する活動」では、三角形の内角の和は  $180^\circ$  であることと対頂角は等しいことを使って、記述したワークシートを基に互いに説明し合うことで、他者の考えのよさに気付いたり、自分で書き加えることで理解を深めたりすることにつながった。また、【数学的活動】ウを通して、ワークシートの記述内容も変わり、十分な記述ができた生徒が増えた。《分かったこと》の生徒記述からもうかがうことができた。
- 【数学的活動】オの「発展的に考える活動」では、課題 3 において、三角形の内角の和は  $180^\circ$  であることと平行線と錯角の関係を使って、課題 2 の記述を参考に、ワークシートに記述させることができた。課題 2 では対頂角が等しいことを根拠として用いていたので、課題 3 でも最初是对頂角が等しいことに目を向けている生徒がいた。

### [12月調査]においても、一定の成果が見られた。

- 平成 27 年度佐賀県小・中学校学習状況調査[12月調査]に、同様の設問が、同じ期待正答率で出題されていた。研究委員所属校の設問ごと正答率は 52.3%で、「おおむね達成」の基準 50.0 を上回っていた。授業を行った学年が異なり、[4月調査]の結果と一概に比較することはできないが、一定の成果が見られた。

**評価と支援の手立て**

○「数学的な見方や考え方」「数量や図形についての知識・理解」の評価について、課題を考える活動(詳細授業展開案の7)で指導に生かすための形成的な評価を行った。本時においては、判定基準の「おおむね満足できる状況」(B)を「証明するための根拠として、三角形の3つの内角の和が180°であることと平行線の錯角は等しいことを用いることができる。」「測定値などの具体的な数値ではなく、証明に用いる言葉や用語、記号を用いて記述している。」としており、観察やワークシートへの記入において、その評価をした。「努力を要する」状況(C)になりそうな生徒に対しては、電子黒板に正しいと認められている事柄を提示したり、平行線の性質を確認したりすることで記述の手助けとなるように支援した。

**【評価の実際】**

図形の調べ方(3/3時)では、課題3を考える活動(詳細授業展開案の7)で、「数学的な見方や考え方」「数量や図形などについての知識・理解」について、ワークシートへの記述の内容や観察により、指導に生かすための形成的な評価を行った。判定基準に照らして、「努力を要する」状況(C)になりそうな生徒に対して適切な指導を行い、第16時の単元のまとめによる評価で、少なくとも「おおむね満足できる」状況(B)以上になるようにした。また、「十分満足できる」状況(A)になると判断できる生徒を把握し、単元における総括の資料とするために記録に残した。

[評価規準]

- ・既に正しい事柄を根拠にして、仮定から結論を導く証明の筋道を考えることができる。

**【数学的な見方や考え方】**

○ワークシートNo.2で評価した。

「おおむね満足できる」状況(B): 証明するための根拠として、三角形の3つの内角の和が180°であることと平行線の錯角は等しいことを用いることができる。

「十分満足できる」状況(A): 証明するための根拠として、三角形の3つの内角の和が180°であることと平行線の錯角は等しいことを用いて、適切に証明を記述することができる。

[課題3] ①

「十分満足できる」状況(A)と判断できるもの。

<p>&lt;証明&gt;                  三角形の内角の和は、<math>180^\circ</math> だから、  <math>\angle A + \angle APB + (\angle B) = (180^\circ) \dots \textcircled{1}</math>  <math>\angle D + \angle DPC + \angle C = 180^\circ \dots \textcircled{2}</math>                  ①から  <math>\angle A + \angle APB = 180^\circ - \angle B \dots \textcircled{3}</math>                  ②から  <math>\angle D + \angle DPC = 180^\circ - \angle C \dots \textcircled{4}</math>  <math>AB \parallel CD</math> だから 錯角は等しくなり、  <math>\angle B = \angle C \dots \textcircled{5}</math>                  ③、④、⑤から  <math>\angle A + \angle APB = \angle D + \angle DPC</math></p>	<p>&lt;証明&gt;                  三角形の内角の和は、<math>180^\circ</math> だから、  <math>\angle A + \angle APB + (\angle B) = (180^\circ) \dots \textcircled{1}</math>  <math>\angle D + \angle DPC + \angle C = 180^\circ \dots \textcircled{2}</math>                  ①から  <math>\angle A + \angle APB = 180^\circ - \angle B \dots \textcircled{3}</math>                  ②から  <math>\angle D + \angle DPC = 180^\circ - \angle C \dots \textcircled{4}</math>                  また 平行線の錯角は等しいから  <math>\angle B = \angle C \dots \textcircled{5}</math>                  ③、④、⑤から  <math>\angle A + \angle APB = \angle D + \angle DPC</math></p>
---	--

「おおむね満足できる」状況 (B) と判断できるもの。

<証明>  
 三角形の内角の和は、 $180^\circ$  だから、  
 $\angle A + \angle APB + (\angle ABP) = (180^\circ) \dots \textcircled{1}$   
 $\angle D + \angle DPC + (\angle DCP) = (180^\circ) \dots \textcircled{2}$   
 $\angle A + \angle APB = 180^\circ - \angle B \dots \textcircled{3}$   
 $\angle D + \angle DPC = 180^\circ - \angle C \dots \textcircled{4}$   
 また、(錯角) は等しいから  $\rightarrow AB \parallel CD$  だから  
 $\angle B = \angle C \dots \textcircled{5}$   
 $\textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}$  から  
 $\angle A + \angle APB = \angle D + \angle DPC$

証明の学習を始めたばかりで、生徒にとっては、既に正しいと認められていることを使い、筋道を立てて記述することは難しかったようであった。しかし、課題2をモデルにして記述することで、何を書かなければならないのか考えながら記述することができていた。

「努力を要する」状況 (C) と判断できる生徒への指導

三角形の内角の和は、 $180^\circ$  だから、  
 $\angle A + \angle APB + (\angle B) = (180^\circ) \dots \textcircled{1}$   
 $\angle D + \angle DPC + \angle C = 180^\circ \dots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}$  から、  
 $\angle A + \angle APB = 180^\circ - \angle B \dots \textcircled{3}$   
 $\textcircled{2}$  から  
 $\angle D + \angle DPC = 180^\circ - \angle C \dots \textcircled{4}$   
 また、<sup>錯角</sup> 同位角は等しいから、また  $AB \parallel CD$  の錯角は等しいから、  
 $\angle B = \angle C$   
 $\textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}$  より  
 $\angle A + \angle APB = \angle D + \angle DPC$

*重要ポイント!!*  
 錯角はいつも等しい言わない。  
 同位角が等しいならば平行線の逆の命題。

根拠として、三角形の内角の和が  $180^\circ$  になることを書くことができた生徒が多かった。しかし、平行線の錯角は等しいことを用いることができていなかったために、電子黒板で平行線と錯角の関係を復習したり、机間指導を行う中で本当に正しいことなのかと問い掛けたりして正しい記述ができるようにした。

[評価規準]

- ・証明の必要性や証明の方法を理解している。【数量や図形などについての知識・理解】

○ワークシート No.2 で評価した。

「おおむね満足できる」状況 (B) : 測定値などの具体的な数値ではなく、それぞれの三角形の内角の和が  $180^\circ$  になることを、記号を用いて記述している。

「十分満足できる」状況 (A) : Bに加えて、根拠として「平行線の錯角が等しい」ことを記述するために式を変形させている。

[課題3] ①

「十分満足できる」状況 (A) と判断できるもの。

<証明>  
 三角形の内角の和は、 $180^\circ$  だから、  
 $\angle A + \angle APB + (\angle B) = (180^\circ) \dots \textcircled{1}$   
 $\angle D + \angle DPC + \angle C = 180^\circ \dots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}$  から  
 $\angle A + \angle APB = 180^\circ - \angle B \dots \textcircled{3}$   
 $\textcircled{2}$  から  
 $\angle D + \angle DPC = 180^\circ - \angle C \dots \textcircled{4}$   
 また、 $AB \parallel CD$  だから錯角が等しいから、  
 $\angle B = \angle C \dots \textcircled{5}$   
 $\textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}$  から  
 $\angle A + \angle APB = \angle D + \angle DPC$

<証明>  
 三角形の内角の和は、 $180^\circ$  だから、  
 $\angle A + \angle APB + (\angle B) = (180^\circ) \dots \textcircled{1}$   
 $\angle D + \angle DPC + \angle C = 180^\circ \dots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}$  から、 $\angle A + \angle APB = 180^\circ - \angle B \dots \textcircled{3}$   
 $\textcircled{2}$  から、 $\angle D + \angle DPC = 180^\circ - \angle C \dots \textcircled{4}$   
 平行な直線だと、 $\angle B$  と  $\angle C$  は錯角になるから、 $\dots \textcircled{5}$   
 $\angle B = \angle C$   
 $\textcircled{3}, \textcircled{4}, \textcircled{5}$  から  
 $\angle A + \angle APB = \angle D + \angle DPC$

「おおむね満足できる」状況 (B) と判断できるもの。

<証明>  
 三角形の内角の和は、 $\frac{180^\circ}{B}$  だから、  
 $\angle A + \angle APB + (\angle B) = (180^\circ) \dots \textcircled{1}$

$\angle D + \angle DPC + \angle C = 180^\circ \dots \textcircled{2}$

①から、  
 $\angle A + \angle APB = 180^\circ - \angle B \dots \textcircled{3}$

②から、  
 $\angle D + \angle DPC = 180^\circ - \angle C \dots \textcircled{4}$

また、平行線の錯角は等しいので  
 $\angle B = \angle C$

③、④から  
 $\angle A + \angle APB = \angle D + \angle DPC$

それぞれの三角形の内角の和が  $180^\circ$  になることは、記号を用いて記述することができていたが、式を変形させる (①②の式を③④に変形させる) 段階で間違えたり、記述できずにいたりした。

「努力を要する」状況 (C) と判断できる生徒への指導

根拠として、三角形の内角の和が  $180^\circ$  になることを、書けない生徒はいなかった。証明するために必要な角がどこなのか、電子黒板で角に着目させたり、机間指導を通してワークシートの図に印を付けさせたりして正しい記述ができるように支援した。