

【 数学 数学Ⅱ 2学年 】

授業者 佐賀県立鹿島高等学校 教諭 福田 勝哉

◇単元名

5章 微分と積分 2節 導関数の応用 4. 方程式・不等式への応用 (東京書籍「数学Ⅱ」)

◇単元の目標

グラフを利用して、方程式の実数解の個数を調べたり、ある区間において不等式が成り立つことを証明したりできるようにする。

◇本時の目標

3次方程式の実数解の個数を、定数分離を利用して判別できるようにする。

◇配慮や工夫

本時の学習は、3次方程式の実数解の個数を、定数分離を利用して判別できるようにすることが目標である。正確にグラフを描くことやグラフから解の個数の変化にイメージをもち、答えを導き出すことに、生徒の苦手が予想される。

そこで、本時の学習において次のような配慮や工夫を行っていく。

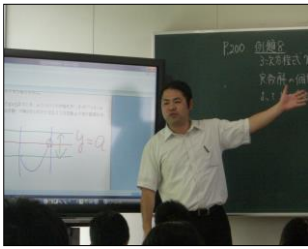
導入では、見通しをもたせるために、過去に扱った類題を電子黒板に提示して解法を想起させる。

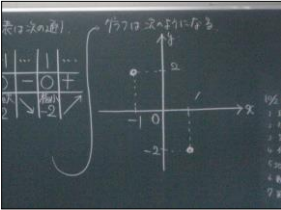


展開では、電子黒板を利用してグラフの動きを見せ、解の個数の変化のイメージをもちやすいようにする。また、黒板を見ればすぐにポイントが分かるように、板書の文字の大きさや色チョークの使い方など工夫する。生徒が応答しやすい発問をすることで、授業に主体的に参加できる雰囲気をつくる。ノートに書くときや教師の話の聞くときなど、それぞれの学習活動の前に指示を明確に行うことで、生徒が今何をすべきか分かりやすくする。練習問題や発展問題においては、生徒同士での教え合いや答え合わせを行うように言葉を掛け、「できた」という達成感を感じさせる。さらには、練習問題や発展問題の解答を電子黒板で示すことで、机間指導の時間をより多く確保する。

まとめでは、学習内容を振り返らせるために、授業の最後に解法のポイントを再確認して、問題集の類題の問題番号を伝え、家庭で復習しやすいようにする。

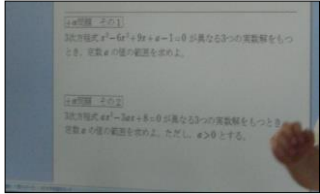
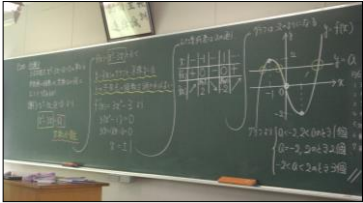
次の「本時の学習活動と具体的な学習環境」の「具体的な学習環境等」にある**学習環境Ⅰ～学習環境Ⅳ**とは、授業者が工夫をして取り入れたり、生徒アンケート等で効果が表れていたと捉えたりしている学習環境です。具体的な内容については、後の「取り入れた学習環境の実際と生徒の様子」で詳しく説明しています。また、各**学習環境Ⅰ～学習環境Ⅳ**の下にある〈 〉内の言葉は、生徒が抱える苦手さの領域を示しています。


◇本時の学習活動と取り入れた具体的な学習環境

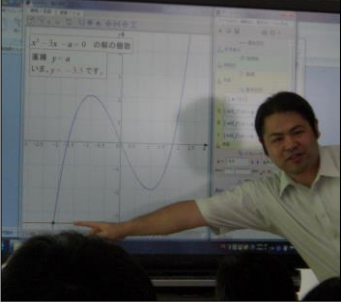
過程	学習活動	具体的な学習環境等
導入	1 前時までの内容を振り返り、本時の内容を知る。	<ul style="list-style-type: none"> ・学習ページを板書する。 ・解法を想起させるために過去に扱った類題を電子黒板に提示する。 <div style="text-align: right;">【学習環境Ⅰ】</div> 
展開	2 例題の解法の説明を聞く。 3次方程式 $x^3 - 3x - a = 0$ の異なる実数解の個数は、定数 a の値によってどのように変わるか。	<ul style="list-style-type: none"> ・定数分離という言葉が黄色で書いたり、強調する部分を赤色で囲んだりするなど色チョークの使い方を工夫し、定数を分離することが解法のポイントであることを示す。 ・生徒が応答しやすい発問をして、生徒とやりとりをしながら解法を説明していくことで、授業に主体的に参加できる雰囲気をつくる。


展開	<p>(1) 計算やグラフの作図を行う。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・微分をする，増減表を書く，グラフを描くなどの活動ごとに解法の説明を行う。 
	<p>3 練習問題を解く。</p> <p>3次方程式 $2x^3 - 3x^2 - a = 0$ の異なる実数解の個数は，定数 a の値によってどのように変わるか。</p> <p>4 練習問題の答え合わせを行う。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ノートに書くときと教師の話を聞くときの指示を明確に行う。 【学習環境Ⅱ】 ・電子黒板でグレースを活用して実際に座標軸上で直線 $y=a$ を動かし，視覚的に実数解の個数の変化を捉えやすいようにする。 【学習環境Ⅲ】 ・例題の解答は黒板に残しておき，生徒がいつでも確認できるようにしておく。 【学習環境Ⅰ】 ・机間指導をして例題の解法を利用して練習問題が解けていない生徒への個別対応を行う。  <ul style="list-style-type: none"> ・生徒同士での教え合いや答え合わせを積極的に行うよう言葉を掛ける。 【学習環境Ⅳ】 ・早く終わった生徒のために，発展問題を電子黒板に提示する。 【学習環境Ⅰ】 <p>(その1) 3次方程式 $x^3 - 6x^2 + 9x + a - 1 = 0$ が異なる3つの実数解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ。</p> <p>(その2) 3次方程式 $ax^3 - 3ax + 8 = 0$ が異なる3つの実数解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ。ただし，$a > 0$ とする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・電子黒板に解答を提示することで，机間指導の時間を多く確保する。 【学習環境Ⅰ】 ・生徒の理解状況に応じて，発展問題の解説を行い，後日，章末問題で類題を扱うことを伝える。
まとめ	<p>5 本時の学習を振り返る。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・黒板に注目させ，色チョークで示したポイントとなる語句を示しながら，もう一度解答の流れを説明する。  <ul style="list-style-type: none"> ・問題集にある類題の問題番号を伝え，家庭での学習を促す。

◇取り入れた学習環境の実際と生徒の様子

<p>学習環境Ⅰ 〈注意・集中〉</p>	<p>電子黒板に、過去に扱った類題や練習問題、発展問題の解答を提示する。</p>	
<p>取り入れた 意図</p>	<p>授業を集中して受けることが苦手な生徒にとって、板書の時間が少なくなることで、問題演習に取り組む時間や教師に質問したり生徒同士で教え合ったりする時間を多くとることができるようにする。さらに、例題の解説を黒板に残したままにしておくことで、黒板を見てすぐに確認ができるようにする。</p>	
<p>[電子黒板を利用して板書の量を減らす]</p> 	<p>生徒の取組の様子</p> <p>問題を解く時間を多くとることができたため、教師に質問したり生徒同士で教え合ったりしながら、全生徒が練習問題を解くことができた。また、数学を苦手としている生徒も発展問題に取り組むことができた。</p>	
<p>[例題の解答は黒板に残しておく、生徒が確認できるようにしておく]</p> 	<p>生徒の取組の様子</p> <p>板書が消されずに残されていたので、板書を書き写すことが遅い生徒は、余裕をもって問題に取り組むことができていた。また、板書の解答を時折確認しながら、その流れに沿って問題に取り組んでいる生徒もいた。</p>	
<p>[学習環境の考察]</p> <p>これまでに扱った類題や、練習問題や発展問題の解答を電子黒板に提示することで、生徒が問題に取り組む時間を確保できた。また、例題の板書を消すことなく最後まで残すことで、生徒が自分のペースで問題に取り組むことができた。授業の最後の振り返りも行いやすく、内容の定着につながったと考える。</p> <p>さらに、以前扱った類題を電子黒板に提示することで、本時の解法の見通しをもちやすくなったり、前時の復習として公式等を電子黒板に提示したりすることも有効であると考えます。</p>		

<p>学習環境Ⅱ 〈注意・集中〉</p>	<p>ノートに書くときと教師の話を聞くときの指示を明確に行う。</p>	
<p>取り入れた 意図</p>	<p>教師の話を聞き漏らさないようにすることや、授業を集中して受けることが苦手な生徒にとって、指示が明確であるために、今何をすべきか分かり、聞き漏らしをすることなく授業に集中できるようにする。</p>	
<p>[ノートに書くときと教師の話を聞くときの指示を明確に行う]</p> 	<p>生徒の取組の様子</p> <p>「ペンを置いて黒板に注目しよう」「ここからノートに写しましょう」などの指示に従って活動でき、解説を聞く際は全員が顔を上げて集中して聞くことができていた。</p>	
<p>[学習環境の考察]</p> <p>書くとき、聞くときなどの指示を明確に行うだけで、生徒は活動しやすくなり、授業への集中にもつながると考える。集中することが苦手な生徒にとっては、発問を受けながら解説を聞くことも授業に集中できる一つの手法であると考えます。また、指示や発問だけでなく板書の字の大きさや色チョークの使い方など、日頃の授業で少し配慮するだけで生徒にとってより学びやすい環境につながると考える。</p>		

学習環境Ⅲ 〈見ること〉	電子黒板でグレース(関数グラフ作成ソフト)を活用して実際に座標軸上で直線 $y=a$ を動かして、視覚的に実数解の個数の変化を捉えやすいようにする。	
取り入れた意図	直線 $y=a$ の動きにイメージをもつことが苦手な生徒にとって、電子黒板で実際に座標軸上で直線 $y=a$ を動かすことで、視覚的に確認することができ、解法の定着につながるようにする。	
〔視覚的に実数解の個数の変化を捉えやすいようにする〕 	生徒の取組の様子 直線 $y=a$ の動きのよって実数解の個数がどのように変化するかを視覚的に確認させる際には、うなずきながら説明を聞くなど、特に興味をもって電子黒板に注目していた。問題に取り組む際は、ほとんどの生徒が3次方程式のグラフを描いて、正答を導くことができていた。中には自分が描いたグラフ上で電子黒板の $y=a$ の動きと同じように、自分のシャープペンシルや定規を動かして解の個数の変化を確認している生徒もいた。	
〔学習環境の考察〕 図形やグラフの動きにイメージをもつことが苦手な生徒にとっては非常に有効な支援であると考えられる。軌跡や最大・最小問題の場合分け、空間図形など、様々な場面で活用したい。		

学習環境Ⅳ 〈話すこと〉	問題を解く際に、生徒同士での教え合いや答え合わせをする活動を取り入れる。	
取り入れた意図	数学が苦手な生徒や、全体の中で質問することが苦手な生徒にとって、身近な友達の方が質問をしやすい。自分の力で正答にたどり着くことで、「できた」という達成感を感じさせるようにする。	
〔生徒同士で教え合う〕 	生徒の取組の様子 問題に取り組む際に、途中の計算や増減表などを隣の友達と確認し合いながら解いている姿が多く見られた。値が違う場合は互いに間違っている部分を探すなどし、協力して正答を導くことができていた。近くの生徒同士だけではなく、少し動いて友達に質問する姿も見られた。また、ほとんどの生徒が発展問題まで取り組むなど積極的に問題に取り組もうとする雰囲気が出ていた。	
〔学習環境の考察〕 生徒同士での教え合いや答え合わせの時間を設けることは、友達に気軽に質問ができるため、生徒には大変好評であった。質問を受ける生徒も理解が深まる。発展問題に取り組もうとする意欲にもつながったと考える。		