中学校数学

第２学年

５　図形の性質と証明

［問題］

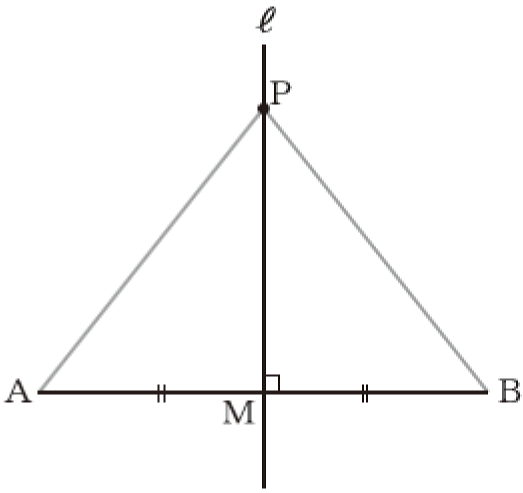
中学校

年　組　　号 氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査①

下の図のように，線分ABの垂直二等分線ℓ をひいて，線分ABとの交点をMとします。また，直線 ℓ 上に点Ｐをとります。【H19】



このとき，PA＝PBとなることを，下のように証明しましたが，この証明にはまちがいがあります。

証明

△PAMと△PBMにおいて，
仮定から，
AM＝BM　……①
PA＝PB　……②
また，PM＝PM（PMは共通）……③
①，②，③より，
３辺がそれぞれ等しいから，
△PAM≡△PBM
したがって，PA＝PB

次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1)　前の証明のまちがいは，下に示した　　　　の中にあります。まちがっている部分を，解答用紙　　　　の中に下線（＿＿＿）をひいて示しなさい。

△PAMと△PBMにおいて，

仮定から，

AM＝BM　……①

PA＝PB　……②

また，　PM＝PM（PMは共通）……③

①，②，③より，

３辺がそれぞれ等しいから，

△PAM≡△PBM

したがって，　PA＝PB

(2)　上の証明の　　　　の中を正しく書き直しなさい。

△PAMと△PBMにおいて，

したがって，　PA＝PB

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査②

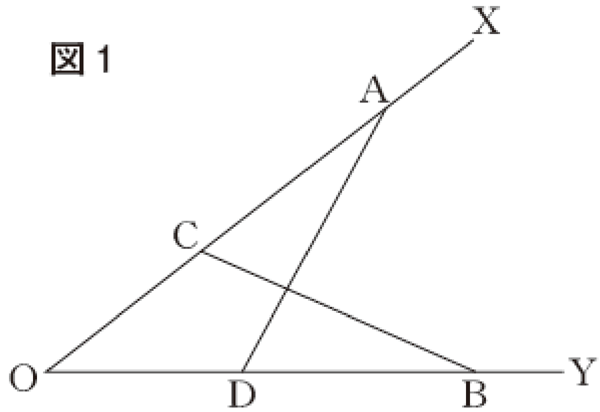
拓也さんは，次の問題を考えています。【H20】

問題

下の**図１**のように，∠XOYの辺OXと辺OY上に，OA＝OBとなるように点Aと点Bを，OC＝ODとなるように点Cと点Dを，それぞれとります。

点Aと点D，点Bと点Cをそれぞれ結ぶとき，AD＝BCとなることを証明しなさい。

図１

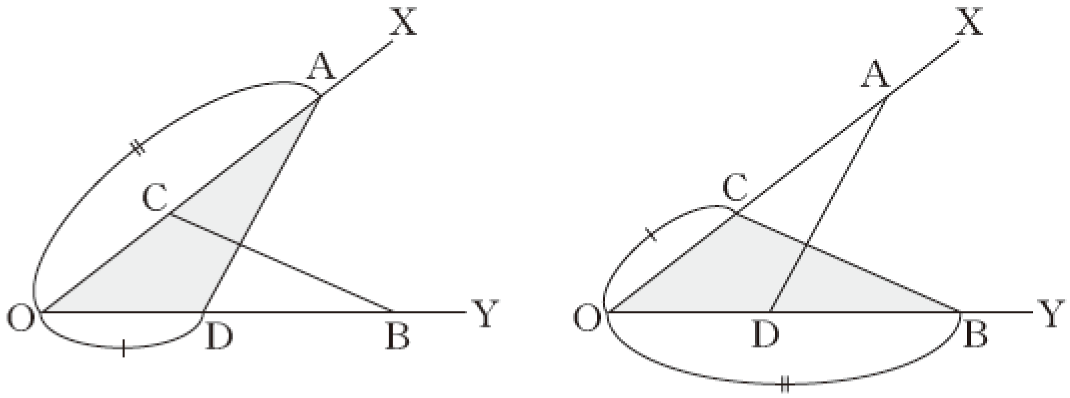


拓也さんは，証明の方針を下のようなメモにまとめました。

拓也さんのメモ

① AD ＝ BC を証明するためには，△AOD と△BOC の合同を示せばよい。

② 図１の△AOD と△BOC を見やすくするために，２つの図に分けて，仮定を表すと，下のようになる。



③ ②をもとにすると，△AOD と△BOC の合同が示せそうだ。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　拓也さんのメモの ① にあるように，AD＝BCを証明するために，△AODと△BOCの合同を示せばよいのは，合同な図形のどのような性質からですか。下の**ア**から**エ**の中から１つ選びなさい。

ア　合同な図形の対応する辺の長さは等しい。

イ　合同な図形の対応する角の大きさは等しい。

ウ　合同な図形の周の長さは等しい。

エ　合同な図形の面積は等しい。

(2)　前ページの問題で，AD＝BCとなることを証明しなさい。

(3)　拓也さんは，AD＝BCを，△AOD≡△BOCをもとにして証明しました。
△AOD≡△BOCをもとにすると，前ページの問題の図形について，AD＝BC以外に新しいことが分かります。それを下の**ア**から**エ**の中から１つ選びなさい。

ア　OC＝OD

イ　OC＝BD

ウ　∠OAD＝∠OBC

エ　∠OAD＝∠BOC

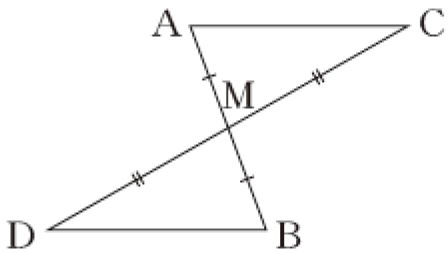
■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査③

大貴さんは，次の問題を考えています。【H21】

問題

右の図のように，線分ABと線分CDがそれぞれの中点Mで交わっています。
このとき，AC // DBとなることを証明しなさい。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　大貴さんは，次のような**証明の方針１**を考えました。この**証明の方針１**にもとづいて，AC // DBとなることの証明を完成しなさい。

証明の方針１

①　AC // DB を証明するためには，∠MAC＝∠MBD(錯角が等しい)を示せばよい。

②　∠MAC＝∠MBD を示すためには，△AMC ≡ △BMD を示せばよい。

③　仮定の AM＝BM，CM＝DM を使うと，△AMC ≡ △BMD が示せそうだ。

証明

△AMC と△BMD において，

合同な三角形の対応する角は等しいから，

∠MAC = ∠MBD

したがって，錯角が等しいから，

AC // DB

(2)　大貴さんは，△AMC≡△BMDをもとにしてAC // DBを証明しました。
△AMC≡△BMDをもとにすると，前ページの問題の図形について，∠MAC＝∠MBDや問題の仮定以外にも分かることがあります。それを下の**ア**から**エ**の中から１つ選びなさい。

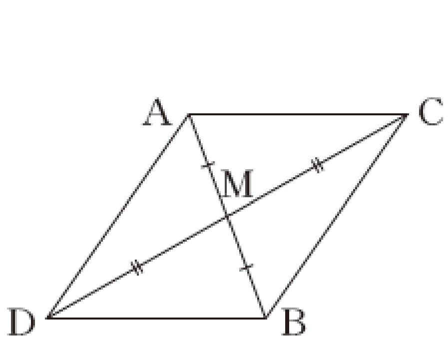
ア　∠MCA＝∠MDB

イ　∠MAC＝∠MDB

ウ　AM＝BM

エ　AM＝DM

(3)　右の図のように，線分AD，線分CBをひいて四角形ADBCをつくると，次の**証明の方針２**を考えることもできます。



証明の方針２

◇1 AC // DB を証明するためには，四角形ADBC が
（　①　）であることを示せばよい。

◇2 このことは，仮定のAM = BM，CM = DMを使うと，
$\boxed{\quad ② \quad}$ ことから示せる。

証明の方針２の（　①　）に当てはまる言葉を書きなさい。また，$\boxed{\quad ② \quad}$ に当てはまることがらを，下の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　対角線が垂直に交わる

イ　対角線の長さが等しい

ウ　対角線が平行である

エ　対角線がそれぞれの中点で交わる

オ　対角線が垂直に交わり，その長さが等しい

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　組　号　氏名

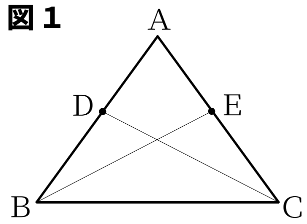
■全国学力･学習状況調査④

次の**問題１**は，下のようにに証明できます。

問題１

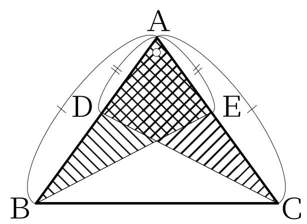
図１のように，ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣの辺ＡＢ，辺ＡＣ上にＡＤ＝ＡＥとなる点Ｄ，点Ｅをそれぞれとります。
このとき，ＢＥ＝ＣＤとなることを証明しなさい。

図１



問題１の証明

△ＡＢＥと△ＡＣＤにおいて，
仮定から，
ＡＢ＝ＡＣ　　　……①
ＡＥ＝ＡＤ　　　……②
共通な角だから，
∠ＢＡＥ＝∠ＣＡＤ　　……③
①，②，③より，
２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ＡＢＥ≡△ＡＣＤ
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
ＢＥ＝ＣＤ



次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。【H22】

(1)　**問題１の証明**では，「２辺とその間の角がそれぞれ等しい。」という三角形の合同条件が用いられています。この合同条件を用いるとき，△ＡＢＥと△ＡＣＤの対応する２辺の間の角が等しいことを表しているのは，上の証明のどの部分ですか。その部分を書きなさい。

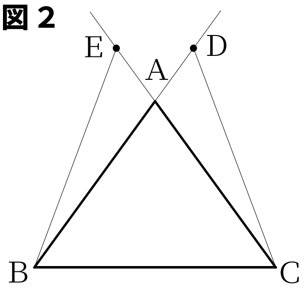
【解答】

(2)　**問題１**の一部を変えると，次の**問題２**をつくることができます。

問題２

図２のように，　ＡＢ ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣの辺ＢＡ，辺ＣＡを延長した直線上にＡＤ＝ＡＥとなる点Ｄ，点Ｅをそれぞれとります。
このとき，　ＢＥ ＝ＣＤとなることを証明しなさい。

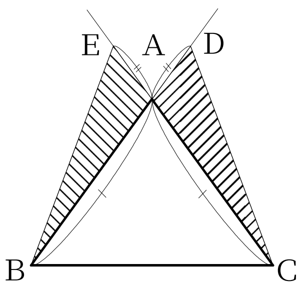
図２



問題２でもＡＢＥとＡＣＤに着目すると，**問題１**と同じように，ＢＥ＝ＣＤとなることを証明できます。
問題１の証明を参考にして，**問題２の証明**を完成しなさい。

問題２の証明

△ＡＢＥと△ＡＣＤにおいて，



合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
ＢＥ＝ＣＤ

※解答は，[ ] の中にそのまま記入しなさい。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑤

身の回りには，ものを安定して置くために水平な面をつくる工夫がいろいろ見られます。
次の問いに答えなさい。【H22】

図１のような天板と台座を組み立てて使う机があります。**図２**はこの机を真横から見たものです。

図１

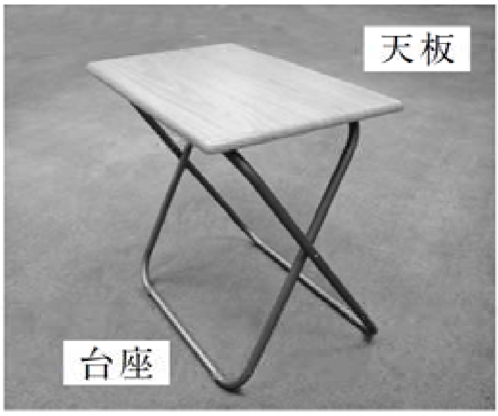


図２

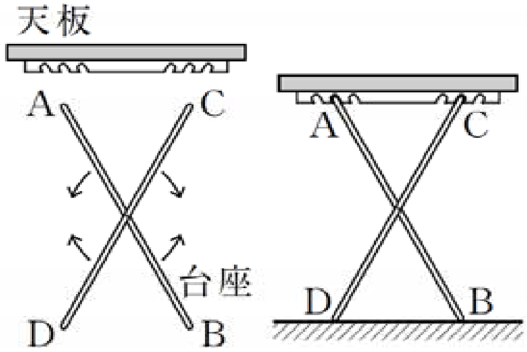


図２のように，この天板の裏側には，いくつかのくぼみがあり，台座のパイプは，ＡＢとＣＤの長さが等しく，それぞれの真ん中で交わるように組み合わされています。これによって，台座を天板のどのくぼみに差し入れても，天板は床と平行になり，点Ａの真下に点Ｄが，点Ｃの真下に点Ｂがあるような机になります。これは，４つの点Ａ，Ｄ，Ｂ，Ｃを順に結んでできる四角形ＡＤＢＣが，ある図形になるからです。その図形の名前を答えなさい。

【解答】

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　**年　組　号　氏名**

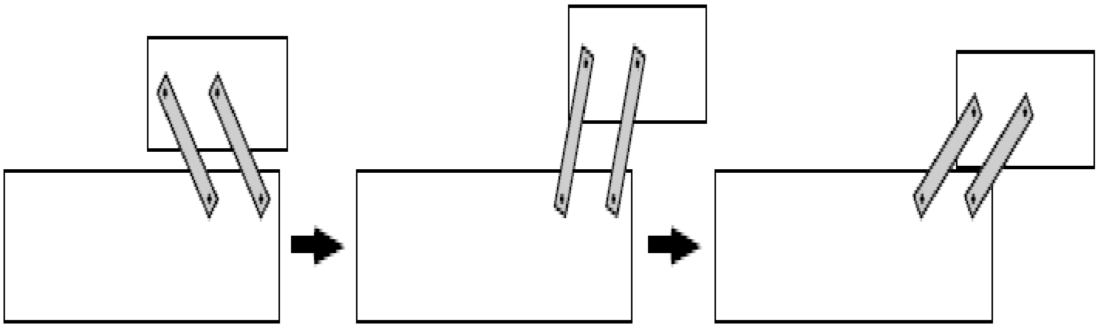
■全国学力･学習状況調査⑥

身の回りには，ものを安定して置くために水平な面をつくる工夫がいろいろ見られます。次の問いに答えなさい。【H22】

図１

図１のような道具箱があります。**図２**は，

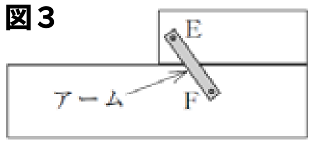
上



この道具箱は，次のように２本のアームを取り付けることで，上の段が下の段に対していつも平行に保たれるようになっています。

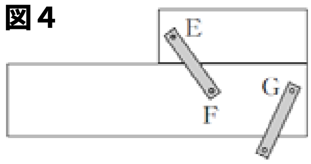
◇1　同じアームを２本用意し，**図３**のように上の段に点Ｅ，下の段に点Ｆをとり，そこに１本のアームを取り付ける。

図３



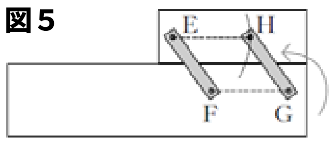
◇2　**図４**のように，下の段に点Ｇをとり，そこにもう１本のアームを取り付ける。

図４



◇3　**図５**のように，点Ｅを中心としＦＧの長さと等しい半径の円をかく。そして点Ｇを中心としてアームを回転させ，円と重なった点Ｈにこのアームを取り付ける。

図５



※反対側のアームも同じように取り付けます。

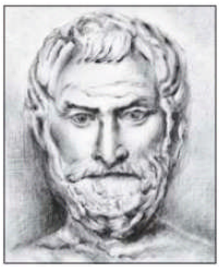
このようにアームを取り付けると上の段が下の段に対していつも平行に保たれるのは，四角形ＥＦＧＨがいつでも平行四辺形になるからです。下線部を証明するための根拠となることがらを，平行四辺形になるための条件を用いて書きなさい。

【解答】

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑦　B問題

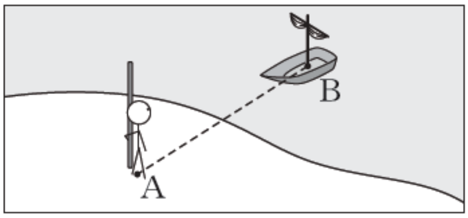
紀元前６世紀ごろの古代ギリシャで活躍した学者の１人に，タレスという人がいます。タレスは，次のようにして，陸上から直接測ることができない船までの距離を求めたといわれています。【H23】



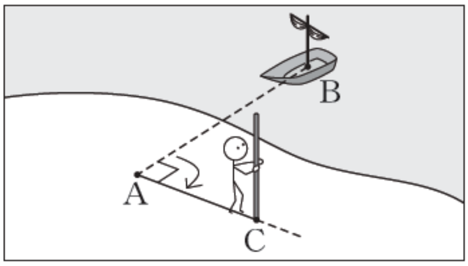
タレスの方法

◎陸上の点Ａから沖に停泊している船Ｂまでの距離を求める場合

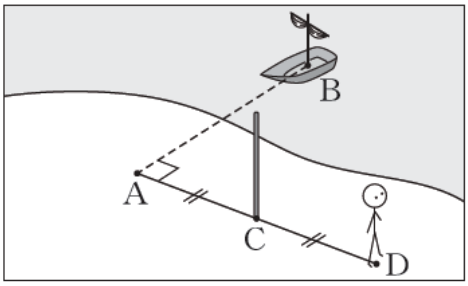
①　陸上の点Ａから船Ｂを見る。



②　点Ａで体の向きを90°変え，距離を決めてまっすぐ歩いて棒を立て，その点をＣとする。

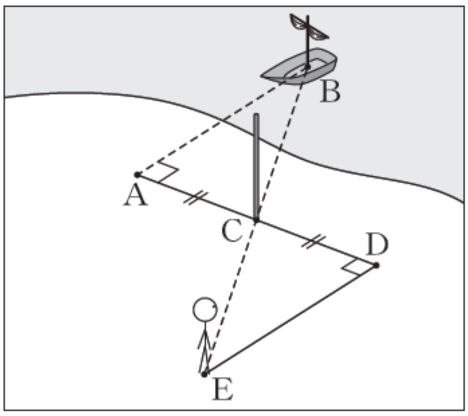


③　さらに同じ方向に点Ａから点Ｃまでの距離と同じだけまっすぐ歩いて立ち止まり，その点をＤとする。



④　点Ｄで点Ｃの方を向き，船Ｂとは反対側に体の向きを90°変える。そこからまっすぐ歩き，点Ｃに立てた棒と船Ｂが重なって見える点をＥとする。

⑤　点Ｄから点Ｅまでの距離を測る。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　点Ａから船Ｂまでの距離を求めるために，**タレスの方法**では次のような考えが使われています。下の $\boxed{}$ に当てはまる記号を書きなさい。

> 線分ＡＢの長さを直接測ることができないので，△ＡＢＣと合同な△ＤＥＣをつくり，線分ＡＢの長さを線分 $\boxed{}$ の長さに置きかえて求める。

【解答】

(2)　**タレスの方法**で点Ａから船Ｂまでの距離を求めることができるのは，△ＡＢＣと△ＤＥＣが合同であるからです。下線部を証明するための根拠となることがらを，三角形の合同条件を用いて書きなさい。

【解答】

(3)　**タレスの方法**では，∠ＢＡＣと∠ＥＤＣの大きさを90°にしています。下の**ア**から**エ**は，この∠ＢＡＣと∠ＥＤＣの大きさについて述べたものです。正しいものを１つ選びなさい。

ア　∠ＢＡＣと∠ＥＤＣがどちらも90°のときだけ，△ＡＢＣ≡△ＤＥＣを利用して船までの距離を求めることができる。

イ　∠ＢＡＣ＝∠ＥＤＣであれば，90°にしなくても，△ＡＢＣ≡△ＤＥＣを利用して船までの距離を求めることができる。

ウ　∠ＢＡＣを90°にすれば，∠ＥＤＣを何度にしても，△ＡＢＣ≡△ＤＥＣを利用して船までの距離を求めることができる。

エ　∠ＢＡＣと∠ＥＤＣの大きさを等しくしなくても，△ＡＢＣ≡△ＤＥＣを利用して船までの距離を求めることができる。

【解答】

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑧　B問題

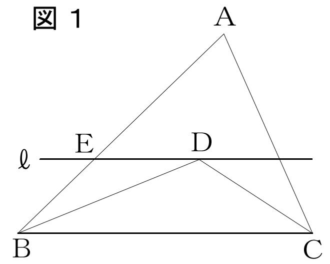
次の**問題**は，下のように証明できます。【H23】

問題

図１のように，△ＡＢＣにおいて∠ＡＢＣの二等分線と∠ＡＣＢの二等分線をひき，それらの交点をＤとします。点Ｄを通り辺ＢＣに平行な直線 ℓ をひき，直線 ℓ と辺ＡＢとの交点をＥとします。

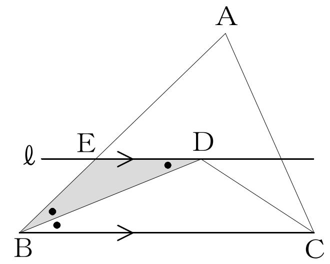
このとき，ＥＢ＝ＥＤとなることを証明しなさい。

図１



証明

△ＥＢＤにおいて，
仮定から，　∠ＤＢＣ＝∠ＥＢＤ　……①
ＥＤ∥ＢＣで，平行線の錯角は等しいから，
　　　　　∠ＤＢＣ＝∠ＥＤＢ　……②
①，②より，∠ＥＢＤ＝∠ＥＤＢ
２つの角が等しいから，△ＥＢＤは二等辺三角形である。
二等辺三角形は２辺が等しい三角形であるから，
　　　　　ＥＢ＝ＥＤ



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　上の**証明**の「仮定から，　∠ＤＢＣ＝∠ＥＢＤ　……①」における「仮定」を，下の**ア**から**エ**までの中から１つ選びなさい。

ア　ＢＤは∠ＡＢＣの二等分線である。

イ　ＣＤは∠ＡＣＢの二等分線である。

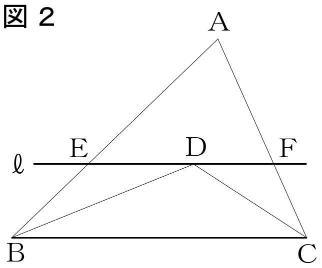
ウ　直線 ℓ は点Ｄを通り辺ＢＣに平行な直線である。

エ　ＥＢ＝ＥＤである。

【解答】

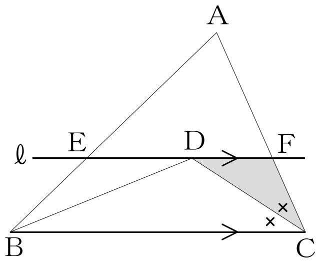
(2)　**図２**のように，**図１**の直線 ℓ と辺ＡＣとの交点をＦとします。このとき，ＦＣ＝ＦＤとなることを，△ＦＣＤが二等辺三角形であることから証明できます。
　前ページの**証明**を参考にして，ＦＣ＝ＦＤとなることの証明を完成しなさい。（下の ┆　┆ の中にそのまま書き込みなさい。）

図２



証明

△ＦＣＤにおいて，



二等辺三角形は２辺が等しい三角形であるから，
ＦＣ＝ＦＤ

(3)　△ＥＢＤと△ＦＣＤが二等辺三角形であることから，ＥＢ＝ＥＤ，ＦＣ＝ＦＤであることを証明できます。
　ＥＢ＝ＥＤ，ＦＣ＝ＦＤであることをもとにすると，**図２**において，△ＡＥＦの周の長さと等しいものがあることが分かります。それを下の**ア**から**オ**までの中から１つ選びなさい。

ア　ＡＥ ＋ ＡＦ

イ　ＡＥ ＋ ＡＣ

ウ　ＡＢ ＋ ＡＦ

エ　ＡＢ ＋ ＡＣ

オ　ＤＢ ＋ ＤＣ

【解答】