中学校数学

第２学年

５　図形の性質と証明

［問題］

中学校

年　組　　号 氏名

■知識・技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査①

下の四角形ABCDにおいて,「AB//DC　,AB＝DC」が成り立っています。このことは平行四辺形になるための条件に当てはまっているので,四角形は平行四辺形になることが分かります。【H19】

上の下線部「AB//DC　,AB＝DC」が表しているものを,下の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。

イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。

ウ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。

エ　対角線がそれぞれの中点で交わる。

オ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい。

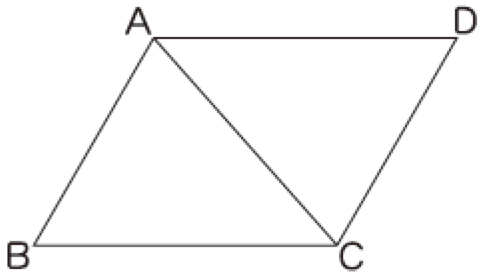
■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査②

下のように「平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい」ことを証明しました。【H19】

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。
△ABCと△CDAにおいて，
平行線の錯角は等しいから，
　AB∥DCより，
　　∠BAC＝∠DCA　　　　　……①
　AD∥BCより，
　　∠BCA＝∠DAC　　　　　……②
また，　AC＝CA（ACは共通）　……③
①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　　△ABC≡△CDA
よって，AB＝CD，　BC＝DA
したがって，平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。



ある学級で，この証明について下の**ア**から**エ**のような意見が出されました。正しいものを１つ選びなさい。

ア　上のように証明しても，平行四辺形の２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいかどうかは測って確認しなければならない。

イ　上のように証明しても，ほかの平行四辺形については，２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいことを，もう一度証明する必要がある。

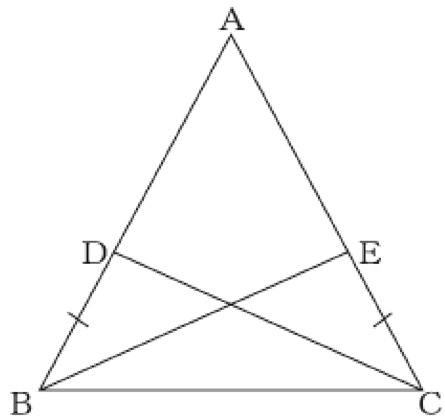
ウ　上の証明から，すべての平行四辺形で，２組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことが分かる。

エ　上の証明から，台形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことも分かる。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査③

下の図のような AB＝AC の二等辺三角形ＡＢＣがあります。辺AB, 辺AC上にBD＝CE となる点D，点Eをそれぞれとります。このとき，CD＝BEとなることを，次のように証明しました。【H19】



証明

△DBCと△ECBにおいて，
仮定から，　BD＝CE　……①
△ABCは二等辺三角形なので底角は等しいから，
∠DBC＝∠ECB　……②
また，　BC＝CB（BCは共通）　……③
①，②，③より，$\boxed{}$から，
△DBC≡△ECB
したがって，CD＝BE

上の$\boxed{}$に当てはまる三角形の合同条件を，下の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　３辺がそれぞれ等しい

イ　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

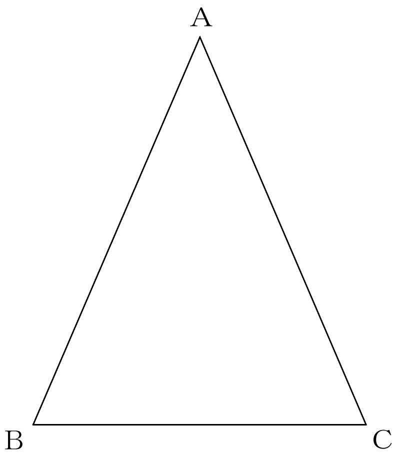
オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

■知識・技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査④

1　四角形は，１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいとき，平行四辺形になります。下線部を，下の図の四角形ABCDの辺と，記号// ，＝ を使って表しなさい。【H20】

2　次の図で，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形です。【H21】



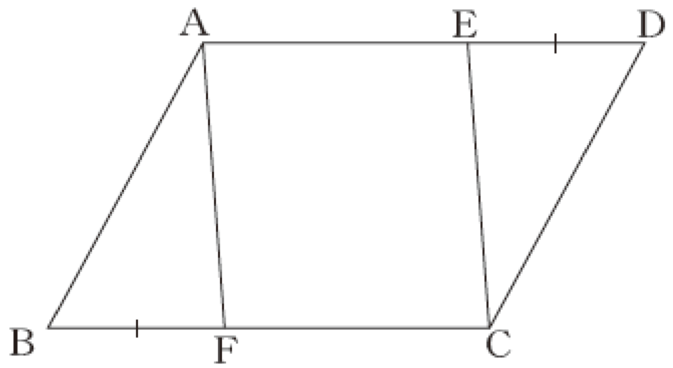
二等辺三角形の２つの底角は等しいといえます。下線部を，上の図の頂点を表す記号と，記号∠，＝を使って表しなさい。

■知識・技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑤

平行四辺形ABCDの辺AD，辺BC上に，DE＝BFとなるような点E，点Fをそれぞれとるとき，AF＝CEとなることを，ある学級では，下の**図１**をかいて証明しました。【H20】

図１

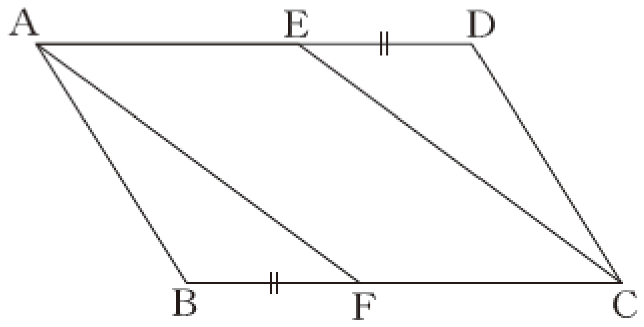


証明

△ABF と△CDE において
四角形 ABCD は平行四辺形だから，
AB ＝ CD　……①
∠ABF ＝ ∠CDE　……②
仮定から，BF ＝ DE　……③
①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABF ≡△CDE
したがって，AF ＝ CE

この証明のあと，**図１**と形の違う図２のような平行四辺形ABCDについても，同じようにAF＝CEとなるかどうかを考えてみたところ，下の**ア**から**エ**のような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　**図２**の場合も，AF＝CEであることは，すでに前ページの証明で示されている。

イ　**図２**の場合は，AF＝CEであることを，改めて証明する必要がある。

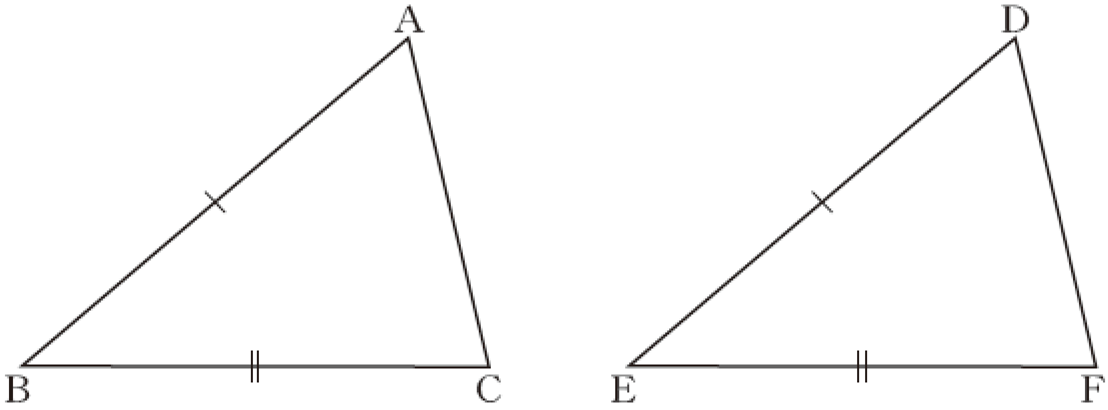
ウ　**図２**の場合は，AF＝CEであることを，それぞれの長さを測って確認しなければならない。

エ　**図２**の場合は，AF＝CEではない。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑥

次の図で，△ABCと△DEFが合同であることを証明しようとしています。AB＝DE，BC＝EFであることは分かっています。【H21】



三角形の合同条件を用いて証明するために，あと１つどのようなことが分かればよいですか。下の □ を完成しなさい。

・分かっていること

AB ＝ DE

BC ＝ EF

・分かればよいこと

□ ＝ □

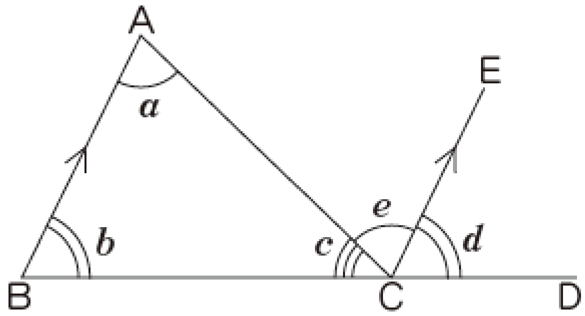
■知識・技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑦

ある学級で，「三角形の内角の和は180°である」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。【H21】

①

下の図の△ ABC で，
辺 BC を延長した直線上の点を D とし，点 C を通り辺 BA に平行な直線 CE をひく。



平行線の錯角は等しいから，　$\angle a = \angle e$
平行線の同位角は等しいから，　$\angle b = \angle d$
したがって，

$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle d + \angle c$$
$$= 180^\circ$$

よって，三角形の内角の和は 180° である。

②

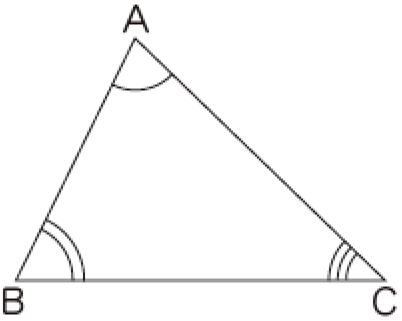
下の図の△ ABC で，

３つの角の大きさをそれぞれ測ると，

$\angle A = 72°$

$\angle B = 64°$

$\angle C = 44°$



したがって，

$$\angle A + \angle B + \angle C = 72° + 64° + 44° = 180°$$

よって，三角形の内角の和は 180° である。

どんな三角形でも内角の和は180°であることの証明について，下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。

イ　①は証明できており，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ　①は証明できているが，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。

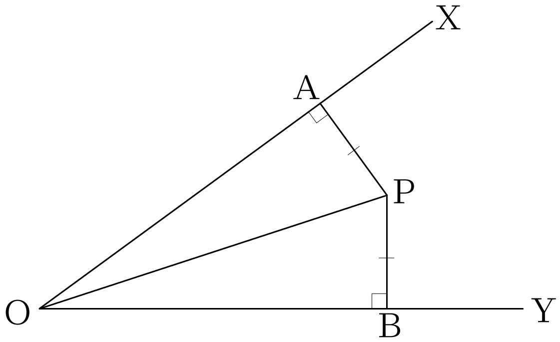
エ　①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

オ　①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが，②はそれでも証明したことにはならない。

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑧

次の図のように，∠ＸＯＹの内部の点Ｐから，２辺ＯＸ，ＯＹにひいた垂線ＰＡ，ＰＢの長さが等しいとき，ＯＰは∠ＸＯＹを２等分することを，下のように証明しました。【H22】



証明

△ＰＡＯと△ＰＢＯにおいて，
仮定から，　∠ＰＡＯ＝∠ＰＢＯ＝９０°　……①
ＰＡ＝ＰＢ　……②
共通な辺だから，　ＯＰ＝ＯＰ　……③
①，②，③より，$\boxed{}$ から，
△ＰＡＯ≡△ＰＢＯ
合同な図形の対応する角は等しいから，
∠ＡＯＰ＝∠ＢＯＰ
したがって，ＯＰは∠ＸＯＹを２等分する。

上の**証明**の $\boxed{}$ に当てはまる合同条件を，下の**ア**から**オ**までの中から１つ選びなさい。

ア　３辺がそれぞれ等しい

イ　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

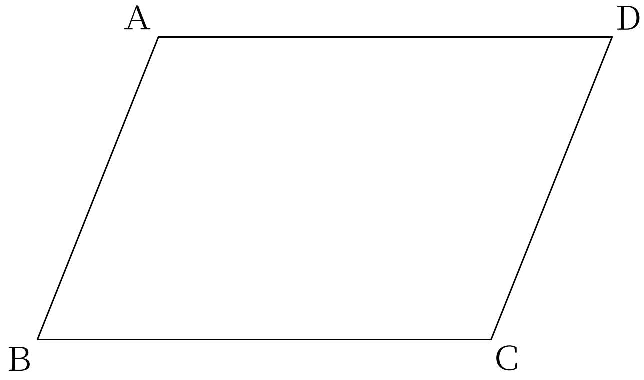
オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

【解答】

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑨

四角形は，２組の向かい合う角の大きさがそれぞれ等しいとき，平行四辺形になります。
下線部を，次の図の頂点を表す記号と，記号∠，＝を使って表しなさい。【H22】



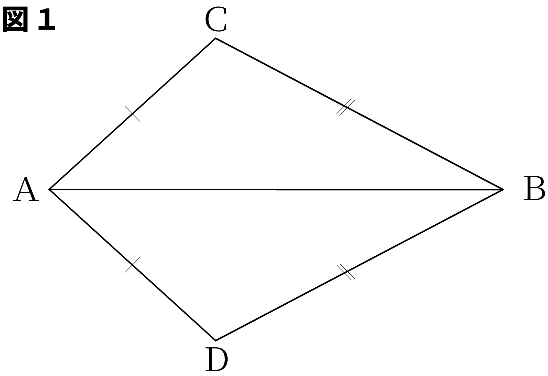
【解答】

■知識･技能の習得を図る問題　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑩

　ある学級で，**図１**について，「ＡＣ＝ＡＤ，ＢＣ＝ＢＤならば∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢである」ことを，下のように証明しました。【H22】

図１

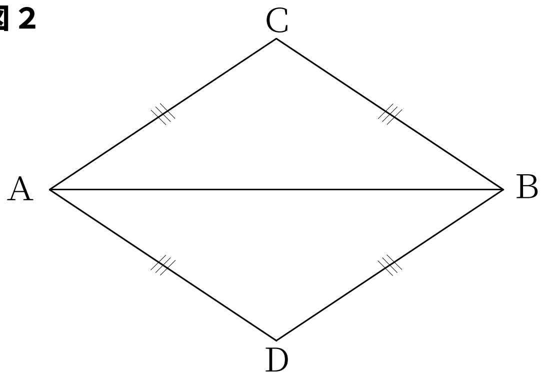


証明

△ＡＢＣと△ＡＢＤにおいて，
仮定から，　　　ＡＣ＝ＡＤ　　……①
　　　　　　　　ＢＣ＝ＢＤ　　……②
共通な辺だから，ＡＢ＝ＡＢ　　……③
①，②，③より，３辺がそれぞれ等しいから，
　　　　△ＡＢＣ≡△ＡＢＤ
合同な図形の対応する角は等しいから，
　　　　∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢ

　この証明のあと，**図２**のようにＡＣ，ＡＤ，ＢＣ，ＢＤの長さがすべて等しい場合についても，同じように∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢとなるかどうかを考えてみたところ，下の**ア**から**エ**までのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　**図２**の場合も，∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢであることは，すでに上の証明で示されている。

イ　**図２**の場合は，∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢであることを，改めて証明する必要がある。

ウ　**図２**の場合は，∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢであることを，それぞれの角度を測って確認しなければならない。

エ　**図２**の場合は，∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢではない。

【解答】

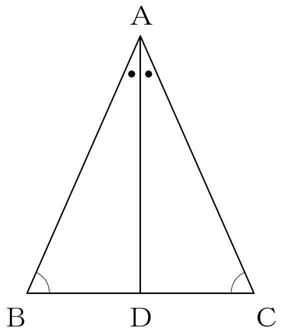
■知識・技能の習得を図る問題　　年　組　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑪　A問題

「２つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である」ことを次のように証明しました。【H23】

証明

∠Ｂと∠Ｃが等しい△ＡＢＣで，
∠Ａの二等分線と辺ＢＣとの交点をＤとする。
△ＡＢＤと△ＡＣＤにおいて，
仮定から，　∠Ｂ＝∠Ｃ　　……①
ＡＤは∠Ａの二等分線だから，
　∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤ　……②
三角形の内角の和が180°であることと，
①，②から，
　∠ＡＤＢ＝∠ＡＤＣ　……③
共通な辺だから，
　ＡＤ＝ＡＤ　　……④
②，③，④より，$\boxed{}$　から，
　△ＡＢＤ≡△ＡＣＤ
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
　ＡＢ＝ＡＣ
したがって，２つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。



上の**証明**の $\boxed{}$ に当てはまる合同条件を，下の**ア**から**オ**までの中から１つ選びなさい。

ア　３辺がそれぞれ等しい

イ　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

【解答】

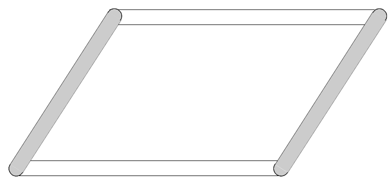
$\boxed{}$

■知識・技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑫　A問題

長さの等しい２本の棒を２種類用意して，右の図のように組み合わせます。このときできる四角形は，いつも平行四辺形になります。

この四角形がいつでも平行四辺形になることの根拠となることがらが，下の**ア**から**オ**までの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。【H23】



ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は，平行四辺形である。

イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

ウ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

エ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

オ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

【解答】

■知識・技能の習得を図る問題　　　　年　組　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑬　A問題

ある学級で，「三角形の外角の和は360°である」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。【H23】

①

右の図の△ＡＢＣで，

$\angle d = 180° - \angle a$

$\angle e = 180° - \angle b$

$\angle f = 180° - \angle c$

また，三角形の内角の和は180°であるから，

$\angle a + \angle b + \angle c = 180°$

したがって，

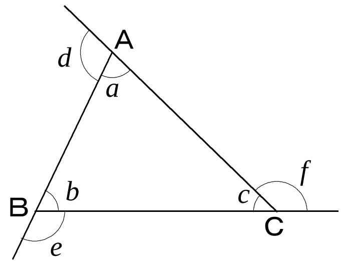
$\angle d + \angle e + \angle f = (180° - \angle a) + (180° - \angle b) + (180° - \angle c)$

$= 540° - (\angle a + \angle b + \angle c)$

$= 540° - 180°$

$= 360°$

よって，三角形の外角の和は360°である。



②

右の図の△ＡＢＣで，

各頂点における外角の大きさをそれぞれ測ると，

頂点Ａの外角の大きさは108°，

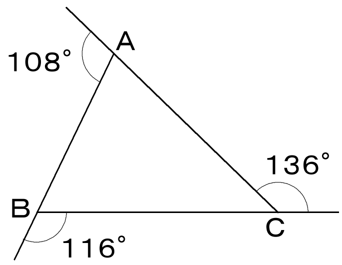
頂点Ｂの外角の大きさは116°，

頂点Ｃの外角の大きさは136°である。

したがって，それらの和を計算すると，

108°＋116°＋136°＝360°

よって，三角形の外角の和は360°である。



どんな三角形でも外角の和は360°であることの証明について，正しく述べたものが下の**ア**から**オ**までの中にあります。それを１つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。

イ　①は証明できており，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ　①は証明できているが，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。

エ　①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

オ　①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが，②はそれでも証明したことにはならない。

【解答】
