中学校数学

第２学年

５　図形の性質と証明

［問題］

中学校

年　組　　号 氏名

■知識・技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査①

下の四角形ABCDにおいて,「AB//DC ，AB＝DC」が成り立っています。このことは平行四辺形になるための条件に当てはまっているので，四角形は平行四辺形になることが分かります。【H19】

上の下線部「AB//DC ，AB＝DC」が表しているものを，下の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。

イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。

ウ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。

エ　対角線がそれぞれの中点で交わる。

オ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい。

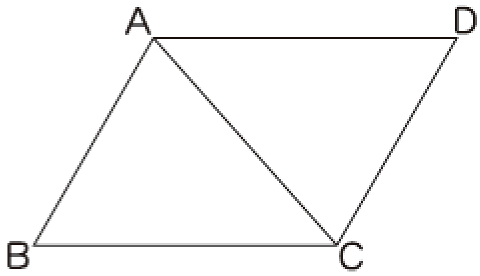
■知識・技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査②

下のように「平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい」ことを証明しました。【H19】

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。
△ABCと△CDAにおいて，
平行線の錯角は等しいから，
　AB∥DCより，
　　∠BAC＝∠DCA　　……①
　AD∥BCより，
　　∠BCA＝∠DAC　　……②
また，　AC＝CA（ACは共通）……③
①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　　△ABC≡△CDA
よって，AB＝CD，BC＝DA
したがって，平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。



ある学級で，この証明について下の**ア**から**エ**のような意見が出されました。正しいものを１つ選びなさい。

ア　上のように証明しても，平行四辺形の２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいかどうかは測って確認しなければならない。

イ　上のように証明しても，ほかの平行四辺形については，２組の向かい合う辺がそれぞれ等しいことを，もう一度証明する必要がある。

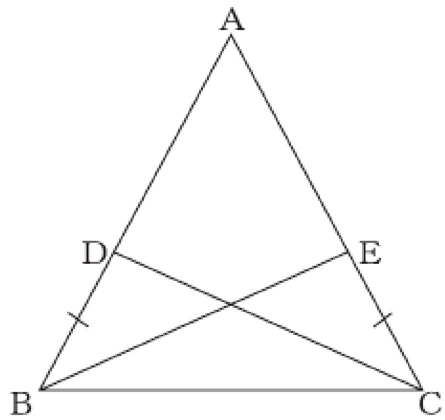
ウ　上の証明から，すべての平行四辺形で，２組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことが分かる。

エ　上の証明から，台形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことも分かる。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査③

下の図のような AB＝AC の二等辺三角形ＡＢＣがあります。辺AB, 辺AC上にBD＝CE となる点D，点Eをそれぞれとります。このとき，CD＝BEとなることを，次のように証明しました。【H19】



証明

△DBCと△ECBにおいて，
仮定から，　BD＝CE　……①
△ABCは二等辺三角形なので底角は等しいから，
　　∠DBC＝∠ECB　……②
また，　BC＝CB（BCは共通）　……③
①，②，③より，［　　　　　　］から，
　　△DBC≡△ECB
したがって，CD＝BE

上の［　　］に当てはまる三角形の合同条件を，下の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　３辺がそれぞれ等しい

イ　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

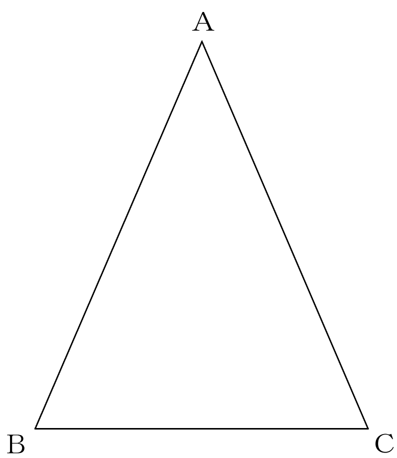
オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

■知識・技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査④

1　四角形は，１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいとき，平行四辺形になります。下線部を，下の図の四角形ABCDの辺と，記号// ，＝ を使って表しなさい。【H20】

2　次の図で，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形です。【H21】



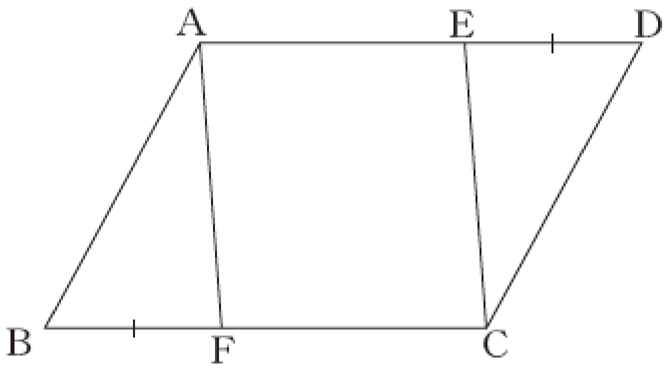
二等辺三角形の２つの底角は等しいといえます。下線部を，上の図の頂点を表す記号と，記号∠，＝を使って表しなさい。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑤

平行四辺形ABCDの辺AD，辺BC上に，DE＝BFとなるような点E，点Fをそれぞれとるとき，AF＝CEとなることを，ある学級では，下の**図１**をかいて証明しました。【H20】

図１

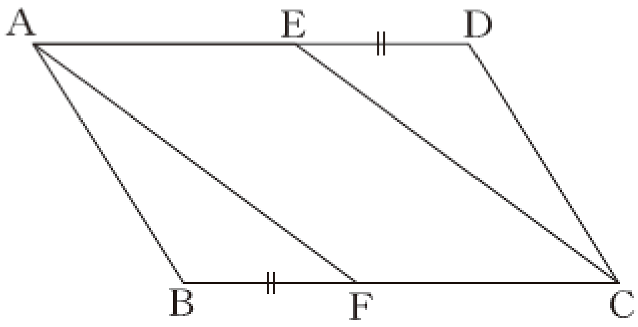


証明

△ABF と△CDE において
四角形 ABCD は平行四辺形だから，
AB ＝ CD　　……①
∠ABF ＝ ∠CDE　　……②
仮定から，　BF ＝ DE　　……③
①，②，③より，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから，
△ABF ≡△CDE
したがって，　AF ＝ CE

この証明のあと，**図１**と形の違う図２のような平行四辺形ABCDについても，同じようにAF＝CEとなるかどうかを考えてみたところ，下の**ア**から**エ**のような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　**図２**の場合も，AF＝CEであることは，すでに前ページの証明で示されている。

イ　**図２**の場合は，AF＝CEであることを，改めて証明する必要がある。

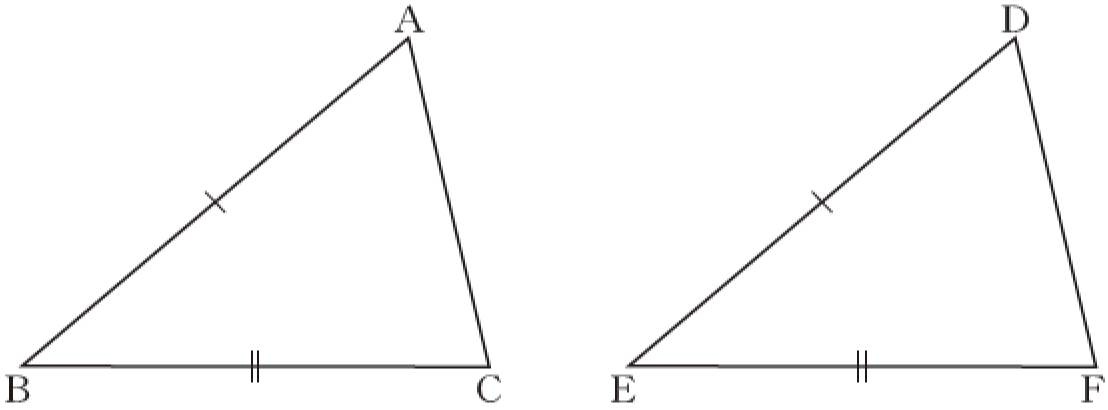
ウ　**図２**の場合は，AF＝CEであることを，それぞれの長さを測って確認しなければならない。

エ　**図２**の場合は，AF＝CEではない。

■知識・技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑥

次の図で，△ABCと△DEFが合同であることを証明しようとしています。AB＝DE，BC＝EFであることは分かっています。【H21】



三角形の合同条件を用いて証明するために，あと１つどのようなことが分かればよいですか。下の □ を完成しなさい。

・分かっていること

AB＝DE

BC＝EF

・分かればよいこと

□＝□

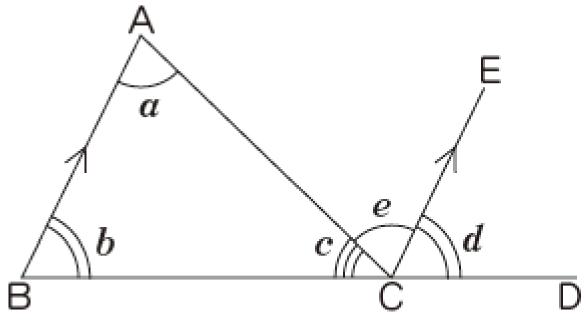
■知識・技能の習得を図る問題　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑦

ある学級で，「三角形の内角の和は180°である」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。【H21】

①

下の図の△ ABC で，
辺 BC を延長した直線上の点を D とし，点 C を通り辺 BA に平行な直線 CE をひく。



平行線の錯角は等しいから，　$\angle a = \angle e$
平行線の同位角は等しいから，　$\angle b = \angle d$
したがって，

$$\angle a + \angle b + \angle c = \angle e + \angle d + \angle c$$
$$= 180°$$

よって，三角形の内角の和は 180° である。

②

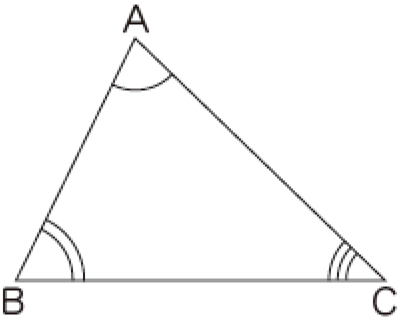
下の図の△ ABC で，

３つの角の大きさをそれぞれ測ると，

$\angle A = 72°$

$\angle B = 64°$

$\angle C = 44°$



したがって，

$\angle A + \angle B + \angle C = 72° + 64° + 44°$

$= 180°$

よって，三角形の内角の和は 180° である。

どんな三角形でも内角の和は180°であることの証明について，下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。

イ　①は証明できており，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ　①は証明できているが，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。

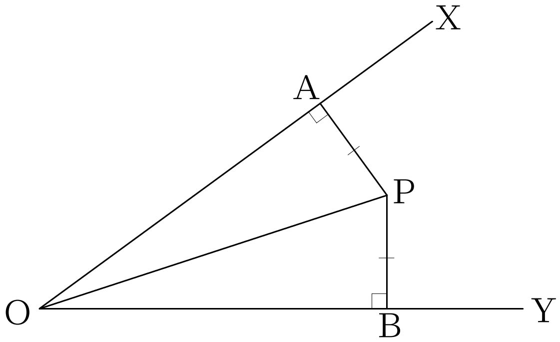
エ　①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

オ　①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが，②はそれでも証明したことにはならない。

■知識･技能の習得を図る問題　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑧

　次の図のように，∠ＸＯＹの内部の点Ｐから，２辺ＯＸ，ＯＹにひいた垂線ＰＡ，ＰＢの長さが等しいとき，ＯＰは∠ＸＯＹを２等分することを，下のように証明しました。【H22】



証明

△ＰＡＯと△ＰＢＯにおいて，
仮定から，　∠ＰＡＯ＝∠ＰＢＯ＝９０°　……①
　ＰＡ＝ＰＢ　……②
共通な辺だから，　ＯＰ＝ＯＰ　……③
①，②，③より，［　　　　　］から，
△ＰＡＯ≡△ＰＢＯ
合同な図形の対応する角は等しいから，
∠ＡＯＰ＝∠ＢＯＰ
したがって，ＯＰは∠ＸＯＹを２等分する。

　上の**証明**の［　　　　　］に当てはまる合同条件を，下の**ア**から**オ**までの中から１つ選びなさい。

ア　３辺がそれぞれ等しい

イ　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

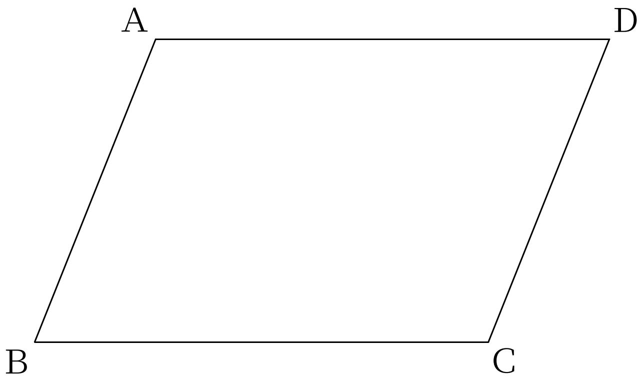
【解答】

［　　　　］

■知識・技能の習得を図る問題　　年　組　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑨

四角形は，２組の向かい合う角の大きさがそれぞれ等しいとき，平行四辺形になります。
下線部を，次の図の頂点を表す記号と，記号∠，＝を使って表しなさい。【H22】



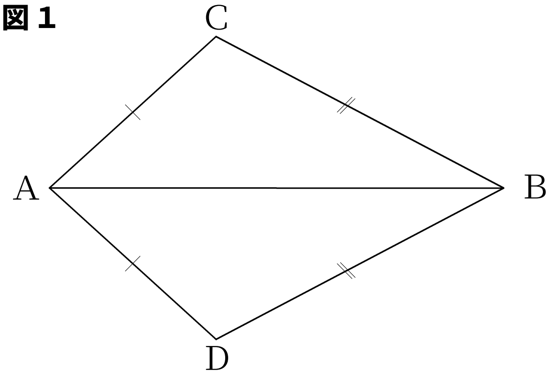
【解答】

■知識･技能の習得を図る問題　　　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑩

ある学級で，**図１**について，「ＡＣ＝ＡＤ，ＢＣ＝ＢＤならば∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢである」ことを，下のように証明しました。【H22】

図１

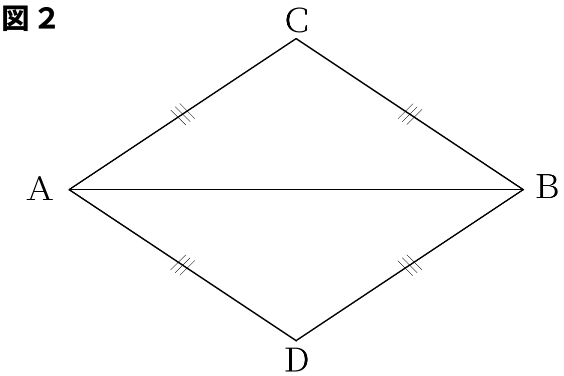


証明

△ＡＢＣと△ＡＢＤにおいて，
仮定から，　ＡＣ＝ＡＤ　……①
　　　　　　ＢＣ＝ＢＤ　……②
共通な辺だから，　ＡＢ＝ＡＢ　……③
①，②，③より，３辺がそれぞれ等しいから，
△ＡＢＣ≡△ＡＢＤ
合同な図形の対応する角は等しいから，
∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢ

この証明のあと，**図２**のようにＡＣ，ＡＤ，ＢＣ，ＢＤの長さがすべて等しい場合についても，同じように∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢとなるかどうかを考えてみたところ，下の**ア**から**エ**までのような意見が出ました。正しいものを１つ選びなさい。

図２



ア　**図２**の場合も，∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢであることは，すでに上の証明で示されている。

イ　**図２**の場合は，∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢであることを，改めて証明する必要がある。

ウ　**図２**の場合は，∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢであることを，それぞれの角度を測って確認しなければならない。

エ　**図２**の場合は，∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢではない。

【解答】

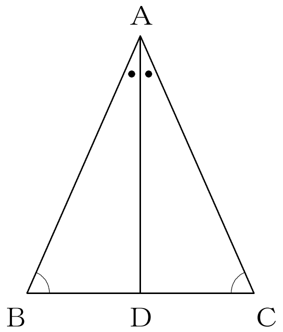
■知識･技能の習得を図る問題　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑪　A問題

「２つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である」ことを次のように証明しました。【H23】

証明

∠Ｂと∠Ｃが等しい△ＡＢＣで，
∠Ａの二等分線と辺ＢＣとの交点をＤとする。
△ＡＢＤと△ＡＣＤにおいて，
仮定から，　∠Ｂ＝∠Ｃ　　　……①
ＡＤは∠Ａの二等分線だから，
　　　∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤ　……②
三角形の内角の和が180°であることと，
①，②から，
　　　∠ＡＤＢ＝∠ＡＤＣ　……③
共通な辺だから，
　　　　ＡＤ＝ＡＤ　　　……④
②，③，④より，$\boxed{\qquad\qquad}$ から，
　　　△ＡＢＤ≡△ＡＣＤ
合同な図形の対応する辺の長さは等しいから，
　　　　ＡＢ＝ＡＣ
したがって，２つの角が等しい三角形は，二等辺三角形である。



上の**証明**の $\boxed{\qquad\qquad}$ に当てはまる合同条件を，下の**ア**から**オ**までの中から１つ選びなさい。

ア　３辺がそれぞれ等しい

イ　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

ウ　１辺とその両端の角がそれぞれ等しい

エ　直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい

オ　直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しい

【解答】

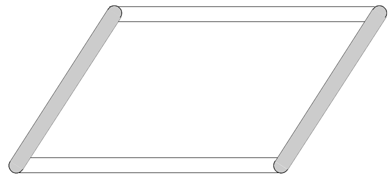
$\boxed{\qquad\qquad}$

■知識･技能の習得を図る問題　　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑫　A問題

長さの等しい２本の棒を２種類用意して，右の図のように組み合わせます。このときできる四角形は，いつも平行四辺形になります。

この四角形がいつでも平行四辺形になることの根拠となることがらが，下の**ア**から**オ**までの中にあります。正しいものを１つ選びなさい。【H23】



ア　２組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形は，平行四辺形である。

イ　２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

ウ　２組の向かい合う角がそれぞれ等しい四角形は，平行四辺形である。

エ　１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい四角形は，平行四辺形である。

オ　対角線がそれぞれの中点で交わる四角形は，平行四辺形である。

【解答】

■知識･技能の習得を図る問題　　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑬　A問題

ある学級で，「三角形の外角の和は360°である」ことの証明について，次の①，②を比べて考えています。【H23】

①

右の図の△ＡＢＣで，

$\angle d = 180° - \angle a$

$\angle e = 180° - \angle b$

$\angle f = 180° - \angle c$

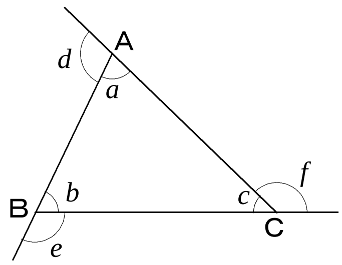
また，三角形の内角の和は180°であるから，

$\angle a + \angle b + \angle c = 180°$

したがって，

$$\begin{aligned}\angle d + \angle e + \angle f &= (180° - \angle a) + (180° - \angle b) + (180° - \angle c)\\ &= 540° - (\angle a + \angle b + \angle c)\\ &= 540° - 180°\\ &= 360°\end{aligned}$$

よって，三角形の外角の和は360°である。



②

右の図の△ＡＢＣで，

各頂点における外角の大きさをそれぞれ測ると，

頂点Ａの外角の大きさは108°，

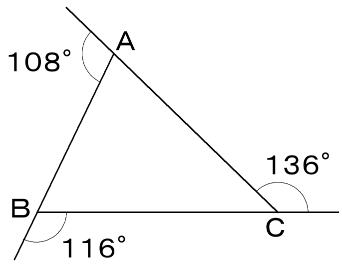
頂点Ｂの外角の大きさは116°，

頂点Ｃの外角の大きさは136°である。

したがって，それらの和を計算すると，

108°＋116°＋136°＝360°

よって，三角形の外角の和は360°である。



どんな三角形でも外角の和は360°であることの証明について，正しく述べたものが下の**ア**から**オ**までの中にあります。それを１つ選びなさい。

ア　①も②も証明できている。

イ　①は証明できており，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ　①は証明できているが，②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。

エ　①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

オ　①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが，②はそれでも証明したことにはならない。

【解答】

中学校数学

第２学年

５　図形の性質と証明

［解答例］

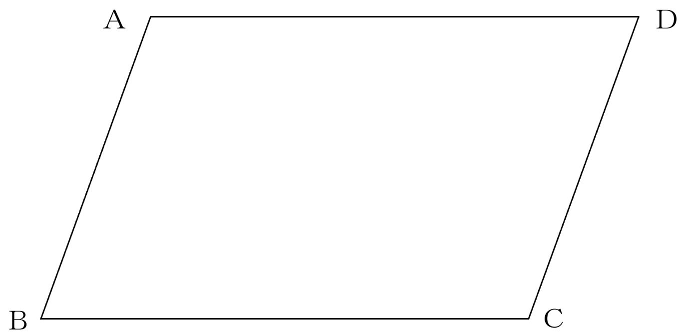
中学校

年　組　号 氏名

■知識・技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査①

平行四辺形になるための５つの条件を理解しておく必要がある。



平行四辺形になるための５つの条件は次の通り。

①２組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。（定義）

②２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。

③２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。

④対角線がそれぞれの中点で交わる。

⑤１組の向かい合う辺が平行で等しい。

「AB∥DC ，AB＝DC」が表しているのは，１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいことを表している。

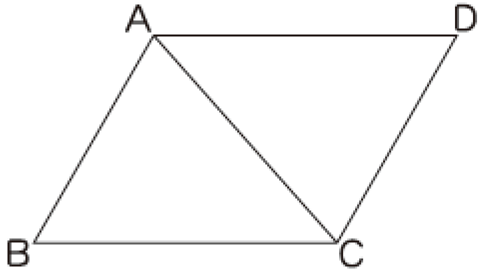
答え　**オ**

■知識・技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査②

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。
△ABCと△CDAにおいて，
平行線の錯角は等しいから，
　AB//DCより，
　　∠BAC＝∠DCA　　　　……①
　AD//BCより，
　　∠BCA＝∠DAC　　　　……②
また，　AC＝CA（ACは共通）　……③
①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　　△ABC≡△CDA
よって，AB＝CD，BC＝DA
したがって，平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。



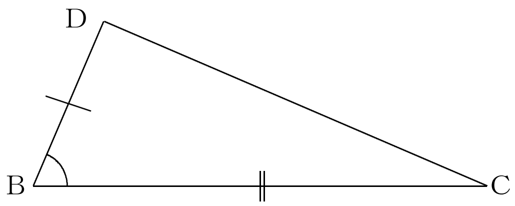
この証明は，どんな平行四辺形であっても同じように適用できる。

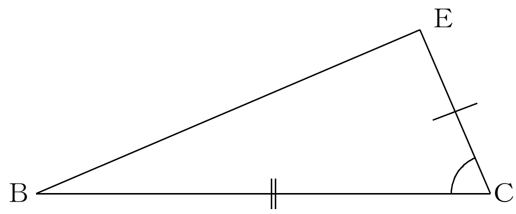
答え　**ウ**

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査③

２つの三角形を抜き出して考えてみる。





△DBCと△ECBにおいて，
仮定から，　BD＝CE　……①
△ABCは二等辺三角形なので底角は等しいから，
∠DBC＝∠ECB　……②
また，　BC＝CB（BCは共通）　……③
①，②，③より，$\boxed{}$から，
△DBC≡△ECB
したがって，CD＝BE

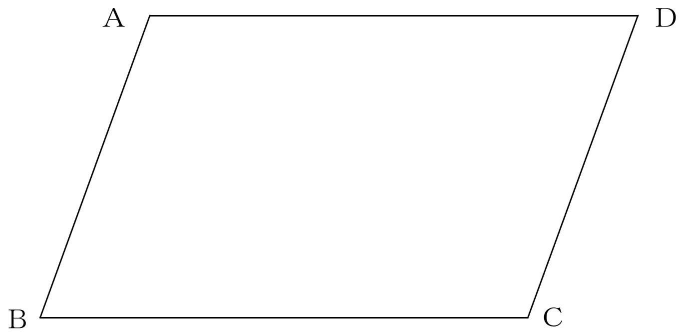
①，②，③を図に表すと，合同条件が，２辺とその間の角がそれぞれ等しいことが分かる。

答え　**イ**

■知識・技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

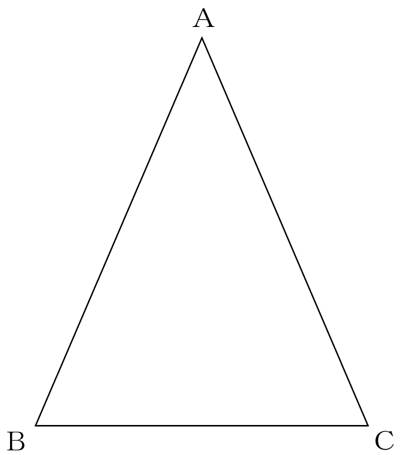
■全国学力・学習状況調査④

１　AD, BCの組と，AB, DCの組の２通りの場合があります。



答え　AB＝DC, AB // DC
または,
AD＝BC, AD // BC

２　二等辺三角形の２つの底角は等しいことを記号で表す。この図形の場合はAB＝ACの二等辺三角形だから，底角は∠Bと∠Cになる。



答え　∠B＝∠C
または,
∠ＡＢＣ＝∠ＡＣＢ　など

■知識・技能の習得を図る問題[解答]　　年　組　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑤

図１

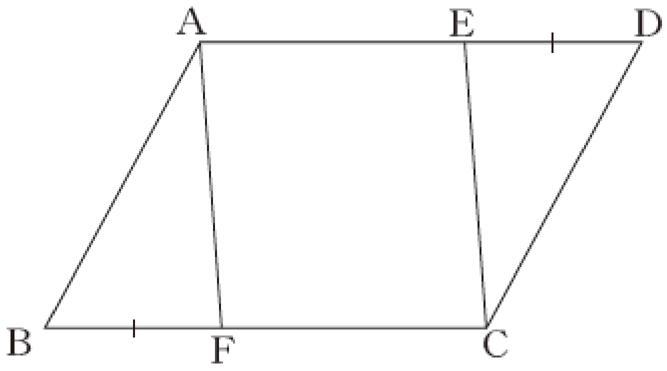


図２

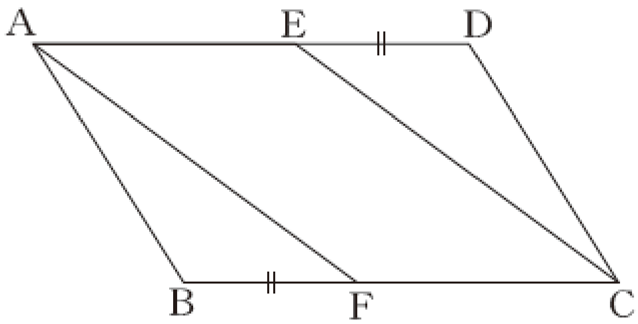
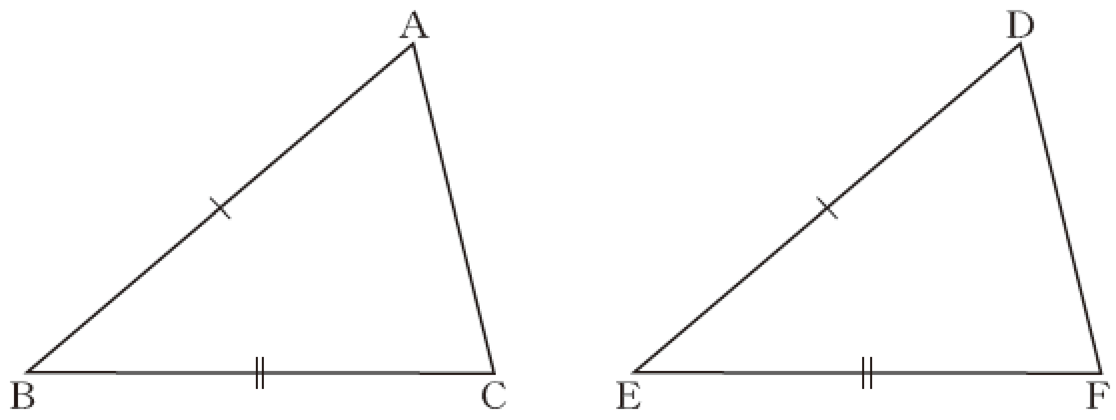


図１でも図２でも，同じように証明することができ，証明の一般性は失われない。

答え　**ア**

■知識・技能の習得を図る問題[解答]　　年　組　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑥



・分かっていること

AB＝DE

BC＝EF

・分かればよいこと

$\boxed{\quad = \quad}$

２辺が等しいことが分かっているので，あとは間の角が等しいか，または，残りの辺が等しいことがいえればよい。

答え　∠B＝∠E　（∠ABC＝∠DEF）
または，
AC＝DF

■知識・技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑦

どんな三角形でも内角の和は180°であることの証明になっているかが問われている問題である。

①は一般性が保たれており，どんな三角形でも内角の和は180°ということが証明できている。しかし，②の場合は，与えられた図の場合では成り立っているが，その他の三角形の１つ１つを検証しなければならないので，これは「どんな三角形でも内角の和は180°であることの証明」にはなっていない。

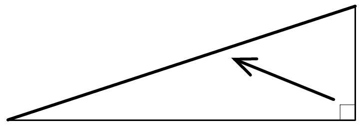
答え　**ウ**

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑧

エ

【ポイント】
直角に対する辺を斜辺といったよね。



①の∠ＰＡＯ＝∠ＰＢＯ＝90°から
　２つの三角形は，直角三角形になるね。
③のＯＰ＝ＯＰから
　２つの直角三角形の斜辺がそれぞれ等しいね。
②のＰＡ＝ＰＢから
　２つの直角三角形の斜辺でない１辺がそれぞれ等しいね。
だから，
　「直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しい」ので，
エが答えになるよ。

∠ＰＡＯは，ＰＡとＰＯの間の角になっていないので，
イの合同条件ではだめだよ。

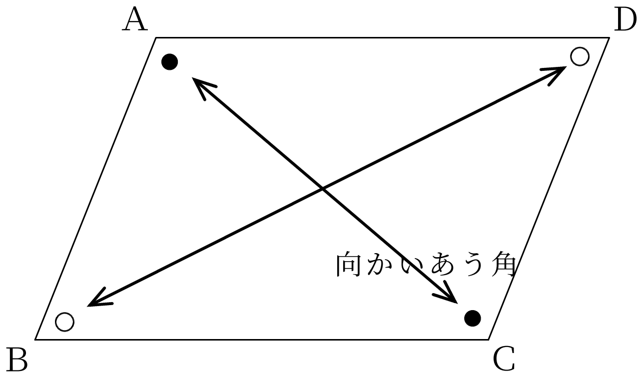
■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑨

∠ＤＡＢ＝∠ＢＣＤ（∠Ａ＝∠Ｃ，∠ＢＡＤ＝∠ＤＣＢも可）

∠ＡＢＣ＝∠ＣＤＡ（∠Ｂ＝∠Ｄ，∠ＣＢＡ＝∠ＡＤＣも可）

【ポイント】



四角形が平行四辺形になるための条件は，５つあったよ。

①　２組の向かいあう辺が，それぞれ平行であるとき

②　２組の向かいあう辺が，それぞれ等しいとき

③　２組の向かいあう角が，それぞれ等しいとき

④　対角線が，それぞれの中点で交わるとき

⑤　１組の向かいあう辺が，等しくて平行であるとき

その中の１つだね。

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑩

ア

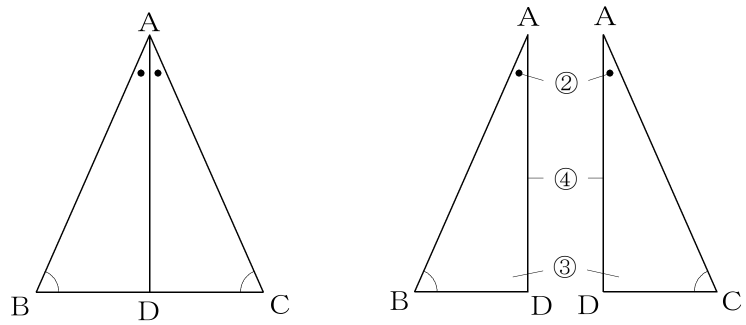
【ポイント】
ＡＣ，ＡＤ，ＢＣ，ＢＤの長さがすべて等しければ，
ＡＣ＝ＡＤ，ＢＣ＝ＢＤ　が必ず言えるよ。
「ＡＣ＝ＡＤ，ＢＣ＝ＢＤならば∠ＡＣＢ＝∠ＡＤＢである」
ことについてすでに**図１**のところで証明しているので，改めて
証明しなくていいよ。

■知識・技能の習得を図る問題[解答]　　　年　組　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑪　A問題

ウ

【ポイント】
　証明の記述内容をみてみると，④（ＡＤ＝ＡＤ）で１辺，②（∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤ）と③（∠ＡＤＢ＝∠ＡＤＣ）でその両端の角が，それぞれ等しいことがいえるので，
答えは，**ウ**になるよ。

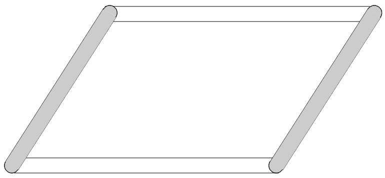


■知識・技能の習得を図る問題[解答]　　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑫　A問題

イ

【ポイント】
長さの異なる２種類の棒を２本ずつ使って，右の図のように組み合わせた四角形は，２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい四角形と考えることができるよね。
この四角形がいつも平行四辺形になるための根拠となることがらは，**イ**になるよ。



■知識・技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力・学習状況調査⑬　A問題

ウ

【ポイント】
①は，角の大きさを文字を使って一般的に表し，図形の性質などを利用して証明をおこなっているので，どんな三角形でも同じようにいえることを示しているね
②は，三角形の３つの外角を実測して説明をおこなっているので，他の三角形で同じように実測して確かめなければいけないね。でも他の三角形で同じように実測して確かめたとしても，必ずしもすべての三角形で成り立つことを証明したことにはならないね。
したがって，答えは**ウ**になるよ。