

中学校数学科

第3学年

D 円の性質

[思考力・判断力・表現力を育む問題]

[解答例]

中学校

年 組 号 氏名

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題[解答] 年 組 号 氏名

■練習問題①

(1)

半径OCをひく。

△OACはOA = OC の二等辺三角形だから、

∠OAC = ∠OCA = 20° ……………①

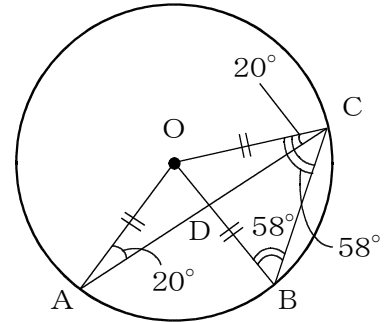
△OBCはOB = OC の二等辺三角形だから、

∠OBC = ∠OCB = 58° ……………②

①, ②より, ∠ACB = 38°

円周角の定理より∠AOBの大きさは, ∠ACBの

大きさの2倍だから, ∠AOB = 76°。



【ポイント】

2辺が円の半径である三角形は二等辺三角形になるから, 2つの角(底角)が等しくなるね。

また, ∠ACB = ∠OCB - ∠OCAだから, ∠ACB = 38°となるね。

(2) (解答例1)

円周角の定理より, ∠ACBの大きさは, ∠AOBの半分の大きさだから, ∠AOB = x(°)とすれば,

∠ACB = $\frac{1}{2}x$ (°)となる。

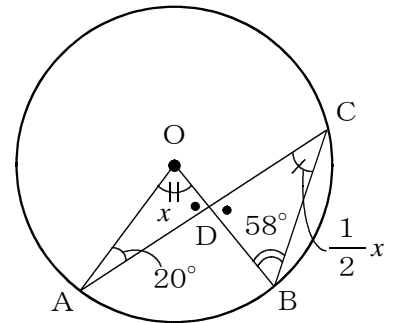
また, 三角形の内角の和は180°であることより,

∠AOB + ∠OAD + ∠ODA = ∠ACB + ∠CBD + ∠CDB

よって, $x + 20 + \angle OAD = \frac{1}{2}x + 58 + \angle CDB$

対頂角は等しいので, ∠OAD = ∠CDBだから,

$x + 20 = \frac{1}{2}x + 58$ が成り立つ。



(解答例2)

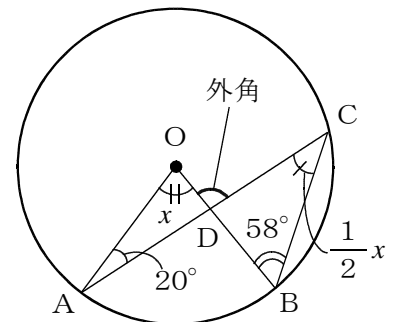
円周角の定理より, ∠ACBの大きさは, ∠AOBの半分の大きさだから, ∠AOB = x(°)とすれば,

∠ACB = $\frac{1}{2}x$ (°)となる。

∠ODC(∠ADB)は, △ODAの外角であり, △CDBの外角でもあるので,

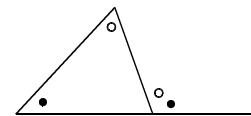
∠AOB + ∠OAD = ∠ACB + ∠OBC

よって, $x + 20 = \frac{1}{2}x + 58$ が成り立つ。



【ポイント】

三角形の1つの外角は, そのとなりにない2つの内角の和に等しいね。



■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題[解答] 年 組 号 氏名

■練習問題②

1

証明 $\triangle ABQ$ と $\triangle ACP$ で、

$\triangle ABC$ は二等辺三角形だから、 $AB = AC$ ……①

仮定より、 $BQ = CP$ ……②

\widehat{AP} に対する円周角より、 $\angle ABQ = \angle ACP$ ……③

①, ②, ③より、

2辺とその間の角がそれぞれ等しい ので、

$\triangle ABQ \equiv \triangle ACP$

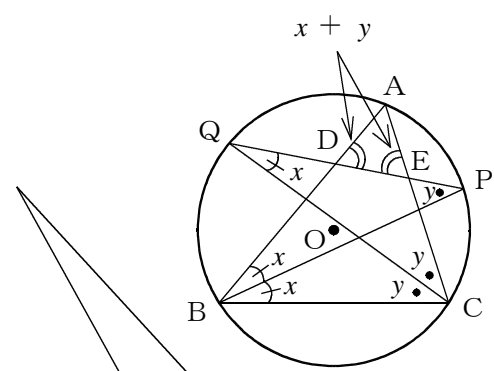
よって、 $AQ = AP$ だから、

$\triangle AQP$ は二等辺三角形である。

【ポイント】
 $\angle ABQ$ ($\angle ABP$)と $\angle ACP$ は、 AP に対する円周角だから、大きさが等しいね。

2

証明 $\angle PBC = \angle x$, $\angle QCB = \angle y$ とすると、
 PB は $\angle B$ の二等分線だから、 $\angle ABP = \angle x$
 また、 \widehat{PC} に対する円周角より、 $\angle PQC = \angle x$
 QC は $\angle C$ の二等分線だから、 $\angle ACQ = \angle y$
 また、 \widehat{QB} に対する円周角より、 $\angle QPB = \angle y$
 $\angle ADE$ は $\triangle DBP$ の外角だから、
 $\angle ADE = \angle x + \angle y$ ……①
 $\angle AED$ は $\triangle EQC$ の外角だから、
 $\angle AED = \angle x + \angle y$ ……②
 ①, ②より、 $\angle ADE = \angle AED$ だから、
 $\triangle ADE$ は $AD = AE$ の二等辺三角形である。



【ポイント】
 $\triangle ADE$ が $AD = AE$ の二等辺三角形であることを証明するためには、 $\angle ADE = \angle AED$ であることを示せばいいね。この場合、三角形の外角の性質を使うと、証明がしやすいね。

【ポイント】
 この問題のように、大きさの等しい角が、いくつもあるような場合は、解答例のように、文字(x , y 等)におきかえると、証明がしやすいね。