中学校数学科
第３学年
６　三平方の定理
［知識・技能の習得を図る問題］
［解答例］

中学校

年　　組　　号 氏名

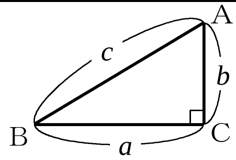
■知識･技能の習得を図る問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

■練習問題①

●三平方の定理●

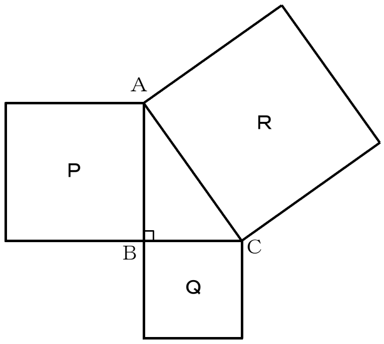
直角三角形の直角をはさむ２辺の長さを a，b，斜辺の長さを c とすると，次の関係が成り立つ。

$$a^2 + b^2 = c^2$$



１　Ｒの面積　12cm^2 ，ＡＣの長さ $2\sqrt{3}$ cm

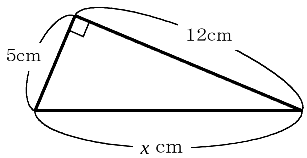
【ポイント】
Ｐの面積＝AB^2，Ｑの面積＝BC^2，Ｒの面積＝AC^2であり，
三平方の定理より，$AC^2 = AB^2 + BC^2$ だから，
Ｒの面積＝Ｐの面積＋Ｑの面積＝８＋４＝12（cm^2）
となるね。
$AC^2 = 12$で，ＡＣ＞０より，ＡＣ＝$2\sqrt{3}$ cmとなるね。



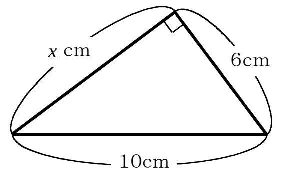
２　(1)　$x = 13$（cm）　(2)　$x = 8$（cm）　(3)　$x = 2\sqrt{10}$（cm）　(4)　$x = 2\sqrt{13}$（cm）

【ポイント】
次のように，三平方の定理を使って求めることができるね。また，(1)，(2)のように，３辺の長さの比が３：４：５や５：12：13になる場合は，必ず直角三角形になります。問題にもよく出てくるので，覚えておいた方がいいね。

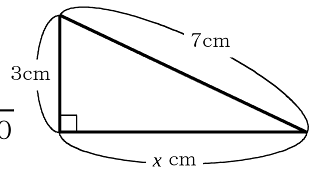
(1)　$5^2 + 12^2 = x^2$
$x^2 = 25 + 144$
$x^2 = 169$
$x > 0$ より，$x = 13$



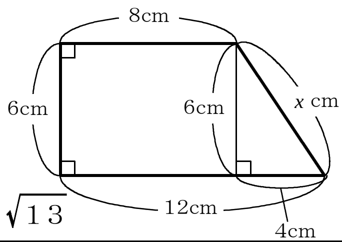
(2)　$x^2 + 6^2 = 10^2$
$x^2 = 100 - 36$
$x^2 = 64$
$x > 0$ より，$x = 8$



(3)　$x^2 + 3^2 = 7^2$
$x^2 = 49 - 9$
$x^2 = 40$
$x > 0$ より，$x = 2\sqrt{10}$



(4)　$12 - 8 = 4$
$4^2 + 6^2 = x^2$
$x^2 = 16 + 36$
$x^2 = 52$
$x > 0$ より，$x = 2\sqrt{13}$

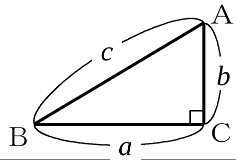


３　②，③

【ポイント】
それぞれ，三平方の定理の逆にあてはまるかどうかを調べるといいね。
①は，$2^2 = 4$，$3^2 = 9$，$4^2 = 16$で，
　$4 + 9 = 13$だから，直角三角形ではないね。
②は，$4.5^2 = 20.25$，$6^2 = 36$，$7.5^2 = 56.25$で，
　$20.25 + 36 = 56.25$だから，直角三角形だね。
③は，$(\sqrt{7})^2 = 7$，$(3\sqrt{2})^2 = 18$，$5^2 = 25$で，
　$7 + 18 = 25$ だから，直角三角形だね。

●三平方の定理の逆●

△ABCで，
BC＝a，CA＝b，AB＝c，
とするとき，
$a^2 + b^2 = c^2$ ならば，$\angle C = 90^\circ$



■知識・技能の習得を図る問題［解答］　　　年　　組　　号 氏名

■練習問題②

1

(1)　$x=6$ （cm）
　　$y=6\sqrt{2}$ （cm）

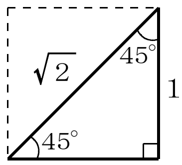
(2)　$x=4$ （cm）
　　$y=4\sqrt{3}$ （cm）

(3)　$x=4\sqrt{2}$ （cm）
　　$y=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ （cm）

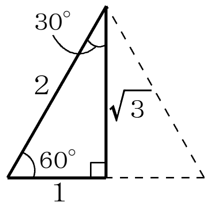
【ポイント】
右下の図のように，45°の角をもつ直角三角形の３辺の長さの比は，$1:1:\sqrt{2}$ ，
60°または30°の角をもつ直角三角形の３辺の長さの比は，$1:\sqrt{3}:2$ だね。
このことを使って求めることができるね。
(3)については，次のように求めることができるね。

$x:8=1:\sqrt{2}$
$\sqrt{2}\,x=8$
$x=\dfrac{8\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$
$x=4\sqrt{2}$

$y:8=2:\sqrt{3}$
$\sqrt{3}\,y=16$
$y=\dfrac{16\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$
$y=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$



直角二等辺三角形



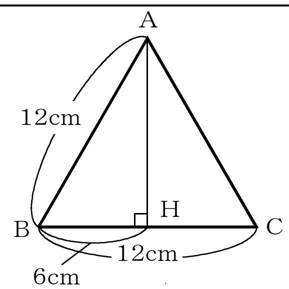
2　高さ　$6\sqrt{3}$ cm，面積　$36\sqrt{3}$ cm^2

【ポイント】
頂点Ａから辺ＢＣに垂線ＡＨをひくと，Ｈは辺ＢＣの中点になり，
ＢＨ＝６cmとなるね。△ＡＢＨにおいて∠ＡＨＢ＝90° だから，
三平方の定理を使って，高さＡＨを求めることができるね。

$AH^2+6^2=12^2$
$AH^2=108$
$AH=6\sqrt{3}$ （cm）

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 12\times 6\sqrt{3}$
$=36\sqrt{3}$ （cm^2）

高さＡＨについては，∠ＡＢＨ＝60°だから，ＢＨ：ＡＨ＝$1:\sqrt{3}$ であることを使って，
求めることもできるね。

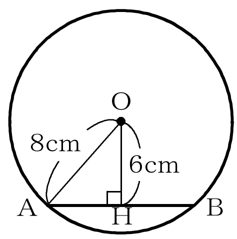


3　$4\sqrt{7}$ cm

【ポイント】
中心Ｏから弦ＡＢにひいた垂線と弦ＡＢとの交点を
Ｈとすると，△ＯＨＡは，直角三角形だから，

$AH^2+6^2=8^2$
$AH^2=64-36$
$AH^2=28$
$AH=2\sqrt{7}$ （cm）

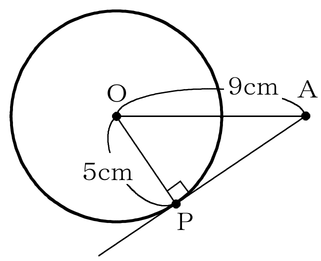
ＡＢ＝２ＡＨだから，
$AB=2\times 2\sqrt{7}$
$=4\sqrt{7}$ （cm）となるね。



4　$2\sqrt{14}$ cm

【ポイント】
ＡＰは円Ｏの接線で，∠ＯＰＡ＝90°だから，

$AP^2+5^2=9^2$
$AP^2=81-25$
$AP^2=56$
$AP=2\sqrt{14}$ （cm）となるね。



■知識･技能の習得を図る問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

■練習問題③

1

(1)　5　　(2)　$5\sqrt{5}$

【ポイント】
右のように座標平面上に直角三角形をつくり，三平方の定理を使って求めるといいね。

(1)　AH＝５－２＝３，BH＝６－２＝４

$AB^2=3^2+4^2=25$

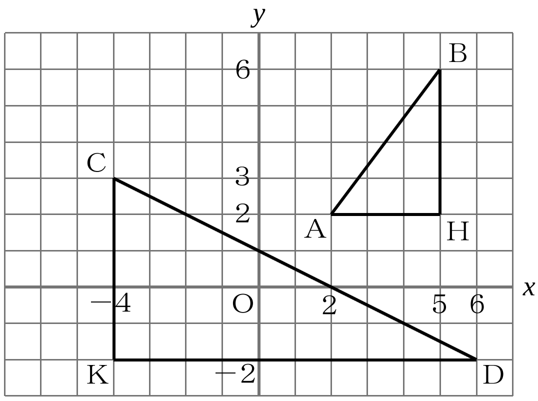
AB＝５

(2)　CK＝３－(－２)＝５

DK＝６－(－４)＝10

$CD^2=5^2+10^2=125$

CD＝$5\sqrt{5}$



2

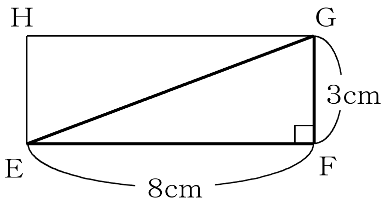
(1)　$\sqrt{73}$ cm

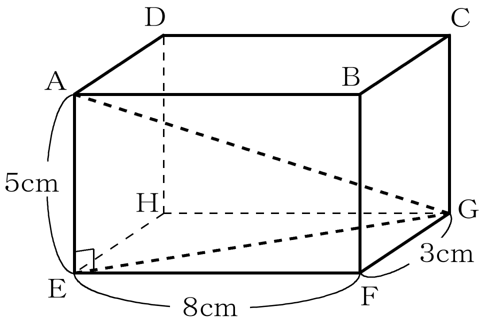
【ポイント】
△EFGは，右のような直角三角形だから，

$EG^2=3^2+8^2=73$

EG＝$\sqrt{73}$ (cm)

となるね。





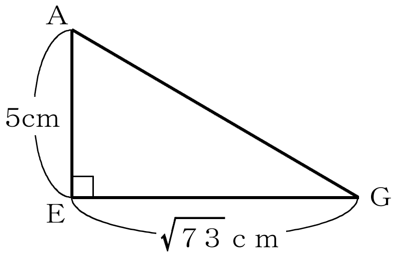
(2)　$7\sqrt{2}$ cm

【ポイント】
△AEGは，右のような直角三角形だから，

$AG^2=5^2+(\sqrt{73})^2=25+73=98$

AG＝$\sqrt{98}$

AG＝$7\sqrt{2}$ (cm)となるね。



3　$6\sqrt{3}$ cm

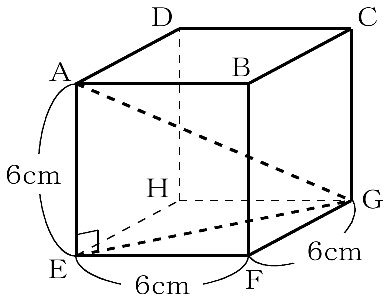
【ポイント】
右のような立方体のAGの長さを求めるといいね。

$EG^2=6^2+6^2=72$

EG＝$\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ (cm)

$AG^2=6^2+(6\sqrt{2})^2=36+72=108$

AG＝$\sqrt{108}=6\sqrt{3}$ (cm) となるね。



■知識・技能の習得を図る問題［解答］　年　組　号 氏名

■練習問題④

1

(1)　$\sqrt{46}$ cm

【ポイント】
線分OHの長さが，この正四角錐（すい）の高さだね。
△OAHで，OA＝８（cm），

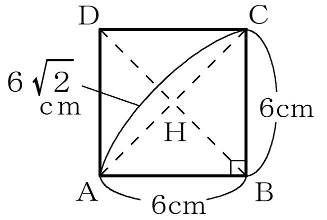
$$AH=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{2}\ (cm)$$

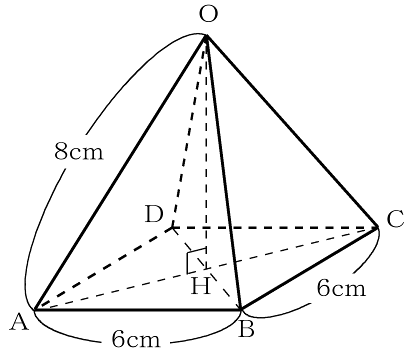
∠OHA＝90°だから，

$$OH^2=OA^2-AH^2$$
$$=8^2-(3\sqrt{2})^2$$
$$=64-18=46$$

よって，OH＝$\sqrt{46}$（cm）
となるね。

右図のように，△ABCは，
等しい辺が6cmの直角二等
辺三角形で，３辺の比は，
$1:1:\sqrt{2}$ となるから，
AC＝$6\sqrt{2}$（cm）となるね。



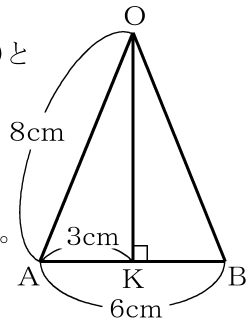


(2)　$12\sqrt{46}$ cm^3

【ポイント】
角錐の体積は，$\frac{1}{3}$×（底面積）×（高さ）だから，
$\frac{1}{3}\times 6^2\times\sqrt{46}=12\sqrt{46}$（cm^3）となるね。

(3)　$12\sqrt{55}$ cm^2

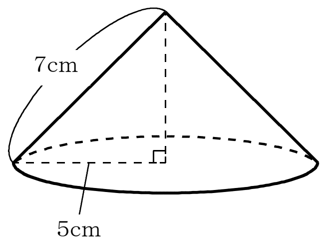
【ポイント】
点OからABに垂線OKをひくと，AK＝３(cm)と
なるから，$OK^2=8^2-3^2=55$
よって，OK＝$\sqrt{55}$（cm)となるね。
側面積は，△OABの面積の４倍だから，
$4\times\frac{1}{2}\times 6\times\sqrt{55}=12\sqrt{55}$（cm^2）となるね。



2

(1)　$2\sqrt{6}$ cm

【ポイント】
求める円錐の高さを x cmとすると，
$x^2=7^2-5^2=49-25=24$
$x=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$（cm)となるね。



(2)　$\dfrac{50\sqrt{6}\pi}{3}$ cm^3

【ポイント】
円錐の体積は，$\frac{1}{3}$×（底面積）×（高さ）だから，
$\frac{1}{3}\times 5^2\pi\times 2\sqrt{6}=\dfrac{50\sqrt{6}\pi}{3}$（cm^3）となるね。