中学校数学科

第３学年

４　関数 $y = ax^2$

[思考力・判断力・表現力を育む問題]

[解答例]

中学校

年　　組　　号 氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題［解答］　年　組　号 氏名

■練習問題①

1

(1)　$2x$ cm

【ポイント】
点Ｐは辺ＡＢ上を１時間に２cmの速さでＡからＢまで動くことから，x 秒間では $2x$ cm進むことになるね。

(2)　式　$y = x^2$　，　x の変域　（$0 \leqq x \leqq 9$）

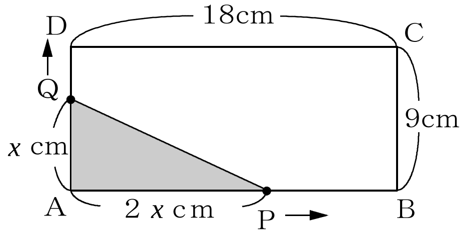
【ポイント】
Ａを出発してから x 秒後の△APQの面積 y を x の式で表すには，まずＡを出発してから x 秒後のAP，AQの長さを x で表わすといいね。

AP＝$2x$ cm

また，点Ｑは辺AD上を１秒間に１cmの速さでＡからＤまで動くから，

AQ＝x cm

よって，△APQの面積 y は，



$$y = \frac{1}{2} \times \mathrm{AP} \times \mathrm{AQ}$$

$$y = \frac{1}{2} \times 2x \times x$$

$$y = x^2$$

点Ｐは，辺AB上をＡからＢまで動くのに，18÷２＝９（秒）かかる。
点Ｑも，辺AD上をＡからＤまで動くのに，９÷１＝９（秒）かかる。
よって，x の変域は，$0 \leqq x \leqq 9$ になるね。

(3)　$0 \leqq y \leqq 81$

【ポイント】
(2)より，x の変域は $0 \leqq x \leqq 9$ だから，y の値は，
$x = 0$ のとき最小で $y = 0$，$x = 9$ のとき最大で $y = 81$ となる。
よって，y の変域は，$0 \leqq y \leqq 81$ となるね。

(4)　△APQと四角形PBDQの面積の比が4:5になるとき，△APQの△ABDの面積の比は，4:9になる。△ABDの面積は81cm²だから，

$$\triangle\mathrm{APQ} = 81 \times \frac{4}{9} = 36 \ (\mathrm{cm}^2)$$

$y = x^2$ に，$y = 36$を代入して，

$36 = x^2$

$x^2 = 36$

$x \geqq 0$ より，$x = 6$　　　(答え)　６秒後

【ポイント】
(2)より，x と y については，$y = x^2$ の関係が成り立つことが分かっている。△APQの面積，つまり，y の値が分かれば，$y = x^2$に代入することで，求められるね。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号 氏名

■練習問題②

(1)　$y = \frac{1}{2}x^2$

【ポイント】
x と y との間には，$y = ax^2$の関係が成り立つから，グラフ上の座標（x，y）＝（２，２）または（４，８）のどちらかを $y = ax^2$に代入すれば，a の値が求められるね。$x = 2$，$y = 2$ を代入したとすると，

$$2 = a \times 2^2$$
$$4a = 2$$
$$a = \frac{1}{2}$$

よって，求める式は，$y = \frac{1}{2}x^2$になるね。

(2)　$y = 2x$

【ポイント】
まさしさんは毎秒２ｍの速さで進むので，x 秒間では，$2x$ ｍ進むことになるね。よって，求める式は，$y = 2x$ になるね。

(3)　ボールが３秒間に進んだ距離は，

$y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2} = 4.5$(m) になる。

また，まさしさんが３秒間に進んだ距離は，

$y = 2 \times 3 = 6$（m） になる。

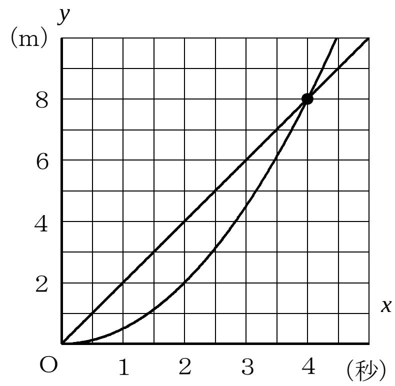
$6 - 4.5 = 1.5$（m）

だから，まさしさんの方が，ボールよりも 1.5ｍ長い距離を進んでいる。

【ポイント】
(1)，(2)より，ボールとまさしさんがそれぞれ進んだ時間と距離の関係については，式が分かっているね。だから，$x = 3$ を式に代入してそれぞれ進んだ距離を求めて，比較をすればいいね。

(4)　４秒後

【ポイント】
ボールがまさしさんに追いつく時間は，グラフの放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ と直線 $y = 2x$ が重なる点の x 座標を見れば４秒後に追いつくことが分かるね。
また，$y = \frac{1}{2}x^2$と $y = 2x$ を，連立方程式とみて解いて求めることもできるね。連立方程式を解くと，$x = 0$，4 になるけれど，$x = 0$ のときは，ボールとまさしさんが進みはじめたときだから，問題の答えにはあてはまらないね。よって，４秒後になるね。



■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題［解答］　　年　　組　　号　氏名

■練習問題③

(1)　A（－１，１）

【ポイント】
関数 $y = x^2$ に $x = -1$ を代入すると，$y = (-1)^2 = 1$
よって，点Aの座標は（－１，１）になるね。

(2)　$y = x + 2$

【ポイント】
２点A，Bを通る直線の式を $y = ax + b$ とすると，
点A（－１，１）を通るから，$1 = -a + b$ ………①
点B（２，４）を通るから，　$4 = 2a + b$ ………②
①，②を連立方程式として解くと，①－②より，$3a = 3$
だから $a = 1$ になるね。あとは，$a = 1$ を②に代入して，
$4 = 2 \times 1 + b$ だから $b = 2$ になるね。よって，２点A，Bを通る直線の式は，$y = x + 2$ になるね。

(3)　（解答例①）

△AOBの面積は，△AOCの面積と△BOCの面積の和である。

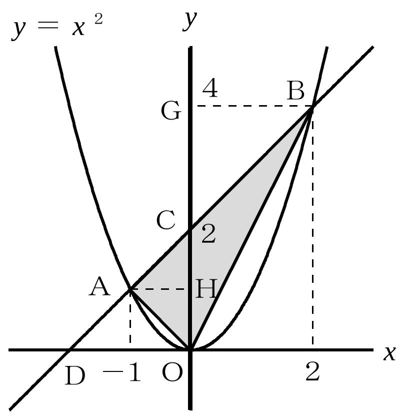
△AOCは，底辺CO＝２，高さAH＝１の三角形と考えることができるので，

△AOC＝ $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

また，△BOCは，底辺CO＝２，高さBG＝２の三角形と考えることができるので，

△BOC＝ $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$

だから，△AOBの面積は，$1 + 2 = 3$



（解答例②）

△AOBの面積は，△BODの面積から△AODの面積をひくことで求められる。

直線ABの式 $y = x + 2$ に $y = 0$ を代入すると，$x = -2$ となるので，Dの座標は（－２，０）となり，OD＝２

△BODと△AODの底辺をともにODと考えると，

△BOD＝ $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

△AOD＝ $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$

だから，△AOBの面積は，$4 - 1 = 3$