

中学校数学科

第3学年

3 二次方程式

[知識・技能の習得を図る問題]

[解答例]

_____ 中学校

_____ 年 組 号 氏名

■知識・技能の習得を図る問題[解答] 年 組 号 氏名

■練習問題①

1

(1) $x^2 = 49$
 $x = \pm 7$

【ポイント】
 $7^2 = 49, (-7)^2 = 49$
 だから、 $x = 7, -7$
 となるね。

(2) $x^2 - 18 = 0$
 $x^2 = 18$
 $x = \pm \sqrt{18}$
 $x = \pm 3\sqrt{2}$

【ポイント】
 $\sqrt{\quad}$ の中の数は、できるだけ簡単な数になるように変形することが必要だね。

(3) $9x^2 - 4 = 0$
 $9x^2 = 4$
 $x^2 = \frac{4}{9}$
 $x = \pm \frac{2}{3}$

(4) $(x - 3)^2 = 16$
 $x - 3 = X$ とおくと、
 $X^2 = 16$
 $X = \pm 4$
 X をもとにもどして、
 $x - 3 = \pm 4$
 $x = 3 \pm 4$
 $x = 7, -1$

【ポイント】
 $x - 3$ や $x + 1$ を
 1つのものとみて、
 X とおくことで、
 $X^2 = n$ の形になる
 ので、上の(1)~(3)
 と同じ方法で、解く
 ことができるね。

(5) $(x + 1)^2 - 20 = 0$
 $x + 1 = X$ とおくと、
 $X^2 - 20 = 0$
 $X^2 = 20$
 X をもとにもどして、
 $(x + 1)^2 = 20$
 $x + 1 = \pm \sqrt{20}$
 $x = -1 \pm 2\sqrt{5}$

2

【ポイント】
 左辺を $(x + m)^2$ 、あるいは $(x - m)^2$ の形にするために、 x の係数の半分の2乗を両辺に加えることが必要だね。

(1) $x^2 - 4x = 10$
 $x^2 - 4x + 2^2 = 10 + 2^2$
 $x^2 - 4x + 4 = 10 + 4$
 $(x - 2)^2 = 14$
 $x - 2 = \pm \sqrt{14}$
 $x = 2 \pm \sqrt{14}$

(2) $x^2 + 6x + 1 = 0$
 $x^2 + 6x + 3^2 = -1 + 3^2$
 $x^2 + 6x + 9 = -1 + 9$
 $(x + 3)^2 = 8$
 $x + 3 = \pm \sqrt{8}$
 $x = -3 \pm 2\sqrt{2}$

【ポイント】
 因数分解で解けない場合は、このように、 $(x + m)^2 = n$ の形にして解くか、
 または、解の公式を使って解くかのどちらかになるね。

— 二次方程式の解の公式 —
 二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は、 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

■知識・技能の習得を図る問題[解答] 年 組 号 氏名

■練習問題②

1

$$(1) \quad (x+1)(x-3) = 0$$

$$x+1=0 \text{ または } x-3=0$$

$$x=-1 \text{ または } x=3$$

$$x=-1, 3$$

$$(2) \quad x^2+x-12=0$$

$$(x+4)(x-3)=0$$

$$x+4=0 \text{ または } x-3=0$$

$$x=-4 \text{ または } x=3$$

$$x=-4, 3$$

【ポイント】

$(x+1)$ と $(x-3)$ をかけて0になるということは、 $x+1$ あるいは、 $x-3$ のどちらかが0になるということだね。

$$(3) \quad x^2+6x=0$$

$$x(x+6)=0$$

$$x=0, -6$$

$$(4) \quad x^2-11x=-28$$

$$x^2-11x+28=0$$

$$(x-4)(x-7)=0$$

$$x=4, 7$$

【ポイント】

x^2 と $6x$ の共通因数である x をとり出すと、 x と $x+6$ の積の形になるので、 $x=0$ または $x+6=0$ となるね。

【ポイント】

移項を使って右辺を0にしてから、左辺の因数分解をすることが解き方の手順だね。

$$(5) \quad x^2-10x+25=0$$

$$(x-5)^2=0$$

$$x=5$$

$$(6) \quad 3x^2=4x$$

$$3x^2-4x=0$$

$$x(3x-4)=0$$

$$x=0, \frac{4}{3}$$

【ポイント】

$(x-m)^2=0$ の形にできる方程式の解は、 $x=m$ の1つだけだね。

【ポイント】

x と $3x-4$ の積が0ということは、 $x=0$ または $3x-4=0$ だから解は、 $x=0, \frac{4}{3}$ となるね。

$$(7) \quad x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=0$$

$$\left(x+\frac{1}{4}\right)^2=0$$

$$x=-\frac{1}{4}$$

$$(8) \quad x(x+4)=5$$

$$\underline{x^2+4x-5=0}$$

$$(x-1)(x+5)=0$$

$$x=1, -5$$

【ポイント】

$x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{16}=x^2+2\times\frac{1}{4}x+\left(\frac{1}{4}\right)^2$ と考えると、公式 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$ を使って、 $\left(x+\frac{1}{4}\right)^2$ と因数分解できるね。

【ポイント】

まずは、 $ax^2+bx+c=0$ の形にすることが、大切だね。

■知識・技能の習得を図る問題[解答] 年 組 号 氏名

■練習問題③

1

二次方程式の解の公式

$$\text{二次方程式 } ax^2 + bx + c = 0 \text{ の解は, } x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

(1) $2x^2 + 7x + 1 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} \\ &= \frac{-7 \pm \sqrt{49 - 8}}{4} \\ &= \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4} \end{aligned}$$

(2) $x^2 + 5x - 3 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 12}}{2} \\ &= \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{2} \end{aligned}$$

(3) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 3 \times 2}}{2 \times 3} \\ &= \frac{7 \pm \sqrt{25}}{6} \\ &= \frac{7 \pm 5}{6} \\ &= 2, \frac{1}{3} \end{aligned}$$

【ポイント】
 $\sqrt{25} = 5$ だから、
 このような場合は、
 たしたとき(7+5)と、
 ひいたとき(7-5)の
 それぞれを計算して
 2つの解を求めよう。

(4) $2x^2 - 6x - 1 = 0$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 2 \times (-1)}}{2 \times 2} \\ &= \frac{6 \pm \sqrt{44}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{11}}{2} \end{aligned}$$

【ポイント】
 $\sqrt{\quad}$ の部分が、
 $\circ\sqrt{\square}$ の形にで
 きるときは変形し、約分できると
 きは約分を忘れない
 ようにしよう。

2

(1) $x^2 + x = 4x + 18$

$$\begin{aligned} x^2 + x - 4x - 18 &= 0 \\ x^2 - 3x - 18 &= 0 \\ (x + 3)(x - 6) &= 0 \\ x &= -3, 6 \end{aligned}$$

(2) $x(x + 7) = x - 9$

$$\begin{aligned} x^2 + 7x - x + 9 &= 0 \\ x^2 + 6x + 9 &= 0 \\ (x + 3)^2 &= 0 \\ x &= -3 \end{aligned}$$

【ポイント】

まずは、 $ax^2 + bx - c = 0$ の形に変形し、その後左辺の式が因数分解できるように
 あれば、因数分解を用いて解いた方がいいね。

(3) $2x^2 - 16x + 24 = 0$

$$\begin{aligned} x^2 - 8x + 12 &= 0 \\ (x - 2)(x - 6) &= 0 \\ x &= 2, 6 \end{aligned}$$

【ポイント】

各項が共通の数や文字でわれるときは
 (この場合は2)、わった方がいいね。

(4) $(x + 2)(x + 4) = 6(x + 2)$

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 8 &= 6x + 12 \\ x^2 + 6x - 6x + 8 - 12 &= 0 \\ x^2 - 4 &= 0 \\ x^2 &= 4 \\ x &= \pm 2 \end{aligned}$$

【ポイント】

$(x + 2)(x - 2) = 0$ だから、 $x = 2, -2$
 と解くこともできるね。

■知識・技能の習得を図る問題[解答] 年 組 号 氏名

■練習問題④

1 イとウ

【ポイント】

考え方は、次の2つがあるよ。

考え方① それぞれの方程式の左辺に、解の1つである $x = -3$ を代入して、右辺の値に等しくなるものを見つける。

| | | | |
|------------------------|--------------------------|-------------------------------|--------------------------|
| ア $x^2 + 3 = 0$ | イ $x^2 + 3x = 0$ | ウ $x^2 - 4x - 21 = 0$ | エ $(x + 3)^2 = 9$ |
| $(-3)^2 + 3$ | $(-3)^2 + 3 \times (-3)$ | $(-3)^2 - 4 \times (-3) - 21$ | $(-3 + 3)^2$ |
| $= 9 + 3$ | $= 9 - 9$ | $= 9 + 12 - 21$ | $= 0^2$ |
| $= 12$ | $= 0$ | $= 0$ | $= 0$ |

となり、右辺の値に等しくなる**イ**と**ウ**が答えとなるね。

考え方② それぞれの二次方程式を解く。

アの解は、 $x = \pm\sqrt{3}$, **イ**は、 $x = 0, -3$, **ウ**は、 $x = 7, -3$, **エ**は、 $x = 0, -6$ だから、解の1つが -3 になっている**イ**と**ウ**が答えとなるね。

2 a の値は7, 他の解は-9

【ポイント】

まず、解の1つである $x = 2$ を与えられた二次方程式に代入しよう。そうすれば、 a についての一次方程式になるので、それを解くと a の値を求めることができるね。その後、求めた a の値をもとの式に代入して、二次方程式を解くと、他の解も求めることができるね。

計算の過程は、右のようになるよ。

$$\begin{aligned}
 2^2 + a \times 2 - 18 &= 0 \\
 4 + 2a - 18 &= 0 \\
 2a &= 14 \\
 a &= 7 \\
 a = 7 \text{ をもとの二次方程式に代入して,} \\
 x^2 + 7x - 18 &= 0 \\
 (x - 2)(x + 9) &= 0 \\
 x &= 2, -9 \\
 \text{だから, 他の解は} &-9
 \end{aligned}$$

3

$$\begin{aligned}
 x^2 - 2x &= 80 \\
 x^2 - 2x - 80 &= 0 \\
 (x - 10)(x + 8) &= 0 \\
 x &= 10, -8
 \end{aligned}$$

x は自然数だから、 -8 は問題に合わない。
 $x = 10$ とすると、 $10^2 - 10 \times 2 = 80$ となり問題に合う。

(答え) 10

【ポイント】

x の2乗より、 x の2倍の方が80小さいということから、この方程式がつけれるね。

【ポイント】

文章問題では、この問題のように、求めた方程式の解全てが、必ず問題の答えになるとは限りません。だから、求めた解が、答えとして合っているかどうかを確認する必要があるね。