中学校数学

第２学年

５　図形の性質と証明

［問題］

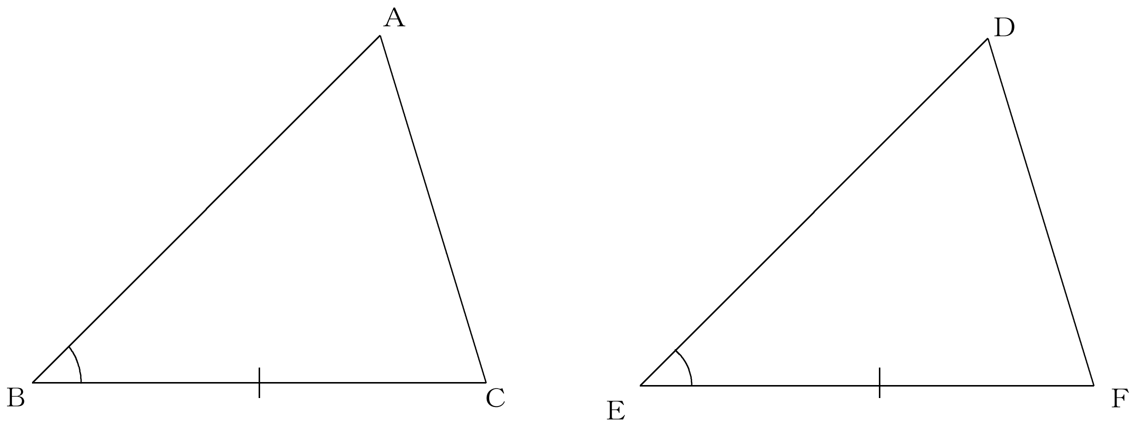
中学校

年　組　　号 氏名

■知識・技能の習得を図る問題　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題①

次の図で，△ABCと△DEFが合同であることを証明しようとしています。BC＝EF，∠ABC＝∠DEFであることは分かっています。



三角形の合同条件を用いて証明するために，あと１つどのようなことが分かればよいですか。下の［　　　＝　　　］に分かればよいことを書きなさい。

・分かっていること

BC ＝EF

∠ABC ＝∠DEF

・分かればよいこと

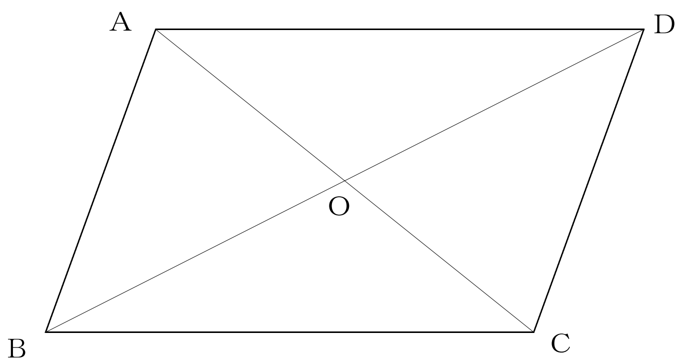
［　　　＝　　　］

■知識・技能の習得を図る問題　　　年　　組　　号　氏名

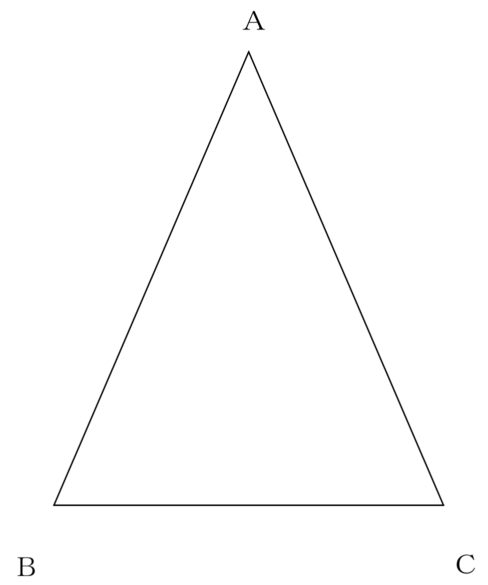
■練習問題②

次の問いに答えなさい。

(1)　下の四角形ABCDは，２組の向かいあう辺がそれぞれ平行であるとき，平行四辺形になります。
下線部を，下の図の四角形ABCDの辺と，記号∥を使って表すと，
「AD∥BC, AB∥DC」
となります。
この他にもあと４つ平行四辺形になるための条件があります。その４つの条件を記号∠，∥，＝などを使って表しなさい。ただし，点Oは四角形の対角線AC, BDの交点とします。



(2)　次の図で，△ABCはAB＝ACの二等辺三角形です。



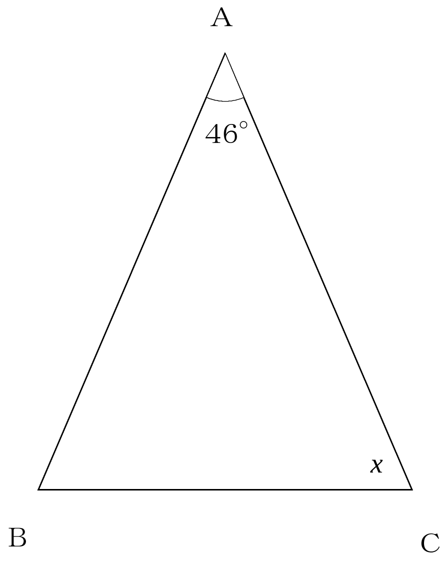
この二等辺三角形に，『AB＝BC』（またはAC＝BC）という条件が付け加われば正三角形になります。これ以外に，付け加えれば△ABCが正三角形になる条件があります。その条件を記号で答えなさい。

■知識・技能の習得を図る問題　　　年　組　号　氏名

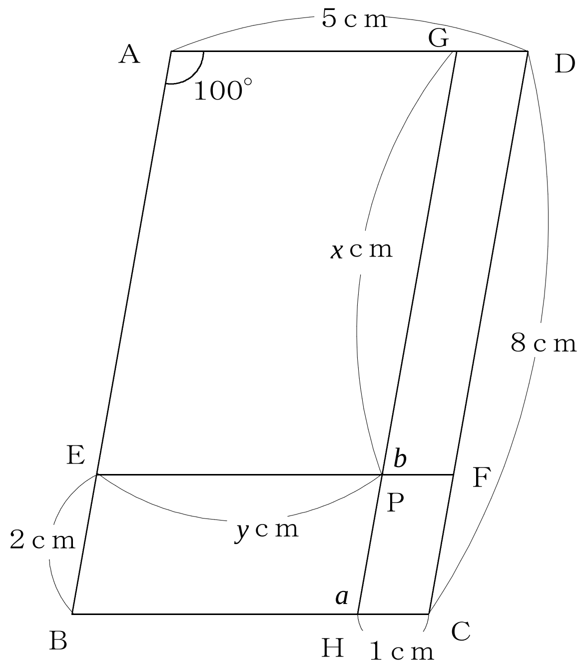
■練習問題③

次の角度や辺の長さを求めなさい。

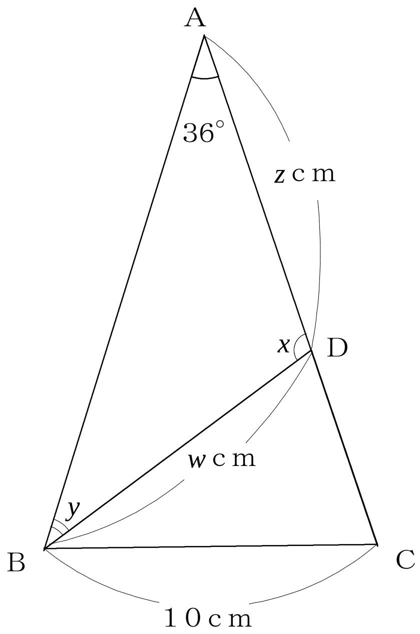
(1)　△ABCがAB＝ACの二等辺三角形のとき，∠xの大きさを求めなさい。



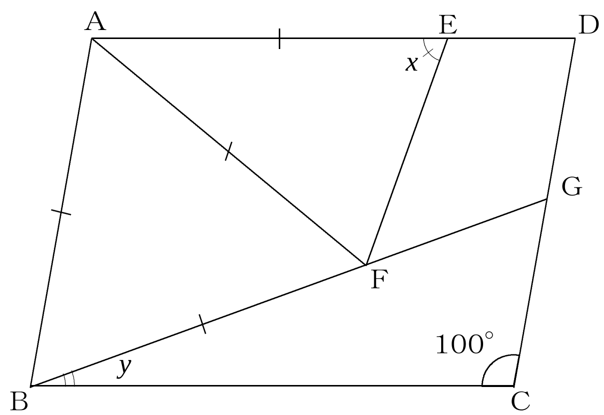
(2)　四角形ABCDが平行四辺形で，AB∥GH，AD∥EFのとき，x，yの値と，∠a，∠bの大きさをそれぞれ求めなさい。



(3)　△ABCはAB＝ACの二等辺三角形です。∠Bの二等分線と辺ACとの交点をDとする。このとき，w，zの値と，∠x，∠yの大きさを，それぞれ求めなさい。



(4)　四角形ABCDは∠C＝100°の平行四辺形で，△ABFはABを１辺とする正三角形とする。辺AD上にAF＝AEとなる点Eをとり，BFの延長と辺DCの交点をGとする。このとき，∠x，∠yの大きさをそれぞれ求めなさい。

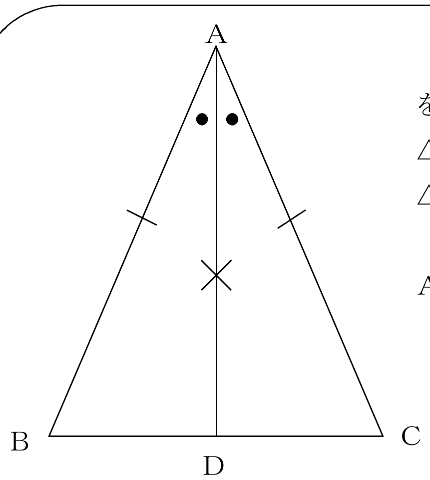


■知識・技能の習得を図る問題　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題④

「二等辺三角形の底角は等しい」ことを下のように証明しました。あとの問いに答えなさい。

【証明】



AB＝ACの二等辺三角形の，頂角の二等分線をひき，辺ＢＣとの交点をＤとする。

△ABDと△ACDで，

△ABCは二等辺三角形だから，

AB ＝AC　……①

ADは∠Aの二等分線だから，

∠BAD ＝∠CAD　……②

共通な辺だから，

AD ＝AD　……③

①，②，③より，

（　　　　　　）ので，

△ABD≡△ACD

よって，［　　　　　　］から，

∠B＝∠C

(1)　（　　　　）にあてはまる三角形の合同条件を答えなさい。

(2)　［　　　　］にあてはまる言葉を答えなさい。

(3)　△ABDと△ACDの合同から，∠B＝∠C以外のことも分かります。その分かることを下の**ア**から**エ**の中から１つ選びなさい。

ア　ADはBCを垂直に２等分する。

イ　AB＝ADになる。

ウ　AB＝BC＝CAとなり△ABCは正三角形になる。

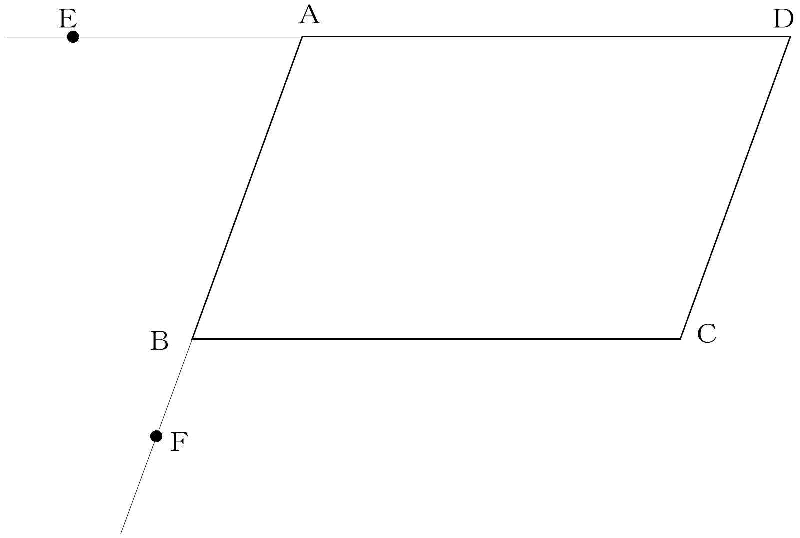
エ　AB＝ACの二等辺三角形△ABCでも，上の図と異なる場合は常に，∠B＝∠Cになるとは限らない。

■知識・技能の習得を図る問題　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑤

「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ということを証明しました。あとの問いに答えなさい。

【証明】



上の図の▱ABCDで，辺DAの延長上に点Ｅをとり，辺ABの延長上に点Ｆをとる。
▱ABCDだから，AD//BC。よって，

∠DAB＝(　　ア　　)　　……①

また，AB//DCより，

(　　ア　　)＝∠C　　……②

①，②より，

∠DAB＝∠C　　……③

同様に，AD//BCより，

∠ABC＝(　　イ　　)　　……④

また，AB//DCより，

(　　イ　　)＝∠D　　……⑤

④，⑤より，

∠ABC＝∠D　　……⑥

よって③，⑥より，平行四辺形の向かい合う角は等しい。

(1)　（　　**ア**　　），（　　**イ**　　）にあてはまる記号をかきなさい。

(2)　①，②，④，⑤の根拠となることがらを下の**ア**から**エ**の中からそれぞれ１つずつ選びなさい。

ア　対頂角が等しいから

イ　同位角が等しいから

ウ　錯角が等しいから

エ　三角形の内角の和は180°だから

(3)　平行四辺形の性質は，上で証明したことの他にもまだいくつかあります。平行四辺形の性質として正しいものを下の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　∠A＝∠B, ∠C＝∠Dである。

イ　∠A＋∠B＝180°，∠C＋∠D＝180°である。

ウ　対角線が垂直に交わっている。

エ　対角線の長さが等しい。

オ　AB＝BC，AD＝DCである。

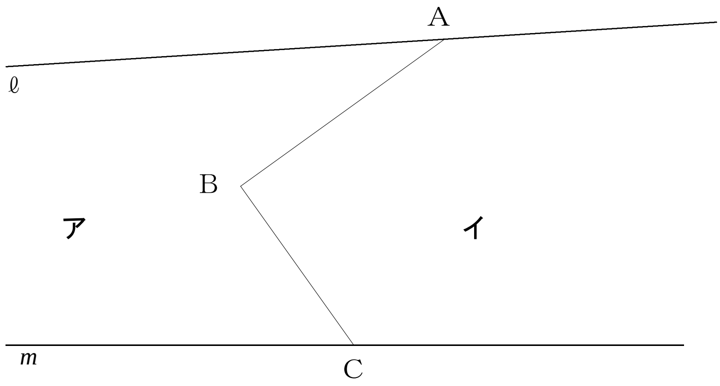
■知識・技能の習得を図る問題　　　　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑥

次の問いに答えなさい。

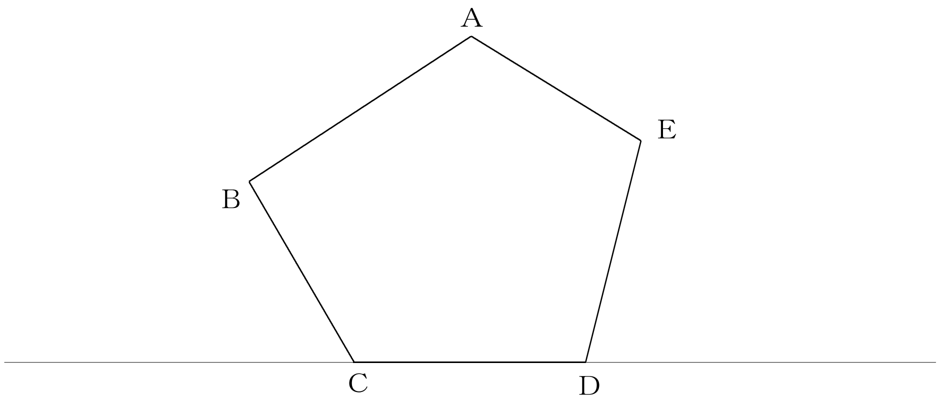
(1)　下の図のように，直線 ℓ と m の間にあり，折れ線ABCを境界とする２つの土地**ア**，**イ**があります。それぞれの土地の面積を変えないで，境界を点Ｃを通る線分CDに改めるとき，点Ｄの位置を作図により求めなさい。

ただし，点Ｄは直線 ℓ 上にあるものとします。



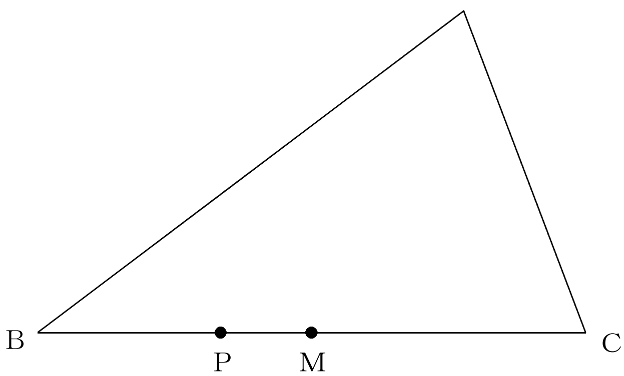
(2)　次の五角形ABCDEと同じ面積の三角形AFGを作図しなさい。

ただし，点F, Gは直線CD上にあるものとします。



(3)　次の三角形ABCで，点Ｐを通り，三角形ABCの面積を２等分する直線をかきなさい。

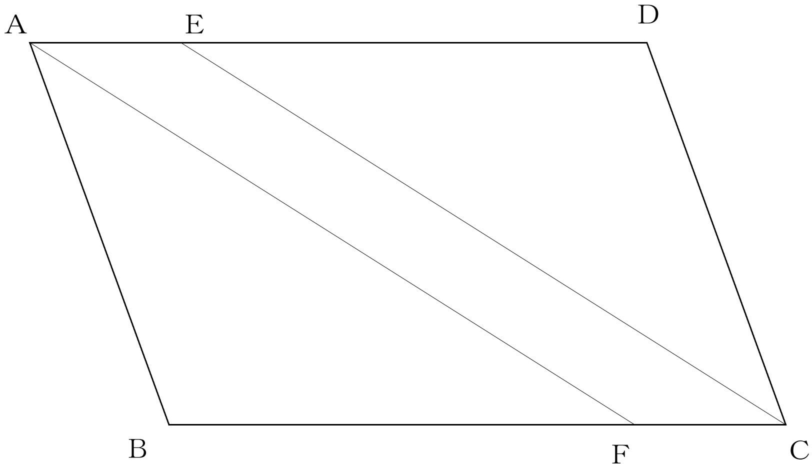
ただし，点Mは，BCの中点とします。



■知識・技能の習得を図る問題　　　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑦

下の図のように，平行四辺形ABCDの辺AD, BC上に，AE＝CFとなる点E, Fをそれぞれとります。このときできる四角形AFCEが平行四辺形なることを証明しました。あとの問いに答えなさい。



【証明】

四角形AFCEで，
四角形ABCDが平行四辺形であることより，向かい合う辺はそれぞれ平行なので，

（　　**ア**　　）……①

仮定から，

（　　**イ**　　）……②

①，②から，

（　　**ウ**　　）から

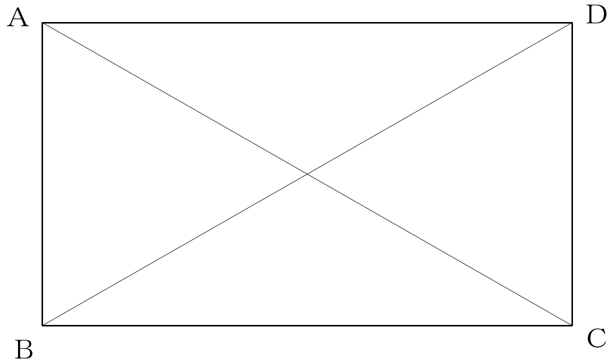
四角形AFCEは平行四辺形になる。

上の証明の中で，**ア**，**イ**にはあてはまる式を，**ウ**には平行四辺形になるための条件を答えなさい。

■知識・技能の習得を図る問題　　　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑧

下の図の四角形ABCDで，卓也さんと紳太郎さんが証明を考えています。あとの問いに答えなさい。



卓也さんは，次のように，「四角形ABCDが長方形ならばAC＝BDである」ことを証明しました。

【証明】

△ABCと△DCBで，四角形ABCDが長方形であれば，

AB　＝（　①　）

∠ABC　＝（　②　）＝90°

共通な辺だから　BC　＝（　③　）

よって，（　④　）ので，

△ABC≡△DCB

だから，

AC＝BD

となる。

(1)　上の①から③には記号を，④には合同条件を書きなさい。

紳太郎さんは，卓也さんが証明した「四角形ABCDが長方形ならばAC＝BDである」ことの逆を証明しようとしました。

(2)　上の　　　のことがらの逆を答えなさい。

(3)　(2)で答えた逆のことがらが，正しいか正しいとはいえないかを答えなさい。また，正しいとはいえない場合は，その例を１つ答えなさい。