

中学校数学
第2学年
1 式の計算
[問題]

中学校

年 組 号 氏名

■ 数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

■ 全国学力・学習状況調査①

太郎さんは、連続する3つの自然数の和がどんな数になるかを調べています。【H19】

$$1, 2, 3 \text{ のとき, } 1 + 2 + 3 = 6$$

$$2, 3, 4 \text{ のとき, } 2 + 3 + 4 = 9$$

$$3, 4, 5 \text{ のとき, } 3 + 4 + 5 = 12$$

これらの結果から、連続する3つの自然数の和は3の倍数になることを予想し、この予想が正しいことを下のように説明しました。

【太郎さんの説明】

連続する3つの自然数のうち、最も小さい数を n とすると
連続する3つの自然数は、 n 、 $n + 1$ 、 $n + 2$ と表される。

連続する3つの自然数の和は、

$$n + (n + 1) + (n + 2) = n + n + 1 + n + 2$$

$$= 3n + 3$$

$$= 3(n + 1)$$

$n + 1$ は自然数だから、 $3(n + 1)$ は3の倍数である。

次の(1)、(2)の各問いに答えなさい。

(1) 太郎さんの説明の最後の式 $3(n + 1)$ から、

連続する3つの自然数の和は3の倍数である

ことのほかに分かることがあります。下のアからオの中から1つ選びなさい。

- ア 連続する3つの自然数の和は奇数である。
- イ 連続する3つの自然数の和は偶数である。
- ウ 連続する3つの自然数の和は最も小さい数の3倍である。
- エ 連続する3つの自然数の和は中央の数の3倍である。
- オ 連続する3つの自然数の和は最も大きい数の3倍である。

(2) 【太郎さんの説明】から、

連続する5つの自然数の和は5の倍数になる

ことが予想されます。太郎さんの説明を参考にして、このことが正しいことの説明を完成しなさい。

【説明】

連続する5つの自然数のうち、最も小さい数を n とすると、
連続する5つの自然数は、 n 、 $n+1$ 、 $n+2$ 、 $n+3$ 、 $n+4$ と表される。

連続する5つの自然数の和は、

$$\begin{aligned} & n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) \\ & = n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 \end{aligned}$$



■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査②

あるサッカー大会では、5チームが他のすべてのチームと1回ずつ試合をし、下の表のような結果になりました。【H19】

	勝った試合数	負けた試合数	引き分けた試合数
Pチーム	2	2	0
Qチーム	3	1	0
Rチーム	2	0	2
Sチーム	0	3	1
Tチーム	1	2	1

この大会では、次のようにして順位が決められました。

【順位の決め方】

1試合ごとに勝ったチームには3点、負けたチームには0点、引き分けると両チーム1点ずつ与え、合計点数の多いチームを上位として順位を決める。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 前ページの順位の決め方にしたがうと、Rチームの合計点数は何点になりますか。

(2) この大会で1位になったのはどのチームですか。下のアからオの中から1つ選びなさい。

- ア Pチーム
- イ Qチーム
- ウ Rチーム
- エ Sチーム
- オ Tチーム

(3) この大会の順位は、前ページの順位の決め方から、勝った試合数を a 、引き分けた試合数を b とするとき、 $3a + b$ の値で決まります。

麻衣さんは、この大会の順位の決め方について、次のように言っています。

負けたチームは0点とすることを変えずに、勝った場合や引き分けた場合に与える点数を変えると、順位が変わると考えて、新しい式をつくりました。その式で合計得点を計算すると、QチームとRチームの合計得点と同じで両チームが1位になりました。

QチームとRチームの合計点数が同じで、両チームが1位になるような式を a 、 b を使って表しなさい。また、その式で、QチームとRチームが同点で1位になることを説明しなさい。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査③

直樹さんは、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和がどんな数になるかを考えています。【H20】

21 のとき	$21+12 = 33$
35 のとき	$35+53 = 88$
47 のとき	$47+74 = 121$
82 のとき	<input type="text" value="①"/>

$33 = 11 \times 3$
 $88 = 11 \times 8$
 $121 = 11 \times 11$
 いつでも11の倍数になるのかな。



上で調べたことから、直樹さんは、次のことを予想しました。

【直樹さんの予想】

2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は、11の倍数になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 上の に当てはまる式を書きなさい。

- (2) 直樹さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。

11の倍数であることを説明するには、
11と自然数の積になることをいえばいいんだ。



【説明】

2けたの自然数の十の位の数を x 、一の位の数を y とすると、
2けたの自然数は、 $10x + y$
十の位の数と一の位の数を入れかえた数は、 $10y + x$
と表される。したがって、それらの和は、

$$(10x + y) + (10y + x)$$

- (3) 直樹さんは、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は、どんな数になるかを考えてみたいと思い、いくつかの場合を調べました。

$$41 \text{ のとき} \quad 41 - 14 = 27$$

$$53 \text{ のとき} \quad 53 - 35 = 18$$

$$82 \text{ のとき} \quad 82 - 28 = 54$$

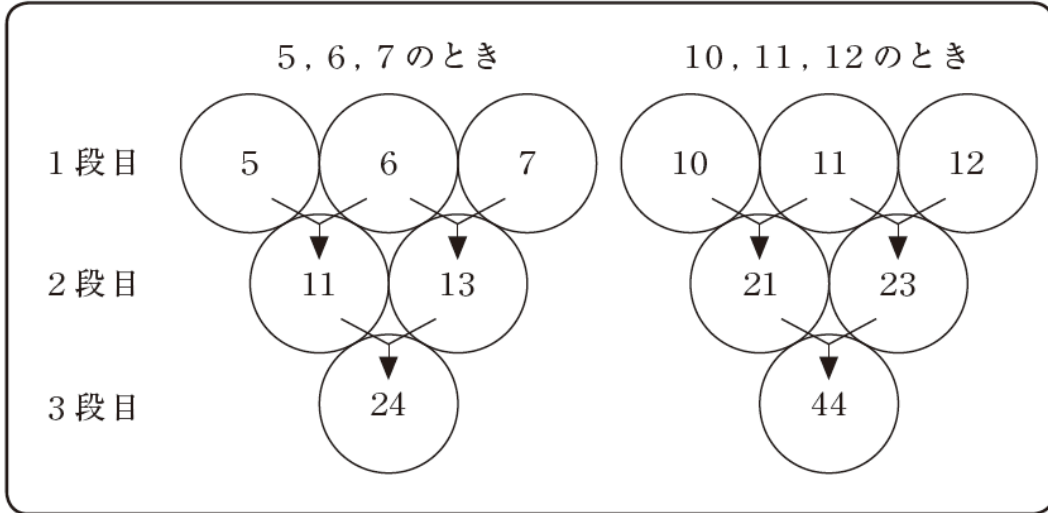
⋮ ⋮

これらのことから、2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差について、どのようなことが予想できますか。前ページの直樹さんの予想のように、「～は、……になる。」という形で答えなさい。ただし、55のように、十の位の数と一の位の数が等しい数は考えないことにします。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査④

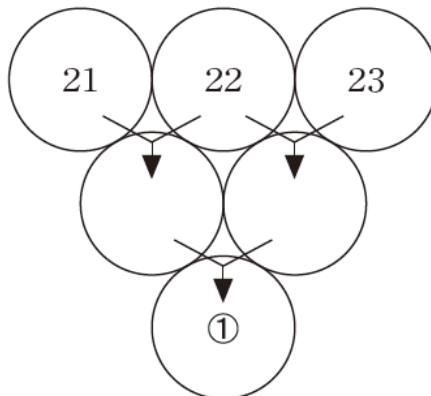
健治さんは、次の図のように、3段に並んでいる○の1段目に連続する3つの自然数を順に入れました。そして、隣り合う2つの数の和を2段目の○に入れ、同じようにして3段目の数を求めました。【H21】



健治さんは、 $24 = 4 \times 6$ 、 $44 = 4 \times 11$ であることから、1段目にどんな連続する3つの自然数を順に入れても、3段目の数はいつも4の倍数になることを予想しました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 連続する3つの自然数を21, 22, 23とするとき、下の図の①に当てはまる数を求めなさい。



- (2) 「1段目にどんな連続する3つの自然数を順に入れても、3段目の数はいつも4の倍数になる。」という健治さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。

【説明】

連続する3つの自然数のうち、
 最も小さい数を n とすると、
 3つの自然数は、 $n, n+1, n+2$
 と表される。
 このとき2段目の数は、それぞれ
 $n+(n+1)=2n+1$
 $(n+1)+(n+2)=2n+3$
 であるから、3段目の数は、

$(2n+1)+(2n+3)=$

- (3) 上の説明で、2段目の2つの数は、 $2n+1, 2n+3$ と表されています。このことから、2段目の2つの数について、いつもいえることがあります。下のアからオまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

- ア 2段目の2つの数は、連続する偶数である。
- イ 2段目の2つの数は、連続する奇数である。
- ウ 2段目の2つの数は、奇数と偶数である。
- エ 2段目の2つの数は、一の位の数に1と3である。
- オ 2段目の2つの数は、十の位の数に等しい。

数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

全国学力・学習状況調査

健太さんは、連続する3つの奇数の和がどんな数になるかを考えています。

$$\begin{array}{ll} 7, 9, 11 \text{ のとき} & 7 + 9 + 11 = 27 \\ 13, 15, 17 \text{ のとき} & 13 + 15 + 17 = 45 \\ 31, 33, 35 \text{ のとき} & 31 + 33 + 35 = 99 \end{array}$$

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。【H22】

- (1) 健太さんは、これらの結果から、連続する3つの奇数の和は、9の倍数になると予想しました。

しかし、よく調べてみると、この予想は正しくないことが分かります。このことは、次のように説明できます。

説明

連続する3つの奇数が , , のとき、それらの和は、
 で、9の倍数ではない。
したがって、連続する3つの奇数の和は、9の倍数であるとは限らない。

上の説明の から までに当てはまる自然数をそれぞれ書きなさい。

(2) 健太さんは、いろいろな連続する3つの奇数の和を調べた結果、次のように予想し直しました。

健太さんの予想

連続する3つの奇数の和は、3の倍数になる。

この健太さんの予想は正しいといえます。予想が正しいことの説明を完成しなさい。

説明

n を自然数とすると、連続する3つの奇数は、 $2n - 1$ 、 $2n + 1$ 、 $2n + 3$ と表される。したがって、それらの和は、

$$(2n - 1) + (2n + 1) + (2n + 3)$$

$$=$$

(3) 連続する4つの奇数の場合、その和がどんな数になるかを調べます。

1, 3, 5, 7 のとき	$1 + 3 + 5 + 7 = 16$
3, 5, 7, 9 のとき	$3 + 5 + 7 + 9 = 24$
5, 7, 9, 11 のとき	$5 + 7 + 9 + 11 = 32$
⋮	⋮

連続する4つの奇数の和は、どんな数になりますか。健太さんの予想の書き方のように「～は、……になる」という形で書きなさい。

【解答】

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題 年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査⑥ B問題

健一さんは、連続する3つの自然数について、それらの和がどんな数になるかを調べています。

$$\begin{array}{ll} 1, 2, 3 \text{ のとき} & 1 + 2 + 3 = 6 = 2 \times 3 \\ 4, 5, 6 \text{ のとき} & 4 + 5 + 6 = 15 = 5 \times 3 \\ 6, 7, 8 \text{ のとき} & 6 + 7 + 8 = 21 = 7 \times 3 \end{array}$$

健一さんは、これらの結果から次のことを予想しました。

健一さんの予想

連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。【H23】

- (1) 連続する3つの自然数が11, 12, 13のとき、**健一さんの予想**が成り立つかどうかを確かめるためには、下の にどのような式を書けばよいですか。下の に当てはまる式を書きなさい。

$$11, 12, 13 \text{ のとき} \quad 11 + 12 + 13 = 36 = \text{ }$$

【解答】

- (2) **健一さんの予想**が正しいことは、次のように説明できます。

説明

連続する3つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とすると、連続する3つの自然数は、 n , $n + 1$, $n + 2$ と表される。それらの和は、

$$\begin{aligned} n + (n + 1) + (n + 2) &= n + n + 1 + n + 2 \\ &= 3n + 3 \\ &= 3(n + 1) \end{aligned}$$

$n + 1$ は中央の自然数だから、 $3(n + 1)$ は中央の自然数の3倍である。したがって、連続する3つの自然数の和は、中央の自然数の3倍である。

前ページの説明では、 $3n + 3$ を $3(n + 1)$ と変形しています。
 このように変形するのは、次のことを示すためです。

, に当てはまる文字式や数を書きなさい。

連続する3つの自然数 n , $n + 1$, $n + 2$ の和が、
 中央の自然数 の 倍であること。

【解答：①】

【解答：②】

(3) 前ページの説明から、連続する5つの自然数について、次のことが予想されます。

予想

連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍になる。

この予想は正しいといえます。前ページの説明を参考にして、この予想が正しいことの説明を完成しなさい。(下の の中にそのまま書き込みなさい。)

説明

連続する5つの自然数のうち、最も小さい自然数を n とすると、
 連続する5つの自然数は、 n , $n + 1$, $n + 2$, $n + 3$, $n + 4$ と表される。
 それらの和は、

$$n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4)$$

$$= n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4$$

$$=$$

したがって、連続する5つの自然数の和は、中央の自然数の5倍である。