中学校数学

第２学年

１　式の計算

［問題］

中学校

年　組　号　氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査①

太郎さんは，連続する３つの自然数の和がどんな数になるかを調べています。【H19】

１，２，３　のとき，　$1+2+3=6$

２，３，４　のとき，　$2+3+4=9$

３，４，５　のとき，　$3+4+5=12$

これらの結果から，**連続する３つの自然数の和は３の倍数になる**ことを予想し，この予想が正しいことを下のように説明しました。

【太郎さんの説明】

連続する３つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると
連続する３つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$と表される。
連続する３つの自然数の和は，

$$\begin{aligned} n+(n+1)+(n+2) &= n+n+1+n+2 \\ &= 3n+3 \\ &= 3(n+1) \end{aligned}$$

$n+1$は自然数だから，$3(n+1)$は３の倍数である。

次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1)　太郎さんの説明の最後の式$3(n+1)$から，

連続する３つの自然数の和は３の倍数である

ことのほかに分かることがあります。下の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　連続する３つの自然数の和は奇数である。

イ　連続する３つの自然数の和は偶数である。

ウ　連続する３つの自然数の和は最も小さい数の３倍である。

エ　連続する３つの自然数の和は中央の数の３倍である。

オ　連続する３つの自然数の和は最も大きい数の３倍である。

(2)【太郎さんの説明】から，

連続する５つの自然数の和は５の倍数になる

ことが予想されます。太郎さんの説明を参考にして，このことが正しいことの説明を完成しなさい。

【説明】

連続する５つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，

連続する５つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$ と表される。

連続する５つの自然数の和は，

$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)$

$=n+n+1+n+2+n+3+n+4$

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査②

あるサッカー大会では，５チームが他のすべてのチームと１回ずつ試合をし，下の表のような結果になりました。【H19】

	勝った試合数	負けた試合数	引き分けた試合数
Ｐチーム	2	2	0
Ｑチーム	3	1	0
Ｒチーム	2	0	2
Ｓチーム	0	3	1
Ｔチーム	1	2	1

この大会では，次のようにして順位が決められました。

【順位の決め方】

１試合ごとに勝ったチームには３点，負けたチームには０点，引き分けると両チーム１点ずつ与え，合計点数の多いチームを上位として順位を決める。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　前ページの順位の決め方にしたがうと，Ｒチームの合計点数は何点になりますか。

(2)　この大会で１位になったのはどのチームですか。下の**ア**から**オ**の中から１つ選びなさい。

ア　Ｐチーム
イ　Ｑチーム
ウ　Ｒチーム
エ　Ｓチーム
オ　Ｔチーム

(3)　この大会の順位は，前ページの順位の決め方から，**勝った試合数を a，引き分けた試合数を b とするとき，３$a+b$ の値**で決まります。
麻衣さんは，この大会の順位の決め方について，次のように言っています。

負けたチームは０点とすることを変えずに，勝った場合や引き分けた場合に与える点数を変えると，順位が変わると考えて，新しい式をつくりました。
その式で合計得点を計算すると，ＱチームとＲチームの合計得点が同じで両チームが１位になりました。

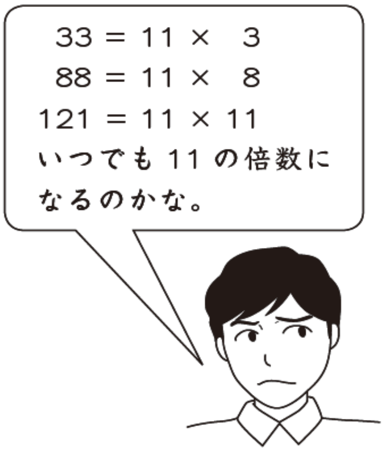
ＱチームとＲチームの合計点数が同じで，両チームが１位になるような式を a，b を使って表しなさい。また，その式で，ＱチームとＲチームが同点で１位になることを説明しなさい。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題　　年　組　号　氏名

■全国学力・学習状況調査③

直樹さんは，２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和がどんな数になるかを考えています。【H20】

21 のとき	21+12 ＝ 33
35 のとき	35+53 ＝ 88
47 のとき	47+74 ＝121
82 のとき	①



上で調べたことから，直樹さんは，次のことを予想しました。

【直樹さんの予想】

２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は，11の倍数になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　上の ① に当てはまる式を書きなさい。

(2)　**直樹さんの予想**が正しいことの説明を完成しなさい。

11の倍数であることを説明するには，
11と自然数の積になることをいえばいいんだ。

【説明】

２けたの自然数の十の位の数を x，一の位の数を y とすると，
２けたの自然数は，$10x + y$
十の位の数と一の位の数を入れかえた数は，$10y + x$
と表される。したがって，それらの和は，

$(10x + y) + (10y + x)$

(3)　直樹さんは，**２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差**は，どんな数になるかを考えてみたいと思い，いくつかの場合を調べました。

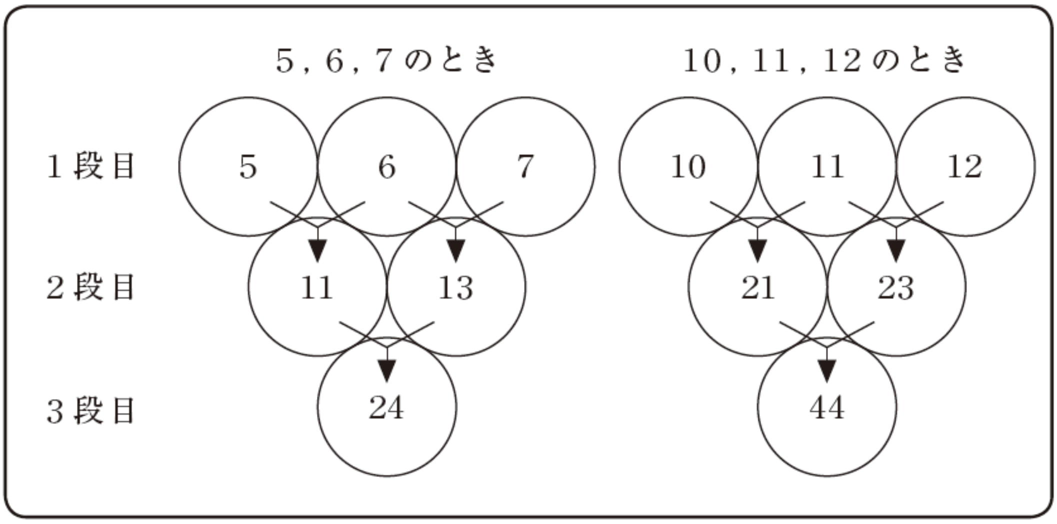
41のとき　41-14＝27
53のとき　53-35＝18
82のとき　82-28＝54
⋮　　　　⋮

これらのことから，２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差について，どのようなことが予想できますか。前ページの**直樹さんの予想**のように，「**～は，……　になる。**」という形で答えなさい。ただし，55のように，十の位の数と一の位の数が等しい数は考えないことにします。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査④

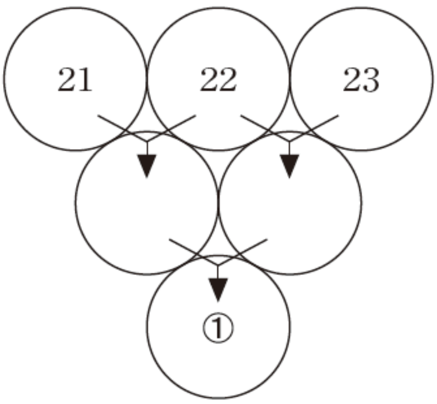
健治さんは，次の図のように，３段に並んでいる○の１段目に連続する３つの自然数を順に入れました。そして，隣り合う２つの数の和を２段目の○に入れ，同じようにして３段目の数を求めました。【H21】



健治さんは，24＝4×6，44＝4×11であることから，１段目にどんな連続する３つの自然数を順に入れても，**３段目の数はいつも４の倍数になる**ことを予想しました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

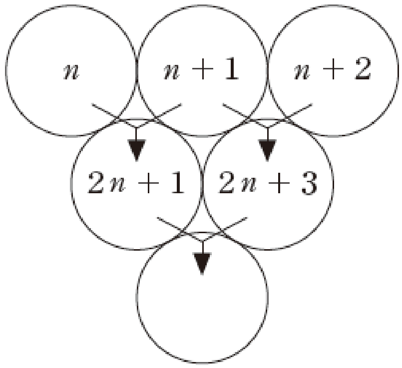
(1)　連続する３つの自然数を21，22，23とするとき，下の図の①に当てはまる数を求めなさい。



(2)　「１段目にどんな連続する３つの自然数を順に入れても，**３段目の数はいつも４の倍数になる。**」という健治さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。

【説明】

連続する３つの自然数のうち，
最も小さい数を n とすると，
３つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$
と表される。
このとき２段目の数は，それぞれ
$n+(n+1)=2n+1$
$(n+1)+(n+2)=2n+3$
であるから，３段目の数は，



$(2n+1)+(2n+3)=$

(3)　上の**説明**で，２段目の２つの数は，$2n+1$，$2n+3$と表されています。このことから，２段目の２つの数について，いつもいえることがあります。下の**ア**から**オ**までの中から正しいものを１つ選びなさい。

ア　２段目の２つの数は，連続する偶数である。

イ　２段目の２つの数は，連続する奇数である。

ウ　２段目の２つの数は，奇数と偶数である。

エ　２段目の２つの数は，一の位の数が１と３である。

オ　２段目の２つの数は，十の位の数が等しい。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑤

健太さんは，連続する３つの奇数の和がどんな数になるかを考えています。

７，９，11 のとき　７＋９＋11＝27
13，15，17 のとき　13＋15＋17＝45
31，33，35 のとき　31＋33＋35＝99

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。【H22】

(1)　健太さんは，これらの結果から，**連続する３つの奇数の和は，９の倍数になる**と予想しました。
　しかし，よく調べてみると，**この予想は正しくない**ことが分かります。このことは，次のように説明できます。

説明

連続する３つの奇数が $\boxed{①}$，$\boxed{②}$，$\boxed{③}$ のとき，それらの和は，$\boxed{④}$ で，９の倍数ではない。
したがって，連続する３つの奇数の和は，９の倍数であるとは限らない。

上の**説明**の $\boxed{①}$ から $\boxed{④}$ までに当てはまる**自然数**をそれぞれ書きなさい。

(2)　健太さんは，いろいろな連続する３つの奇数の和を調べた結果，次のように予想し直しました。

健太さんの予想

連続する３つの奇数の和は，３の倍数になる。

この**健太さんの予想**は正しいといえます。予想が正しいことの説明を完成しなさい。

説明

nを自然数とすると，連続する３つの奇数は，$2n-1$，$2n+1$，$2n+3$ と表される。したがって，それらの和は，

$(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)$

＝

(3)　**連続する４つの奇数**の場合，その和がどんな数になるかを調べます。

１，３，５，７ のとき	$1+3+5+7=16$
３，５，７，９ のとき	$3+5+7+9=24$
５，７，９，11 のとき	$5+7+9+11=32$
⋮	⋮

連続する４つの奇数の和は，どんな数になりますか。**健太さんの予想**の書き方のように**「――は，……になる。」**という形で書きなさい。

【解答】

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑥　B問題

健一さんは，連続する３つの自然数について，それらの和がどんな数になるかを調べています。

１，　２，　３　のとき　　１＋２＋３＝　６＝２×３
４，　５，　６　のとき　　４＋５＋６＝15＝５×３
６，　７，　８　のとき　　６＋７＋８＝21＝７×３

健一さんは，これらの結果から次のことを予想しました。

健一さんの予想

連続する３つの自然数の和は，中央の自然数の３倍になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。【H23】

(1)　連続する３つの自然数が11，12，13のとき，**健一さんの予想**が成り立つかどうかを確かめるためには，下の [　　　] にどのような式を書けばよいですか。下の [　　　] に当てはまる式を書きなさい。

11，12，13　のとき　　11＋12＋13＝36＝ [　　　]

【解答】

(2)　**健一さんの予想**が正しいことは，次のように説明できます。

説明

連続する３つの自然数のうち，最も小さい自然数を n とすると，
連続する３つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$ と表される。
それらの和は，

$$
\begin{aligned}
n+(n+1)+(n+2) &= n+n+1+n+2 \\
&= 3n+3 \\
&= 3(n+1)
\end{aligned}
$$

$n+1$ は中央の自然数だから，$3(n+1)$ は中央の自然数の３倍である。
したがって，連続する３つの自然数の和は，中央の自然数の３倍である。

前ページの**説明**では，　３ n ＋３　を３（ n ＋１）と変形しています。
このように変形するのは，次のことを示すためです。
[　①　]，[　②　] に当てはまる文字式や数を書きなさい。

連続する３つの自然数 n，n ＋１，n ＋２の和が，
中央の自然数 [　①　] の [　②　] 倍であること。

【解答：①】　【解答：②】

(3)　前ページの**説明**から，連続する５つの自然数について，次のことが**予想**されます。

予想

連続する５つの自然数の和は，中央の自然数の５倍になる。

この**予想**は正しいといえます。前ページの**説明**を参考にして，この**予想**が正しいことの説明を完成しなさい。（下の [　] の中にそのまま書き込みなさい。）

説明

連続する５つの自然数のうち，最も小さい自然数を n とすると，
連続する５つの自然数は，n，n ＋１，n ＋２，n ＋３，n ＋４と表される。
それらの和は，

n ＋（ n ＋１）＋（ n ＋２）＋（ n ＋３）＋（ n ＋４）

＝ n ＋ n ＋１＋ n ＋２＋ n ＋３＋ n ＋４

＝

したがって，連続する５つの自然数の和は，中央の自然数の５倍である。

中学校数学
第２学年
１　式の計算
［解答例］

中学校

年　組　号氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題[解答]　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査①

(1)　**エ**　連続する３つの自然数の和は中央の数の３倍である。

(2)　【説明】

連続する５つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，
連続する５つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$と
表される。
連続する５つの自然数の和は，

$$n+(n+1)+(n+2)+(n+3)+(n+4)$$
$$=n+n+1+n+2+n+3+n+4$$
$$=n+n+n+n+n+1+2+3+4$$
$$=5n+10$$
$$=5(n+2)$$

$n+2$は自然数だから，$5(n+2)$は５の倍数である。

■数学的な思考力・判断力・表現力を育む問題[解答]　年　組　号　氏名

■全国学力・学習状況調査②

(1)　Ｒチームは２勝０敗２引き分けだから

Ｒチーム：２×３＋２×１＝８

(2)　勝った試合を３点，負けた試合を０点，引き分けた試合を１点とすると

Ｐチームは，３×２＝６
Ｑチームは，３×３＝９
Ｒチームは，３×２＋１×２＝８
Ｓチームは，１×１＝２
Ｔチームは，３×１＋１×１＝４　　　答え　**イ**　Ｑチーム

(3)　勝った試合を２点，引き分けた試合を１点とすると
式は$2a+b$となる。

【説明】
合計得点を求める式を$2a+b$とするとき，

Ｐチームは，２×２＝４
Ｑチームは，３×２＝６
Ｒチームは，２×２＋２×１＝６
Ｓチームは，１×１＝１
Ｔチームは，１×２＋１×１＝３

したがって，合計得点を求める式を$2a+b$とすると
Ｑチームとｒチームが同点で１位になる。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題[解答]　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査③

(1)　82＋28＝110

(2)

【説明】

２けたの自然数の十の位の数を x，一の位の数を y とすると，
２けたの自然数 $10x+y$ は，
十の位の数と一の位の数を入れかえた数 $10y+x$ は，
と表される。したがって，それらの和は，

$$
\begin{aligned}
(10x+y)+(10y+x) &= 10x+y+10y+x \\
&= 11x+11y \\
&= 11(x+y)
\end{aligned}
$$

よって，11×自然数 になるので，11の倍数になる。

(3)　２けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は，
９の倍数になる。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題[解答]　年　組　号　氏名

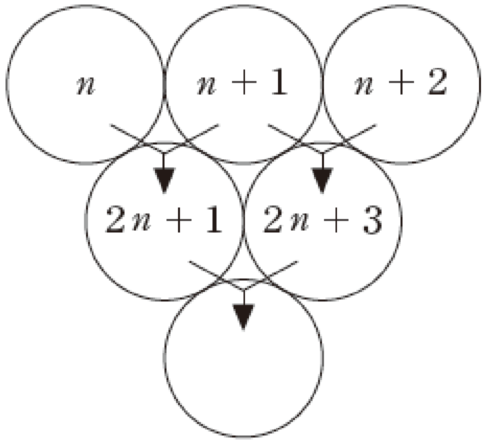
■全国学力･学習状況調査④

(1)　21＋22＝43,22＋23＝45
　よって，43＋45＝88

(2)

【説明】

連続する３つの自然数のうち，
最も小さい数を n とすると，
３つの自然数は，n，$n+1$，$n+2$
と表される。
このとき２段目の数は，それぞれ
　$n+(n+1)=2n+1$
　$(n+1)+(n+2)=2n+3$
であるから，３段目の数は，



$(2n+1)+(2n+3)=2n+1+2n+3$
$=4n+4$
$=4(n+1)$

よって，４×自然数なので，４の倍数になる。

(3)　２ n が偶数を表すので，２ n ＋1と２ n ＋3はともに奇数を表す。かつ，これらは連続する奇数になっているので，答えはイである。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題[解答]　　年　組　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑤

(1)　①　５
　　 ②　７
　　 ③　９
　　 ④　21

【別解】
３，５，７のとき，15
９，11，13のとき，33　などいろいろある。

【ポイント】
　連続する３つの奇数を $2n-1$，$2n+1$，$2n+3$ とすると，その和は，$6n+3$ になるよ。
９×（自然数）ではないので，９の倍数にならないよ。
　ただし，連続する３つの奇数の真ん中の数が３の倍数になっているときは違うよ。
　真ん中の奇数を $3n$ とすると，連続する３つの奇数は，$3n-2$，$3n$，$3n+2$ となり，その和は，$9n$ になる。
だから，このときは，９の倍数になると言えるね。

(2)　解答例①
$(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)$
$=2n-1+2n+1+2n+3$
$=6n+3$
$=3(2n+1)$
$2n+1$ は自然数だから，
$3(2n+1)$ は，３の倍数である。
したがって，連続する３つの奇数の和は，
３の倍数である。

【ポイント】
$6n+3$
$=3\times 2n+3\times 1$
$=3(2n+1)$
分配法則の考えを利用して
式を変形できることが，
ポイントになるね。

解答例②
$(2n-1)+(2n+1)+(2n+3)$
$=2n-1+2n+1+2n+3$
$=6n+3$
$6n$，３は３の倍数で，３の倍数の和は３の倍数だから，
$6n+3$ は３の倍数である。
したがって，連続する３つの奇数の和は，３の倍数である。

(3)　解答例①　連続する４つの奇数の和は，８の倍数になる。
　　　　　 ②　連続する４つの奇数の和は，４の倍数になる。
　　　　　 ③　連続する４つの奇数の和は，２の倍数になる。

【ポイント】
解答は，３つの場合が考えられるね。
連続する４つの奇数は $2n-1$，$2n+1$，$2n+3$，$2n+5$
と表すことができる。その和は，$8n+8$ になる。
$8n+8=8(n+1)$，$8n+8=4(2n+2)$，$8n+8=2(4n+4)$
だから，８の倍数，４の倍数，２の倍数の３つの場合が考えられるね。

■数学的な思考力･判断力･表現力を育む問題[解答]　　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査⑥　B問題

(1)　12×３

【ポイント】
連続する３つの自然数が11，12，13のとき，その和は36になるね。36は12と３の積で表すことができ，12はこの連続する３つの自然数の中央の自然数になっていることが分かるね。
だから，健一さんの予想にあてはめると，11＋12＋13＝36＝12×３と表すことができるので，答えは12×３になるよ。

(2)　①：$n+1$
②：３

【ポイント】
「連続する３つの自然数の和は，中央の自然数の３倍になる。」を説明するために，連続する３つの自然数 n，$n+1$，$n+2$ の和３n＋３を，３×(中央の自然数)に式を変形しないといけないね。
したがって，①は中央の自然数であることを示すために $n+1$ が当てはまり，②は３倍であることを示すために３が当てはまるね。

(3)　例：　５($n+2$)
$n+2$ は中央の自然数だから，５($n+2$)は中央の自然数の５倍になる。

【ポイント】
「連続する５つの自然数の和は，中央の自然数の５倍になる。」を説明するためには，連続する５つの自然数 n，$n+1$，$n+2$，$n+3$，$n+4$ の和５n＋10を，５($n+2$)に式を変形しないといけないね。