

中学校数学科
2 年生
1 式の計算
[問題]

中学校

年 組 号氏名

■ 数学的な思考力・判断力・表現力をはぐくむ問題 年 組 号氏名

■ 全国学力・学習状況調査 B問題

1 太郎さんは、連続する3つの自然数の和がどんな数になるかを調べています。【H19】

$$1, 2, 3 \text{ のとき, } 1 + 2 + 3 = 6$$

$$2, 3, 4 \text{ のとき, } 2 + 3 + 4 = 9$$

$$3, 4, 5 \text{ のとき, } 3 + 4 + 5 = 12$$

これらの結果から、連続する3つの自然数の和は3の倍数になることを予想し、この予想が正しいことを下のように説明しました。

【太郎さんの説明】

連続する3つの自然数のうち、最も小さい数を n とすると
連続する3つの自然数は、 $n, n + 1, n + 2$ と表される。
連続する3つの自然数の和は、
$$n + (n + 1) + (n + 2) = n + n + 1 + n + 2$$
$$= 3n + 3$$
$$= 3(n + 1)$$
 $n + 1$ は自然数だから、 $3(n + 1)$ は3の倍数である。

次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1) 太郎さんの説明の最後の式 $3(n + 1)$ から、

連続する3つの自然数の和は3の倍数である

ことのほかに分かることがあります。下のアからオの中から1つ選びなさい。

ア 連続する3つの自然数の和は奇数である。

イ 連続する3つの自然数の和は偶数である。

ウ 連続する3つの自然数の和は最も小さい数の3倍である。

エ 連続する3つの自然数の和は中央の数の3倍である。

オ 連続する3つの自然数の和は最も大きい数の3倍である。

(2) 【太郎さんの説明】から，

連続する 5 つの自然数の和は 5 の倍数になる

ことが予想されます。太郎さんの説明を参考にして，このことが正しいことの説明を完成しなさい。

【説明】

連続する 5 つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，
連続する 5 つの自然数は， n ， $n + 1$ ， $n + 2$ ， $n + 3$ ， $n + 4$ と表される。

連続する 5 つの自然数の和は，

$$\begin{aligned} & n + (n + 1) + (n + 2) + (n + 3) + (n + 4) \\ & = n + n + 1 + n + 2 + n + 3 + n + 4 \end{aligned}$$

■ 数学的な思考力・判断力・表現力をはぐくむ問題 年 組 号氏名

■ 全国学力・学習状況調査 B問題

- 2 あるサッカー大会では，5 チームが他のすべてのチームと 1 回ずつ試合をし，下の表のよう
な結果になりました。【H19】

	勝った試合数	負けた試合数	引き分けた試合数
P チーム	2	2	0
Q チーム	3	1	0
R チーム	2	0	2
S チーム	0	3	1
T チーム	1	2	1

この大会では，次のようにして順位が決められました。

【順位の決め方】

1 試合ごとに勝ったチームには 3 点，負けたチームには 0 点，引き分けると両チーム 1 点ずつ与え，合計点数の多いチームを上位として順位を決める。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1) 前ページの順位の決め方にしたがうと，Rチームの合計点数は何点になりますか。

(2) この大会で1位になったのはどのチームですか。下のアからオの中から1つ選びなさい。

- ア Pチーム
- イ Qチーム
- ウ Rチーム
- エ Sチーム
- オ Tチーム

(3) この大会の順位は，前ページの順位の決め方から，**勝った試合数を a ，引き分けた試合数を b とするとき， $3a + b$ の値で決まります。**

麻衣さんは，この大会の順位の決め方について，次のように言っています。

負けたチームは0点とすることを変えずに，勝った場合や引き分けた場合に与える点数を変えると，順位が変わると考えて，新しい式をつくりました
その式で合計得点を計算すると，QチームとRチームの合計得点が同じで
両チームが1位になりました。

QチームとRチームの合計点数が同じで，両チームが1位になるような式を a ， b を使って表しなさい。また，その式で，QチームとRチームが同点で1位になることを説明しなさい。

■ 数学的な思考力・判断力・表現力をはぐくむ問題 年 組 号氏名

■ 全国学力・学習状況調査 B 問題

- 3 直樹さんは、2 けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和がどんな数になるかを考えています。【H20】

21 のとき	$21 + 12 = 33$
35 のとき	$35 + 53 = 88$
47 のとき	$47 + 74 = 121$
82 のとき	

$33 = 11 \times 3$
 $88 = 11 \times 8$
 $121 = 11 \times 11$
いつでも 11 の倍数になるのかな。



上で調べたことから、直樹さんは、次のことを予想しました。

【直樹さんの予想】

2 けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は、11 の倍数になる。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 上の に当てはまる式を書きなさい。

- (2) 直樹さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。

11の倍数であることを説明するには、
11と自然数の積になることをいえばいいんだ。



【説明】

2けたの自然数の十の位の数を x ，一の位の数を y とすると，
2けたの自然数は， $10x + y$
十の位の数と一の位の数を入れかえた数は， $10y + x$
と表される。したがって，それらの和は，

$$(10x + y) + (10y + x)$$

- (3) 直樹さんは，2けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は，どんな数になるかを考えてみたいと思い，いくつかの場合を調べました。

$$41 \text{ のとき } 41 - 14 = 27$$

$$53 \text{ のとき } 53 - 35 = 18$$

$$82 \text{ のとき } 82 - 28 = 54$$

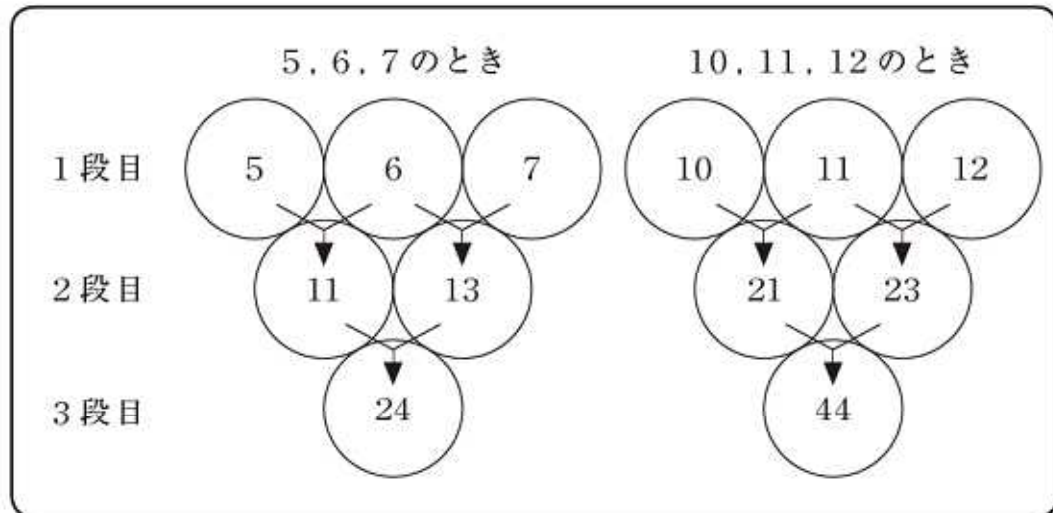
⋮ ⋮

これらのことから，2けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差について，どのようなことが予想できますか。前ページの直樹さんの予想のように，「～は，……になる。」という形で答えなさい。ただし，55のように，十の位の数と一の位の数が等しい数は考えないことにします。

■ 数学的な思考力・判断力・表現力をはぐくむ問題 年 組 号氏名

■ 全国学力・学習状況調査 B問題

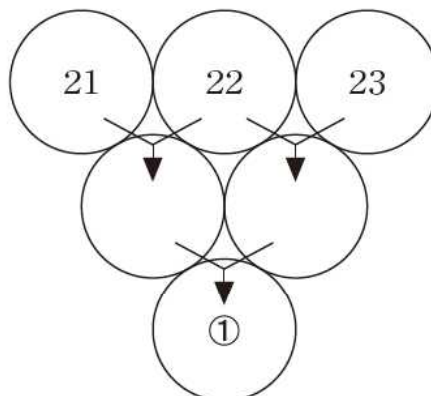
- 4 健治さんは、次の図のように、3 段に並んでいる○の 1 段目に連続する 3 つの自然数を順に入れました。そして、隣り合う 2 つの数の和を 2 段目の○に入れ、同じようにして 3 段目の数を求めました。【H21】



健治さんは、 $24 = 4 \times 6$ 、 $44 = 4 \times 11$ であることから、1 段目にどんな連続する 3 つの自然数を順に入れても、3 段目の数はいつも 4 の倍数になることを予想しました。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

- (1) 連続する 3 つの自然数を 21, 22, 23 とするとき、下の図の ① に当てはまる数を求めなさい。



- (2) 「1 段目にどんな連続する 3 つの自然数を順に入れても、3 段目の数はいつも 4 の倍数になる。」という健治さんの予想が正しいことの説明を完成しなさい。

【説明】

連続する 3 つの自然数のうち、
最も小さい数を n とすると、
3 つの自然数は、 n , $n+1$, $n+2$
と表される。

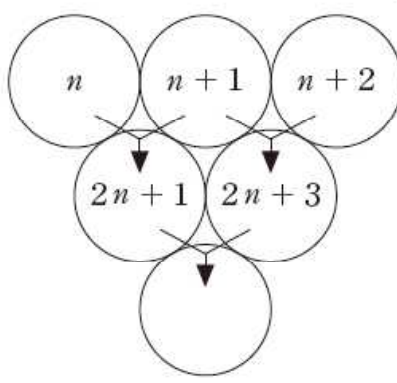
このとき 2 段目の数は、それぞれ

$$n + (n+1) = 2n+1$$

$$(n+1) + (n+2) = 2n+3$$

であるから、3 段目の数は、

$$(2n+1) + (2n+3) =$$



- (3) 上の説明で、2 段目の 2 つの数は、 $2n+1$, $2n+3$ と表されています。このことから、2 段目の 2 つの数について、いつもいえることがあります。下のアからオまでの中から正しいものを 1 つ選びなさい。

ア 2 段目の 2 つの数は、連続する偶数である。

イ 2 段目の 2 つの数は、連続する奇数である。

ウ 2 段目の 2 つの数は、奇数と偶数である。

エ 2 段目の 2 つの数は、一の位の数に 1 と 3 である。

オ 2 段目の 2 つの数は、十の位の数に等しい。

■ 数学的な思考力・判断力・表現力をはぐくむ問題 年 組 号氏名

■ 練習問題

1 太郎さんは、ある月のカレンダーを見ていて、数の間にある関係について調べています。

カレンダー

日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

1
8
15

のとき, $1 + 8 + 15 = 24$

10
17
24

のとき, $10 + 17 + 24 = 51$

13
20
27

のとき, $13 + 20 + 27 = 60$

これらの結果から、カレンダーの上から3つの自然数の和は、3の倍数になることを予想し、この予想が正しいことを、次のように説明しました。

【太郎さんの説明】

3つの自然数のうち、最も小さい数を n とすると、

3つの自然数は、 n 、 $n + 7$ 、 $n + 14$ と表される。

3つの自然数の和は、

$$n + (n + 7) + (n + 14) = n + n + 7 + n + 14$$

$$= 3n + 21$$

$$= 3(n + 7)$$

$n + 7$ は自然数だから、 $3(n + 7)$ は3の倍数である。

次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

- (1) 太郎さんの説明の最後の式 $3(n + 7)$ から，

3つの自然数の和は3の倍数である

ことのほかに分かることがあります。下のアからオの中から1つ選びなさい。

ア 3つの自然数の和は奇数である。

イ 3つの自然数の和は偶数である。

ウ 3つの自然数の和は最も小さい数の3倍である。

エ 3つの自然数の和は中央の数の3倍である。

オ 3つの自然数の和は最も大きい数の3倍である。

- (2) 太郎さんの説明から，

カレンダーの上から5つの自然数の和は5の倍数になる

ことが予想されます。太郎さんの説明を参考にして，このことが正しいことの説明を完成しなさい。

【説明】

5つの自然数のうち，最も小さい数を n とすると，
5つの自然数は， n ， $n + 7$ ， $n + 14$ ， $n + 21$ ， $n + 28$
と表される。

5つの自然数の和は，

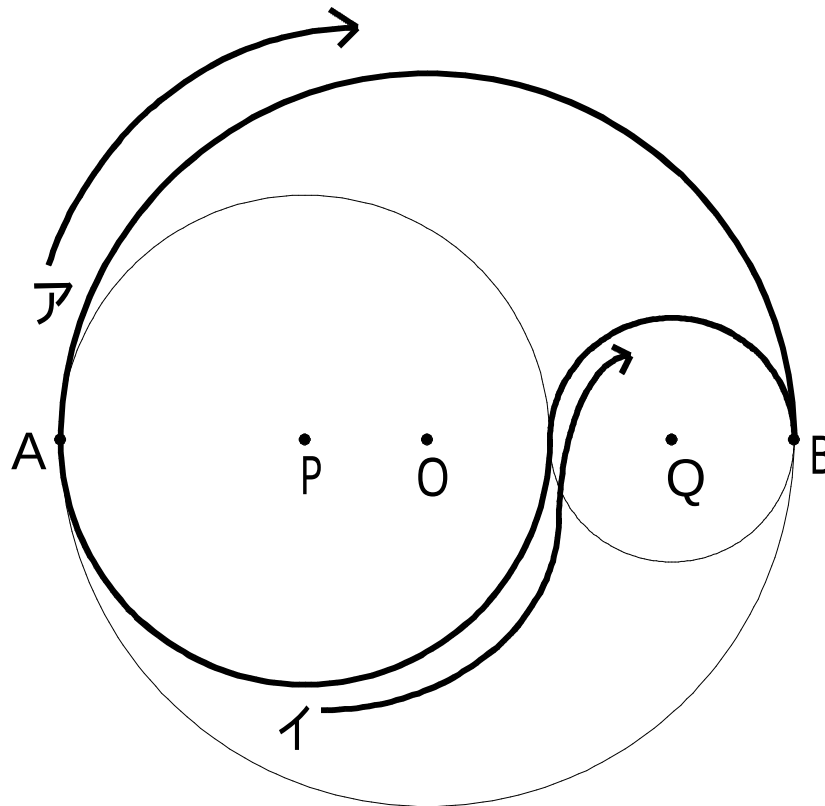
$$\begin{aligned} & n + (n + 7) + (n + 14) + (n + 21) + (n + 28) \\ &= n + n + 7 + n + 14 + n + 21 + n + 28 \end{aligned}$$

■ 数学的な思考力・判断力・表現力をはぐくむ問題 年 組 号氏名

■ 練習問題

2 けいたさんとかりんさんは、円 O 、円 P 、円 Q の円周からできる道路を使って、 A 地点から B 地点まで、買い物に行く道のりについて会話をしています。

円 P の半径を a m、円 Q の半径を b m として、あとの問いに答えなさい。



【けいたとかりんの会話】

けいた



かりん



イから行った方が断然近いよ。

アから行っても、イから行っても同じよ。

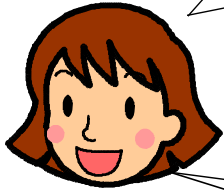
(1) けいたくんが考えるイの道のりを求めなさい。

(2) かりんさんは、どちらから行っても、距離は等しいといっています。そのわけを説明しなさい

■ 数学的な思考力・判断力・表現力をはぐくむ問題 年 組 号氏名

■ 練習問題

- 3 花子さんが、2 けたの自然数とその数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差について、次のような発見をしました。



私は、発見したわ。一の位の数で 0 でない 2 けたの自然数に関することよ。
実は、この自然数と一の位の数と十の位の数を入れかえた自然数の差は、9 の倍数になるのよ。
このことを、文字を使って説明するわ。

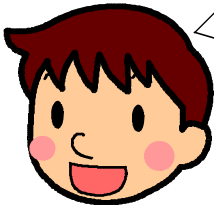
まず、最初の自然数の十の位を a 、一の位を b とすると、
 $10a + b$ となるわ。そうすると、一の位の数と十の位の数を入れかえた数は、 $10b + a$ とおけるから、2 つの数の差をとると、

$$(10a + b) - (10b + a) = 10a + b - 10b - a$$

$$= 9a - 9b$$

$$= 9(a - b)$$
 9 × 整数となるのでこれは 9 の倍数になるのよ。

これを聞いていた太郎君も、新しい発見をしました。



花子さんのを聞いて、ぼくも考えてみたよ。3 けたの自然数で発見したよ。それは、一の位の数で 0 でない 3 けたの自然数と、一の位の数と百の位の数を入れかえた自然数と差は、必ず 99 の倍数になるんだ。例えば、最初の自然数が 952 とすると、

$$952 - 259 = 693$$

$$= 99 \times 7$$
 となって、99 の倍数ということがいえるんだ。

花子さんの方法を利用して、太郎君の発見が正しいことを、文字式や言葉を使って説明しなさい。ただし、はじめの 3 けたの自然数は、百の位を a 、十の位を b 、一の位を c として考えなさい。

■ 数学的な思考力・判断力・表現力をはぐくむ問題 年 組 号氏名

■ 練習問題

4 次は、花子さんと太郎君が割り算について会話をしています。あとの問に答えなさい。

【花子さんと太郎さんの会話】

花子さん：わり算で、わられる数とわる数、商とあまりの関係はどうなってたかなあ。

太郎君：一般に次のような関係があるんだよ。

$$(\text{わられる数}) = (\text{わる数}) \times (\text{商}) + (\text{あまり}) \cdots ()$$

花子さん：えーと、難しいなあ。具体的に数字で考えてみるわ。例えば、13を5, 6, 7でわってみると、次のような式になるよね。

$$13 \div 5 = 2 \quad \text{あまり} 3 \quad \cdots$$

$$13 \div 6 = 2 \quad \text{あまり} 1 \quad \cdots$$

$$13 \div 7 = 1 \quad \text{あまり} 6 \quad \cdots$$

だから、() のようにあらわすと、

$$\text{より, } 13 = 5 \times 2 + 3$$

$$\text{より, } 13 = 6 \times 2 + 1$$

$$\text{より, } \boxed{\text{ア}}$$

なるほど。() の意味がよく分かったわ。

太郎君：その通りです。では次のような問題を考えてみよう。今、自然数 A, B がある。

A は 5 でわると商が m であまりが 1, B は 5 でわると商が n であまりが 4 になるとき、 $A + B$ が 5 の倍数になることを説明してみよう。

花子さん：難しそうだけど、やってみるわ。() の式を使えばいいから・・・

(1) $\boxed{\text{ア}}$ にあてはまる式を答えなさい。

(2) 花子さんの説明の続きを、完成させなさい。