

中学校数学科

2年生

5 図形の性質と証明

[指導に当たって(教師用)]

 数学的な思考力・判断力・表現力をはぐくむ問題

 全国・学力状況調査 B 問題

【指導に当たって】

学年	2 年
単元	2 - 5 図形の性質と証明
問題 のねらい	1 図形についての証明を読み，次のことができるかどうかを見る。 ・証明を振り返って評価すること ・評価に基づいて証明を改善すること
	2 証明の方針を読み，次のことができるかどうかを見る。 ・筋道を立てて考えること ・方針に基づいて証明すること ・証明を振り返って考えること
	3 証明の方針を読み，次のことができるかどうかを見る。 ・方針に基づいて証明すること ・証明を振り返って考えること ・別の証明の方針を立てること

1 証明の評価・改善（垂直二等分線の性質の証明）

- (1) 命題の結論は，証明で根拠として用いることができないことを理解できるよう指導することが大切である。

そのためには，日常生活での経験や数学の簡単な命題で根拠を問う例を取り上げることが考えられる。

例えば，「雨が降ったから運動会は中止になった。」において，「運動会が中止になった」根拠は「雨が降ったから」であり，「運動会が中止になったから」ではない。また，「二等辺三角形の底角は等しい。」において，「底角が等しい」根拠は「二等辺三角形だから」であり，「底角が等しいから」ではない。このような事例と照らし合わせながら，結論を根拠として用いられないことを理解できるようにすることが考えられる。

また，証明における仮定と結論を理解し，それらを区別できるようにすることも大切である。

例えば，問題の条件から生徒自身が図をかくことを通して，分かっている事柄と，分かっていない事柄を理解することが考えられる。その際，それらを図の中で印や色を変えて区別することも有効である。

- (2) 証明の学習において，不十分な証明や誤った証明を基に，その証明の不十分なところや誤りを指摘し，よりよい記述や正しい表現の仕方について考え，証明を改める活動を取り入れるよう指導することが大切である。

本問題のように結論を根拠として用いている誤った証明を取り上げ，話し合いを通して生徒がよりよい証明に改める場を設けることが考えられる。

三角形の合同条件と命題の仮定を対比し、見通しをもって証明を構想できるようにすることも大切である。そうすることで、誤りを防ぐことができると考えられる。

例えば、合同であることを示したい2つの三角形を見だし、どの合同条件が使えるそうか、そのためには、どの辺やどの角の相等を示せばよいのかについて明らかにすることで、見通しをもつことができると考えられる。

2 方針に基づく証明（重なりのある2つの三角形）

(1) 証明の方針を立てることができるよう指導することが大切である。

証明の学習においては、はじめに、証明を構想することが大切である。証明を構想する段階では、結論を導くために何が必要であるかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見いだしたりするなどして、証明の方針を立てることが必要である。

指導に当たっては、本問題の「拓也さんのメモ」のように、証明の方針を立てる活動を取り入れることが大切である。結論 $AD = BC$ を導くために、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ を示せばよいことを明らかにしたり、 $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ について分かっていることを図を用いて整理したり、合同を示すために必要な関係 $\angle AOD = \angle BOC$ を見いだしたりするなどして、方針を立てることが考えられる。

(2) 方針に基づいて証明を書けるよう指導することが大切である。

証明の学習では、立てられた方針を基に、証明を書くことが求められる。ここでは、正しいと認められる事柄を数学の記号で表したり、これらが成り立つ根拠を記述したりして、仮定から結論を導く推論の過程を的確に表現することが必要である。

指導に当たっては、立てられた方針に基づいて、生徒なりに筋道立てて説明する活動から始めることが大切である。その上で、次第に形式を整えて証明を書くことができるようにしていく必要がある。

例えば、設問(2)のように、メモで提示された方針に基づいて証明を書く活動や自分たちで書いた証明について互いに見直したり評価したりして、的確で分かりやすい書き方を工夫する活動を取り入れることが有効である。

(3) 証明を振り返り、新たな性質を見いだすことができるよう指導することが大切である。

証明や説明を読み、その結果や過程を振り返り、新たな性質を見いだすことが大切である。

例えば、次のように、三角形の合同を用いる証明をした後に、その過程を振り返ることで、図形についての新たな性質を見いだすことができる。

3 証明の方針(中点で交わる2つの線分)

(1) 証明の方針を立てることができるように指導することが大切である。

証明の学習においては、はじめに、証明を構想することが大切である。証明を構想する際には、結論を導くために何が必要であるかを明らかにしたり、与えられた条件を整理したり、着目すべき性質や関係を見いだしたりするなどして、証明の方針を立てる必要がある。そうすることで、見通しをもって証明をかくことができるようになる。

指導に当たっては、本問題に示した証明の方針1, 2のように、結論から仮定、仮定から結論の両方向から考えて、証明の方針を立てる活動を取り入れることが大切である。

例えば、本問題で、結論を導くために示せばよい事柄として、「錯角が等しい」、「同位角が等しい」、「平行四辺形の対辺である」などから、どれを選択するかを検討する活動を取り入れることが考えられる。また、仮定から $\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ や四角形 $ADBC$ について分かることを整理し、例えば、 $\triangle AMC$ と $\triangle BMD$ を示すために、必要となる条件を見いだす活動を取り入れることが考えられる。

(2) 方針に基づいて証明を書けるよう指導することが大切である。

証明の学習においては、方針を立て、それに基づいて証明を書くことが大切である。ここでは、方針に示された事柄を数学の記号で表したり、これらが成り立つ根拠を明らかにしたりしながら、仮定から結論を導く推論の過程を的確に証明として表現することが必要である。

また、このことによって、筋道立てて説明し伝え合う活動を充実させることもできる。指導に当たっては、証明に用いる事柄について立てた方針を参照しながら証明に用いるものを整理し、その事柄の根拠を明らかにして証明を書く活動を取り入れることが大切である。

例えば、設問(1)で、方針を参照しながら、証明として書く順序を検討したり、実際に書いた証明を方針と照らし合わせて、示すべきことが示されているかなどを確認したりする場を設定することが大切である。

また、「 $AM = BM, CM = DM, \triangle AMC \cong \triangle BMD$ 」だけでなく、それらの根拠として「仮定から」や「対頂角は等しいので」を示すことや、「 $\triangle AMC \cong \triangle BMD$ 」だけでなく、その根拠として「2辺とその間の角がそれぞれ等しいから」を示すことができるようにすることが大切である。

その際、次第に形式を整えて証明を書くことができるようにするために、自分たちで書いた証明について互いに見直したり評価したりして、的確で分かりやすい書き方を工夫する活動を取り入れることが有効である。

(3) 証明を振り返り、新たな性質を見いだすことができるよう指導することが大切である。

証明の学習においては、与えられた性質の証明をするだけでなく、その結果や過程を振り返り、新たな性質を見いだすことが大切である。そのためには、証明を書くことだけでなく、証明を読むことが必要である。そうすることで、数や図形の性質などを見いだし発展的に考える活動に意欲的に取り組むことにつながる。

指導に当たっては、証明の過程で現れた事実や得られた結論に着目し、新たな性質を見付けることができないかを考える機会を設けることが大切である。

例えば、次のように、三角形の合同を用いる証明をした後に、その過程を振り返り、図形についての新たな性質を見いだす場を設定することが考えられる。