

中学校数学科

2年生

1 式の計算

[指導に当たって(教師用)]

 数学的な思考力・判断力・表現力をはぐくむ問題

 全国・学力状況調査 B問題

学年	2年
単元	2 - 1 数の計算
ねらい	1 説明を振り返って考えることができる 発展的に考え、その結果を説明することができる
	2 与えられた情報を的確に処理することができる 問題解決のための構想を立てたり、その構想を振り返って改善したりすることができる 事柄が成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明することができる
	3 事柄が成り立つ理由を、方針にもとづいて説明することができる 発展的に考え、予想した事柄を説明することができる
	4 事柄が成り立つ理由を説明することができる 説明を振り返って考えることができる

1

- (1) ある命題が成り立つことを文字式を用いて説明する場面では、その説明を振り返って文字式から新たな性質をよみとることができるようにすることも大切である。

その際には、式だけでなく、どの数を文字でどのように表したかを確認した上で、文字式の意味をよみとることができるようにする。本問題では、「最も小さい数を n とする」ことを確認することで、 $3(n+1)$ が「真ん中の数 $n+1$ の3倍である」ことを的確によみとらせることが考えられる。

文字式に具体的な数を代入し、式の値を手がかりとして文字式の意味を帰納的に考えられるようにすることが大切である。本問題では、 n に自然数を代入し、 $3(n+1)$ の値を調べることで、「いつも偶数や奇数になる」ことが誤りであることに気付いたり、 $n+1$ が連続する3つの自然数の中央の数であることを帰納的に見付けたりすることが考えられる。

- (2) 事柄が成り立つことを説明するためには、結論となる事柄を明確にし、そのことが正しいことを説明するためには何がいえればよいかを逆向きに考えるなどして、見通しをもって説明を構想し、評価・改善できるようにすることが大切である。

例えば、「まず、5, 10, 15, 20など具体的な数によって、5の倍数が『 $5 \times$ 』や『 $\times 5$ 』の形で表されることを明確にする。そして、5の倍数であることを説明するためには、文字式を『 $5 \times$ 』や『 $\times 5$ 』の形に変形し、の部分が自然数であることを示せばよい。」というように見通しをもてるようにすることが考えられる。

問題の条件などを変えて発展的に考える際に、説明する結論や根拠の要素のうち、もとの説明と変わる点を、文脈に即して的確に解釈できるようにすることが大切である。本問題では、連続する「3つの自然数」を「5つの自

然数」に変えると， $3(n+1)$ の3が5に， $n+1$ が $n+2$ に変わり，和が $5(n+2)$ になることをとらえることによって，根拠として「 $n+2$ が自然数である」ことが必要であることに気付くことができる。

2

- (1) 日常的な事象において目的に応じて情報をよみとり，数学的に処理する活動を取り入れることが大切である。

例えば，本問題でRチームの合計点数を求めるように，順位の決め方にしたがって，与えられた表から必要な情報をよみとり，適切に処理する機会を設けることが考えられる。

- (2) 情報を処理する際には，確実に能率のあがるものが求められる。確実な方法であっても，時間や手間のかかるものであった場合には，より能率のあがる方法を工夫することが大切である。

問題では，各チームの点数を比べてQチームが1位としてもよいが，勝ち負け表で勝った試合数とそれに対応する点数(3点)に着目し，P，Q，Rチームのいずれかに絞り込み，さらに負けた試合や引き分けた試合に着目すると，Qチームが1位であると判断できる。

- (3) 問題の条件に基づいて試行を繰り返し，条件に合うものを考案する活動を取り入れることが大切である。

本問題では，問題に対して何をどのようにすればよいかわからない生徒に対しては，まずは教師が実際に式をつくらせて試行してみせ，それに倣って生徒自身が式をつくり，見通しをもって試行を繰り返すことが考えられる。例えば，仮に得点を求める式を「 $3a+2b$ 」に変えた場合，QチームとRチームの得点を求め，同点にならないことを示し，その上で，どのように式を変えれば同点で1位になるかについて，生徒自身が見通しをもって試行を繰り返すようにする活動が考えられる。

問題の解決では答えを求めることとともに，なぜその答えでよいのかを明らかにしていくことが大切である。その際，与えられた情報を表や図に整理すると，解決に必要なアイデアをとらえやすくなり，理由を説明する活動を充実させることができる。

本問題では，試行を繰り返して得点の式を見いだすだけでなく，勝敗表をつくると，Q，Rチームの勝敗がQ(， ， ， ×)，R(， ， ，) になることから， と 2つが等しくなるように得点の式を決めればよいと気付くようにすることが考えられる。

3

- (1) 与えられた問題場面について具体的な数を用いるなどして，考察の対象を明確にとらえ，表現できるようにすることが大切である。

本問題を使って授業を行う場合には，予想「2けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の和は，11の倍数になる。」が成り立

つかを，例えば，具体的な数42で確かめるとともに，それを「 $42 + 24 = 66$ 」と表現する活動を取り入れることが考えられる。

- (2) 事柄が成り立つことを説明するために，結論とその根拠を，文字式や言葉を用いて記述できるようにすることが大切である。

本問題を使って授業を行う場合には，例えば， $11(x + y)$ で終わっている説明を取り上げ，結論「 $11(x + y)$ は11の倍数である。」と，その根拠「 $x + y$ が自然数である。」が必要であることを明らかにして，よりよい説明に手直しする活動を取り入れることが考えられる。

- (3) 数や図形に関する性質を考察する場面において，成り立つ性質を予想できるようにすることが大切である。

例えば，数の性質を下のような例を調べることを通して帰納的に見いだす場面や，和の場合をもとに差の場合の性質を類推する場面などにおいて，生徒が自由に予想し，その予想を表現する活動を取り入れることが考えられる。

$41 - 14 = 27 = 9 \times 3$ $53 - 35 = 18 = 9 \times 2$ $82 - 28 = 54 = 9 \times 6$

数や図形に関する性質を予想し，「～は，……になる（である）。」という形で主語（説明する前提や根拠）と述語（説明される結論）を明確にして表現できるようにすることが大切である。

本問題を使って授業を行う場合には，「9の倍数になる。」や「数の差は9の倍数になる。」など，主語が明確に表現できていない予想を取り上げ，この表現では相手に予想した内容を正確に伝えられないことから，条件を明確にして主語と述語を表現することの大切さを実感できる活動を取り入れることが考えられる。

証明や説明を振り返ったり，条件を変えたりすることで，考察の対象に関する新しい性質を予想できるようにすることが大切である。

本問題を使って授業を行う場合には，問題の条件を和から差に変えたり，2けたの自然数を3けたに変えたりするなど，発展的に考えるための視点を示した上で，生徒自らがその視点をを用いて新たな性質を予想する活動を取り入れることが考えられる。

今までに学んだ事柄に関連付けながら，いくつかの数に共通する規則を見いだすことができるようにすることが大切である。

例えば， $41 - 14$ や $53 - 35$ を計算して得られる27や18などの2けたの数が，かけ算九九表で見たときには「9の段」に表れることを見だし，「2けたの自然数と，その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数の差は，9の倍数になる。」と予想していく活動を取り入れることが考えられる。

- (1) 予想した事柄を別の場合で確かめることを大切にする。

数や図形について成り立ちそうな事柄を帰納的に見いだす活動においては、予想した事柄について、別の場合でも成り立つかどうかを確かめることが大切である。そうすることで、予想の誤りに気づき予想を見直したり、より確かな予想であることを確認して説明や証明の必要性を実感したりできるようになる。指導に当たっては、本問題で示されている2つの場合から、「3段目の数の一の位の数に4になる。」や「3段目の数は1段目の中央の数の4倍になる。」という予想をした場面において、別の数を1段目に入れてもその予想が成り立つかどうかを確かめる活動を取り入れることが考えられる。例えば、1段目に1, 2, 3を入れた場合、3段目の数は8となって、前者の予想は成り立たないが、後者の予想は成り立つことを確かめる機会を設定することが考えられる。

- (2) 文字式を活用して、事柄が成り立つ理由を説明できるようにする。

整数の性質などがいつも成り立つことを説明する際には、文字式を活用し、根拠を明らかにして、それにもとづいて結論を導くことが大切である。また、このことによって、筋道立てて説明し伝え合う活動を充実させることにもなる。指導に当たっては、根拠を明らかにし、それにもとづいて結論を導く過程を重視する必要がある。例えば、設問(2)で、計算結果 $4(n+1)$ をもとに、「 $4(n+1)$ は4の倍数である。」ということを示すために、4の倍数が $4 \times$ (自然数)の形で表されることから、根拠として「 $n+1$ が自然数だから」を示す必要があることを確認する場面を設定することが考えられる。また、この説明は「3段目の数はいつも4の倍数になる。」という予想が正しいことを示すものなので、結論を「 $4(n+1)$ は4の倍数である。」と表現するだけでなく、「したがって、3段目の数は4の倍数である。」まで表現できるようにすることが大切である。

- (3) 説明を振り返って新たな性質を見いだすことができるようにする。

文字式を用いて説明する学習では、ある事柄を文字式を用いて説明するだけでなく、文字式による説明を振り返り、そこから新たな性質を見いだすことが大切である。そうすることで、数や図形の性質などを見いだし、発展的に考える活動に意欲的に取り組むことにつながる。指導に当たっては、例えば、設問(2)において、3段目の数として計算された $4(n+1)$ に着目して、 $n+1$ は連続する3つの自然数の中央の数を表していることから、「3段目の数は1段目の中央の数の4倍である。」という性質を見いだす機会を設定することが考えられる。また、設問(3)のように、2段目の数の $2n+1$ と $2n+3$ は連続する奇数であることと、3段目の数は4の倍数であることとをあわせて、「連続する2つの奇数の和は、4の倍数である。」という性質を見いだす機会を設定することもできる。さらに、本問題において、連続する数を入れるの段数を「3」から「4」、「5」に変えたり、「連続する自然数」を「連続する偶数」や「連続する奇数」に変えたりして、発展的に考え、新たな性質を見いだす機会を設定することもできる。