

中学校数学科

2年生

3 一次関数

[指導に当たって(教師用)]

 数学的な思考力, 判断力, 表現力をはぐくむ問題

 全国学力・学習状況調査 B問題

【指導に当たって】

学年	2年
単元	2 - 3 一次関数
問題 のねらい	[問題1] 2つの数量の変化を読み取り, 次のことができる。 ・日常的な事象を理想化したり, 単純化したりしてその特徴をとらえること ・事柄の特徴を的確にとらえて説明すること ・問題解決の方法を数学的に説明すること
	[問題2] 時間と距離の関係を表すグラフを見て, 次のことができる。 ・必要な情報を読み取り, 事象を数学的に解釈すること ・事柄が成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明すること
	[問題3] 与えられた情報を読み, 次のことができる。 ・与えられた情報を的確に処理すること ・事柄の特徴を的確にとらえること ・事象を数学的に解釈し, 事柄が成り立つ理由を数学的な表現を用いて説明すること
	[問題4] 与えられた情報を読み, 次のことができる。 ・与えられた情報を分類整理すること ・事象を理想化・単純化して, その特徴を的確にとらえること ・事象を数学的に解釈し, 問題解決の方法を数学的に説明すること
	[問題5] 表やグラフで与えられた情報を読み, 次のことができる。 ・必要な情報をを読み取り, 事象を数学的に解釈すること ・問題解決の方法を数学的に説明すること

【問題1】 事象の数学的な解釈と問題解決の方法 (水温の変化)

- (1) グラフの座標が日常的な事象に即して何を表しているのかを的確に読み取るよう指導することが大切である。

本問題では, 水を熱し始めてから10分後の水温を表している点は(10, 60)であることから, $y = 60$ がそのときの水温を表していることを読み取るようにすることが必要である。

- (2) 日常的な場面や他教科の学習の場面において, 数量の関係を理想化したり, 実際のデータを単純化したりして, 数学的な表現や処理をすることができるようにし, それらを用いて数量関係の特徴を明らかにし, 分かりやすく説明するよう指導することが大切である。

例えば, 線香の燃える長さや時間のような場面では, 燃え方を理想化したり, データを単純化したりすれば, 「グラフの点の並び方」や「変化の割合」に着

目して一次関数とみなすことができる。このように事象を数学化してとらえる学習場面を設けることが大切である。

一次関数と比例の特徴を区別して、ある事象を一次関数とみなせることを説明できるようにすることが大切である。

本問題で「比例」と答えた生徒は、「グラフが直線になる」、「変化の割合が一定になる」という比例と一次関数に共通する性質に基づいて判断していると思われるので、「比例のグラフは必ず原点を通る」という比例にしかない特徴を明らかにし、用語「比例」、「一次関数」を適切に用いる指導を重視することが考えられる。

- (3) 方法を説明する場合、何を用いるのか(「用いるもの」：例えば、表、式、グラフなど)、それをどう用いるのか(「その使い方」：例えば、 x と y の関係式にある値を代入して求めることなど)の両方を明確に示す必要があることを理解するよう指導することが大切である。

例えば、問題解決の方法を数学的な知識・技能などを用いて自分自身の言葉で書き、生徒同士で話し合っ、て、「用いるもの」と「その使い方」の両方について書かれているかを確認し、補足し合っ、てよりの確な説明にする活動を取り入れることが考えられる。

[問題2] 事象の数学的な解釈と判断(図書館への往復)

- (1) グラフで示されている座標や線分が何を表しているかを、事象に即して読み取る活動を重視するよう指導することが大切である。

本問題では、グラフ上の線分ABは、家を出て10分後から15分後まで家からの距離が600mで変わっていないことを表していることから、同じ場所にとどまっていることを読み取ることができるようにすることが必要である。

- (2) 目的に応じて日常的な事象を数学的にとらえ、グラフから必要な数量を的確に読み取ることができるよう指導することが大切である。

本問題では、図書館にいたのはグラフ上でどのようなになっているかを考え、それはグラフ上のどこに対応しているかを見付け、グラフの x 座標に着目して必要な時間を読み取ることが必要である。

グラフを読む活動を大切にしながら、事象をグラフにかく活動も行うことで双方の活動を関連付けることができると考えられる。このような活動を取り入れることによって、問題場面への理解を深め、グラフを事象に即してよめるようにすることが大切である。

- (3) 速さを比較する方法として、距離をそろえて時間を比較する、時間をそろえて距離を比較する、速さを計算して比較する、傾きを比較するという方法があることを理解し、場面や目的に応じて適切に用いることができるよう指導することが大切である。

説明するために必要な数量を見通しをもって、グラフから読み取ることができるようにすることが大切である。グラフから速さの違いを読み取り説明する

際には、どの数量を読み取ればよいのかを考えた上で、グラフを見る必要がある。

本問題では、「家から公園まで」と「公園から図書館まで」はグラフ上ではどの線分に当たるのか、また、速さを比較するために必要な時間と距離はグラフ上のどの数量に当たるのかを考えて、グラフを見る必要がある。

[問題3] 事象の数学的な解釈と判断（身長 の 推定）

- (1) 本問題の上腕骨の長さ と 身長との関係を表した式のように、事象における関係について言葉で表された式を目にすることがある。具体的な事象を考察する上では、与えられた式を一次関数の式とみることなど、その式の数学的な意味を考えるよう指導することが大切である。

指導に当たっては、言葉で表された式を、文字を使って数学的な表現に直したり、式に数を代入し、式の値を求めたりすることが考えられる。それらの活動を通して、式の中の変数と定数の違いや、変化の割合が一定であることなど、その式の数学的な意味を考えることができる。

- (2) 数学を用いて事象をとらえ直すことによって、事象についての新たな事実を見いだすことができるよう指導することが大切である。

指導に当たっては、一次関数の学習において、事象における関係を式やグラフに表す活動にとどまらず、変化の割合が一定であることなどの一次関数の特徴を基に、事象をとらえ直して考察したり、新たな事実を見いだしたりする活動を取り入れることが大切である。例えば、設問(3)のように、変化の割合が一定であることから、身長 の 差を、上腕骨の長さの差を基に考察する活動が考えられる。

- (3) 事柄が成り立つ理由を説明する場合には、事柄が成り立つ根拠と結論を両方示すよう指導する必要がある。例えば、本問題では、身長 の 差について成り立つ事柄の根拠として、一次関数であることを明確に述べるのが大切であり、これによって、その事柄がいつでも成り立つことを示すことができる。

指導に当たっては、本問題のように、実生活における事象を、一次関数が $y = ax + b$ の式で表されることや変化の割合が一定であることなどに関連付けて解釈し、事柄が成り立つことを説明する根拠として使えるようにすることが考えられる。

[問題4] 事象の理想化・単純化（富士山の気温）

- (1) 実生活の場面で場合の数 を 求めるときなどには、与えられた情報を分類整理し、条件を明らかにして判断するよう指導することが大切である。

指導に当たっては、例えば、設問(1)のように、実生活の場面を取り上げ、与えられた情報を樹形図などを用いて整理して、湖に行く順番を考えるかどうかなどの条件を明らかにし、解決の見通しをもって考える機会を設定することなどが考えられる。

- (2) 実生活の場面などで、問題を解決したり実際のデータの特徴を分析したりするときに、事象を理想化・単純化して数学の問題としてとらえるよう指導することが大切である。

指導に当たっては、授業で実際のデータを観察する場面を取り入れ、表やグラフに表す活動を通して、理想化・単純化する過程を経験できるようにすることが考えられる。また、例えば、設問(2)のように、「一定の割合で下がる」ということを「変化の割合が一定である」ととらえて、一次関数と判断することなど、言葉で表現された事柄の数学的な意味を考えられるようにすることも大切である。さらに、とらえた関係を式や記号を用いて表すことができるようにすることも大切である。

- (3) 実生活の場面における問題解決では、事象を理想化・単純化して数学の問題としてとらえ、数学の知識・技能、見方や考え方を活用できるよう指導することが大切である。

このように数学を活用する際には、事象を数学的な表現の意味に即して解釈できるようにすることが必要である。

指導に当たっては、授業で実際のデータを用い、数学の知識・技能、見方や考え方を活用して、問題を解決する活動を取り入れることなどが考えられる。例えば、設問(3)のように、標高と気温の関係を表す実際のデータをグラフに表すと、点がほぼ直線上に並ぶことから、その関係を一次関数とみなすことができ、直線のグラフをかくことによって、データのない場所の気温を読み取ることができる。このような経験を通して、数学を様々な場面で活用する意欲や態度を養うことが大切である。

様々な問題を解決するために数学を活用する方法を見いだしたり、その方法について説明したりすることは、問題解決のための構想を立て、実践し評価・改善する力を身に付ける上で大切である。

指導に当たっては、与えられた方法を用いて解決させるだけでなく、生徒が数学を活用する方法を見いだすようにすることが考えられる。また、その方法について、グラフや式などの「用いるもの」と「その使い方」について説明する場面を設定することが大切である。例えば、設問(3)で、グラフを用いる場合には、どの2点で直線を決めるか、グラフ上のどの数値を読めばよいかなどを具体的に説明できるようにすることが大切である。

[問題5] 事象の数学的な解釈と問題解決の方法（電球形蛍光灯のよさ）

- (1) 実生活の場面においては、家電製品の性能など、情報が表やグラフで与えられることが多い。したがって、表やグラフから必要な情報を適切に選択し、それを基に判断するよう指導することが大切である。

指導に当たっては、示されている言葉の意味を理解して読み取ったり、さらに、自分なりに視点を定めてその目的に応じて情報を選択できるようにすることが大切である。例えば、本問題のように、蛍光灯と白熱電球のどちらがよいかを考える場面を取り入れ、与えられた情報から総費用の意味を的確に読み取り、白熱電球を1000時間使用したときの総費用を求めるために、表やグラフ

のどこを見ればよいかを判断できるようにすることが考えられる。

- (2) 実生活の場面では、複数の事象を比較しやすくするために、グラフに表現したり、グラフから情報を読み取ったりすることがある。そのために日常的な事象の考察に当たってグラフを活用するよう指導することが大切である。

指導に当たっては、問題を解決する上でグラフに表した方が解決しやすい場面を設定し、事象とグラフとを対応させて考える活動を取り入れることが大切である。例えば、設問(2)で、表の情報を基に、使用時間と総費用の関係をグラフに表したり、グラフの特徴を元の場面に戻ってとらえたりする活動を取り入れることが考えられる。

- (3) 実生活の場面における問題解決では、事象を理想化・単純化して数学の問題としてとらえることが大切である。そうすることで、数学の知識・技能、見方や考え方を活用することができるよう指導することが大切である。

指導に当たっては、授業で実際のデータを用い、それを理想化・単純化する過程を取り入れ、既習の数学を活用して問題を解決する活動を充実させることなどが考えられる。例えば、設問(2)や設問(3)で、総費用を使用時間の一次関数とみなせる理由を問うことで、総費用が使用時間に伴って一定の割合で増えているという仮定を用いていることを理解できるようにすることが考えられる。また、蛍光灯や白熱電球の総費用について、グラフや表を活用して解釈し、問題解決に取り組む場面を設定することが考えられる。このような活動を通して、数学を様々な場面で活用する意欲や態度を養うことも大切である。

様々な問題を解決するために数学を活用する方法を見いだしたり、その方法について説明したりすることは、問題解決のための構想を立て、実践し評価・改善する力を身に付ける上で大切である。

指導に当たっては、与えられた方法を用いて解決させるだけでなく、生徒が問題解決のために数学を活用する方法を見いだすようにすることが大切である。また、その方法について、グラフや式などの「用いるもの」とその「用い方」について説明する場面を設定することが大切である。例えば、設問(3)で、グラフを用いる場合、蛍光灯と白熱電球の総費用が等しくなる時間を求めるためには、2本のグラフの交点を求め、その交点の x 座標を読めばよいことなどを説明できるようにすることが考えられる。