

中学校数学科

2年生

3 一次関数

[指導に当たって(教師用)]

知識・技能の習得を図る問題

全国学力・学習状況調査 A問題

【指導に当たって】

学年	2年
単元	2 - 3 一次関数
問題 のねらい	[問題1] 2つの数量の関係が一次関数になることを理解している。 一次関数のグラフの傾きや切片の意味とグラフの特徴を理解している。
	[問題2] 速さの求め方を理解している。 グラフから速さを求めることができる。
	[問題3] 連立方程式の解が、2直線の交点の座標として求められることを理解している。
	[問題4] x の変域に対応する部分を、グラフ上に表現することができる。
	[問題5] 一次関数 $y = ax + b$ の a がグラフの傾きであることを理解している。 一次関数の表から、変化や対応の特徴をとらえ、 x, y の関係を $y = ax + b$ の式で表すことができる。
	[問題6] 二元二次方程式の解を座標とする点の集合が、直線のグラフとして表されることを理解している。
	[問題7] 具体的な事象について表したグラフから、2つの数量の変化の様子を読み取ることができる。 具体的な事象について表したグラフから、2つの数量の対応を読み取ることができる。
	[問題8] 傾き及び切片の大きさとグラフの対応から一次関数のグラフの特徴を理解している。 具体的な事象から変化や対応の特徴をとらえ、 x と y の関係を $y = ax + b$ の式で表すことができる。
	[問題9] 二元一次方程式の解を座標とする点の集合は、直線として表せることを理解している。

[問題1] 一次関数の意味とそのグラフ

(1) 2つの数量が一次関数の関係であるかどうかを判断する際には、表や式を用いて一次関数の特徴があるかどうかを調べるよう指導することが大切である。

本問題では、各選択肢において数量の関係を表や式で表し、変化の割合が一定であるかどうかや、式が $y = ax + b$ の形になるかどうかを調べることが考えられる。

- (2) 一次関数のグラフの傾きについて，式とグラフを関連付けて理解できるよう指導することが大切である。

例えば，式とグラフを対比して，一次関数 $y = ax + b$ の変化の割合と直線の傾きが一致することを確認することが考えられる。

一次関数のグラフの切片について，式とグラフを関連付けて理解できるようにすることが大切である。

例えば， $y = ax + b$ のグラフの切片を変えたときグラフがどう変わるかを調べ， $y = ax$ は $b = 0$ の場合であることや， $y = ax + b$ のグラフは $y = ax$ のグラフを y 軸の正の方向に b だけ平行に移動させた直線であることを見いだすことが考えられる。

一次関数 $y = ax + b$ のグラフの傾きや切片の符号を変えた式やグラフを対比して，それぞれの相違点や共通点に着目し，一次関数のグラフの特徴をとらえることが考えられる。

[問題 2] グラフから速さを求めること

- (1) 速さを「速さ = 距離 ÷ 時間」の式に当てはめて形式的に計算するだけでなく，速さとは単位時間あたりに進む距離であることを理解できるよう指導することが大切である。

本問題では，2分間で100m進んだことから，1分間で進んだ距離を考え，それが速さであることを理解できるようにすることが考えられる。

小学校では速さの比べ方について，「時間をそろえて距離で比べる」，「距離をそろえて要する時間で比べる」，「距離 ÷ 時間の数値で比べる」という方法を学んでいる。目的に応じてそれらの方法を用いることで，いろいろな視点から速さをとらえることが大切である。

- (2) グラフ中の座標や線分が何を表しているのかを，問題場面と照らし合わせて考えるような場面を設け，速さを求めるのに必要な数量をグラフから読み取ることができるよう指導することが大切である。

速さは，グラフでは直線の傾きとなっていることを理解できるようにすることが大切である。傾きは x の増加量に対する y の増加量の割合と一致し，時間と距離のグラフでは，それが時間に対する距離の割合になり，傾きが速さを表していることを確認することが大切である。

[問題 3] 連立方程式と一次関数のグラフとの関係

二元一次方程式を満たす x と y の値の組の点を座標平面上に表し，二元一次方程式の解が直線上にあることを押さえるよう指導することが大切である。

例えば， $x + y = 5$ の解を座標平面上に表し，それらを結ぶと直線となり，それが $y = -x + 5$ のグラフとなることを確認することが考えられる。

連立二元一次方程式の解が座標平面上の2つの直線の交点となることを確認する場を設けることが大切である。

本問題では，まず $x + y = 5$ と $x - y = 1$ を連立方程式として解を求め，次にそれらを変形した $y = -x + 5$ と $y = x - 1$ のグラフをかいて交点の座標を求めるこ

とで、それらが一致することを確認することが考えられる。

[問題4] グラフと変域

x や y の変域の理解を深めるためには、具体的な事象や問題解決の場面において、表、式、グラフによる表現を用いて、 x と y の変域の対応関係をとらえるよう指導することが大切である。

与えられた x の変域から y の変域を求める場合には、 x の変域の端点に対応する y 座標を求めるだけでなく、グラフを用いて視覚的にとらえることが大切である。

指導に当たっては、与えられた変域の範囲を示すグラフをかくだけでなく、そのグラフの取り得る値の範囲を座標軸に対応させて、 x と y の値の取る範囲を読み取るなどの活動を取り入れることが考えられる。また、「以上」、「以下」、「未満」という言葉や不等号を用いた表記の意味を、グラフと対応させて考えることができるようにすることも大切である。

具体的な事象では、変数の取り得る値の範囲に制限があることが多い。このような場合には、生徒が変数の変域を意識できるようにすることが大切である。

指導に当たっては、具体的な事象を扱い、そこでの2つの変数の取り得る値の範囲を考察することが考えられる。例えば、「全国学力・学習状況調査A問題」の問題のように、線香が燃える場面を考える場合、時間(x 分)、線香の長さ(y cm)の両方の取り得る範囲を考察し、その結果を不等号を用いて表すことが考えられる。

[問題5] 一次関数の式と表

(1) 一次関数の式 $y = ax + b$ の a や b が、グラフ上で示す意味を理解できるよう指導することが大切である。

例えば、グラフ上で「右へ1進むと、上へ a 進む」ことは、「 x の増加量が1のとき、 y の増加量が a 」であることに着目し、グラフの傾きと変化の割合との関係を理解することが大切である。

指導に当たっては、「傾き」という用語を導入する際に、例えば、 $y = ax + 3$ で a の値を1, 2, 3, ……と1ずつ大きくしたときのグラフを比較し、 a の値が大きくなるにつれてグラフの傾きは急になり、 a の値によってグラフの傾き具合が決まることを理解できるようにすることが考えられる。また、切片についても、 b の値の変化に伴ってグラフが上下に平行移動することを理解できるようにすることが考えられる。

(2) 与えられた表に基づいて一次関数の式を求めるには、 $y = ax + b$ の a と b を求めればよいことを明らかにし、表から分かる特徴と式とを関連付けるよう指導することが大切である。

指導に当たっては、一次関数の表から x の増加量と y の増加量を読み取って、一次関数の変化の割合を求めれば、それが a になること、表中の $x = 0$ のときの y の値を求めれば、それが b になることを見いだす活動など、表から式を求める方法を考察する場面を設定することが考えられる。

[問題 6] 二元一次方程式と一次関数のグラフとの関係

二元一次方程式 $ax + by + c = 0$ で、 x の値が1つ決まれば、それに対応する y の値がただ1つ決まることから、この式を y が x の一次関数であることを表す式とみることができるよう指導することが大切である。

指導に当たっては、二元一次方程式の解である x, y の値の組を座標とする点を座標平面上に表して、点の集合が直線になることを確かめることが考えられる。

二元一次方程式が関数関係を表しているにとらえ、方程式と関数を相互に関連付けてとらえることが大切である。

指導に当たっては、連立方程式の解の意味をとらえ直す場面で、代入法や加減法によって求めていた連立方程式の解を、グラフ上の2直線の交点の座標として視覚的にとらえられるようにする工夫が必要である。このような活動を通して、方程式の解の意味を関数と関連付けて理解できるようにすることが大切である。

[問題 7] 一次関数のグラフ

グラフから具体的な事象を考察する場面では、グラフ上の点が具体的な事象では何を表しているのか、グラフと具体的な事象とを対応させて意味付けられるよう指導することが大切である。

指導に当たっては、具体的な事象とグラフとの対応関係を考える場面を設定することが考えられる。例えば、実際に線香の燃える様子をグラフで表現したり、逆に、そのグラフから分かることを、線香の長さや燃え始めてからの時間に対応させて解釈したりすることが考えられる。その際、具体的な事象における数量とグラフにおける変数との対応を明確にしておくことが大切である。

[問題 8] 一次関数のグラフと式

- (1) 一次関数のグラフの傾きと切片の意味を、グラフの形状と関連付けて理解できるよう指導することが大切である。

特に、グラフの傾きはグラフ上の2点間の水平方向の増加量と垂直方向の増加量の割合によって表されることや、傾きの値が水平方向に1増加したときの垂直方向の増加量を表していることを理解することが大切である。

指導に当たっては、例えば、 $y = ax + 2$ で a の値を様々に変えたときのグラフを比較し a の値によってグラフの傾き具合が決まることや、 a の値を $2, 1, 0, -1, \dots$ と1ずつ小さくしていき、 a の値が負の数するときグラフが右下がりになることを理解できるようにすることが考えられる。また、切片についても、切片の値がグラフと y 軸との交点の y 座標を表していることや、切片の値の変化に伴ってグラフが上下に平行移動することを理解できるようにすることも考えられる。以上のような活動を通して、傾きと切片が決まれば一次関数のグラフが決まることを理解できるようにすることが大切である。

- (2) 具体的な事象の中から2つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、2つの数量の関係を式に表すことができるよう指導することが

大切である。

指導に当たっては、問題場面を図に表したり、数量の関係を表に表し、変化や対応の様子を調べたりするなど、図や表を利用して数量の関係を調べる活動を取り入れる場面を設定することが考えられる。例えば、設問(2)で、1分ごとの水そうの水の量を次のような表に表し、その変化の様子を調べる場面を設定することが考えられる。

x	0	1	2	3	4	5	...
y	5	8	11	14	17	20	...

- (3) 一次関数の式を求めるためには、 $y = ax + b$ の a と b を求めればよいことを明らかにし、それらと表とを関連付けるよう指導することが大切である。例えば、表の中で、 x が1増加したときの y の増加量が a を表していることや、 $x = 0$ のときの y の値が b であることを理解するよう指導することが大切である。

指導に当たっては、一次関数の表から変化の割合を読み取ったり、逆に、変化の割合を基にして表に示されていない値を求めたりするなど、双方向の活動を取り入れ、表と式とを関連付けて考察する場面を設定することが考えられる。

[問題 9] 二元一次方程式のグラフ

二元一次方程式 $ax + by + c = 0$ ($b \neq 0$) では、 x の取る値を1つ決めれば、それに対応して y の値が1つ決まる。このことから、その解は無数にあり、この式が x と y の間の関数関係を表す式であることを理解するよう指導することが大切である。

指導に当たっては、例えば、二元一次方程式を満たす x, y の値の組を座標とする点を座標平面上に x の値が整数値以外の場合も含めて多数取り、それらの点が直線上に並ぶことを確認する場面を設定することが考えられる。その上で、二元一次方程式を y について解いた式に変形することによって、二元一次方程式の解を座標とする点の集合が一次関数のグラフと一致し、直線になることを理解できるようにすることも大切である。

二元一次方程式が関数関係を表す式であるととらえ、方程式と関数を相互に関連付けてとらえることが大切である。

指導に当たっては、二元一次方程式の解を座標とする点の集合は、座標平面上では直線として表すことができることを理解できるようにするだけでなく、直線上の点の座標は方程式を満たす x と y の値の組であることを理解できるようにすることが大切である。そして、連立二元一次方程式では、それぞれの方程式の解を座標とする点の集合が2つの直線となることを振り返り、2直線の交点の座標が2つの方程式を同時に成り立たせる解であることを理解できるようにすることが大切である。