中学校数学科
２年生
５　図形の性質と証明
［問題］

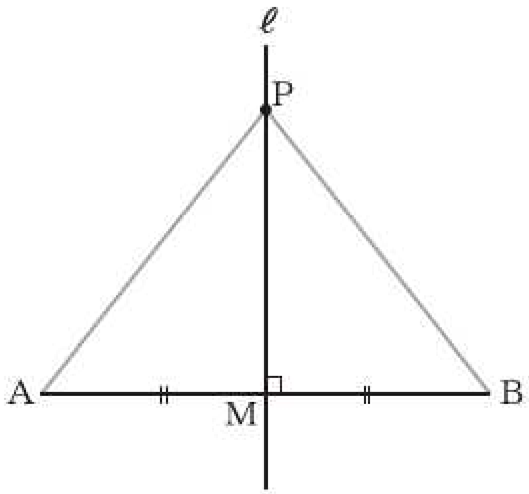
中学校

年　組　　号 氏名

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査　B問題 ①

1　下の図のように，線分ＡＢの垂直二等分線ℓ をひいて，線分ＡＢとの交点をＭとします。また，直線 ℓ 上に点Ｐをとります。【H19】



このとき，ＰＡ＝ＰＢとなることを，下のように証明しましたが，この証明にはまちがいがあります。

証明

△PAMと△PBMにおいて，
仮定から，
AM＝BM　……①
PA＝PB　……②
また，PM＝PM（PMは共通）……③
①，②，③より，
３辺がそれぞれ等しいから，
△PAM≡△PBM
したがって，PA＝PB

次の(1)，(2)の各問いに答えなさい。

(1)　前の証明のまちがいは，下に示した　　　　の中にあります。まちがっている部分を，解答用紙　　　　の中に下線（＿＿＿＿）をひいて示しなさい。

△PAMと△PBMにおいて，

仮定から，

AM＝BM　……①

PA＝PB　……②

また，　PM＝PM（PMは共通）　……③

①，②，③より，

３辺がそれぞれ等しいから，

△PAM≡△PBM

したがって，　PA＝PB

(2)　上の証明の　　　　の中を正しく書き直しなさい。

△PAMと△PBMにおいて，

したがって，　PA＝PB

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査　B問題 ②

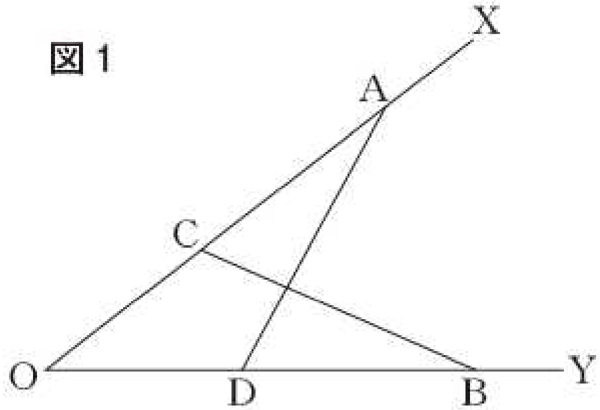
2　拓也さんは，次の問題を考えています。【H20】

問題

下の図１のように，∠XOYの辺OXと辺OY上に，OA＝OBとなるように点Aと点Bを，OC＝ODとなるように点Cと点Dを，それぞれとります。

点Aと点D，点Bと点Cをそれぞれ結ぶとき，AD＝BCとなることを証明しなさい。

図１

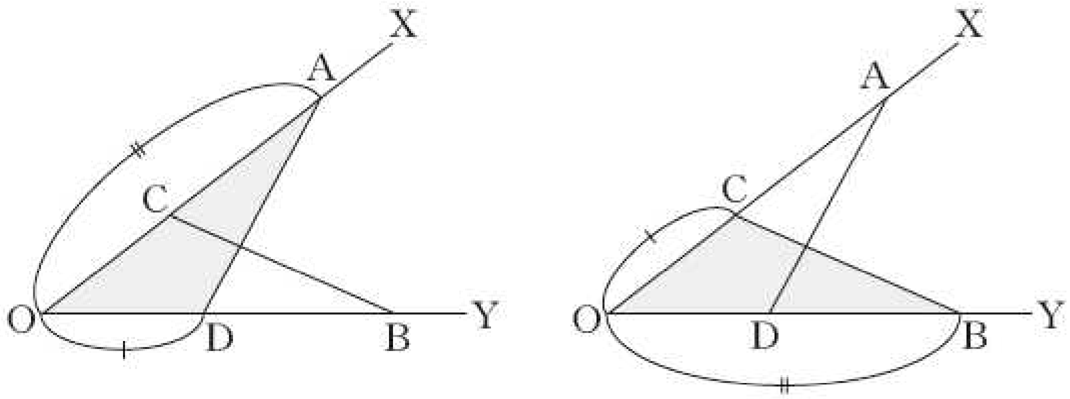


拓也さんは，証明の方針を下のようなメモにまとめました。

拓也さんのメモ

① AD ＝ BC を証明するためには，△AOD と△BOC の合同を示せばよい。

② 図１の△AOD と△BOC を見やすくするために，２つの図に分けて，仮定を表すと，下のようになる。



③ ②をもとにすると，△AOD と△BOC の合同が示せそうだ。

次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　拓也さんのメモの ① にあるように，AD＝BCを証明するために，△AODと△BOCの合同を示せばよいのは，合同な図形のどのような性質からですか。下のアからエの中から１つ選びなさい。

ア　合同な図形の対応する辺の長さは等しい。

イ　合同な図形の対応する角の大きさは等しい。

ウ　合同な図形の周の長さは等しい。

エ　合同な図形の面積は等しい。

(2)　前ページの問題で，ＡＤ＝ＢＣとなることを証明しなさい。

(3)　拓也さんは，ＡＤ＝ＢＣを，△ＡＯＤ≡△ＢＯＣをもとにして証明しました。
△ＡＯＤ≡△ＢＯＣをもとにすると，前ページの問題の図形について，ＡＤ＝ＢＣ以外に新しいことが分かります。それを下のアからエの中から１つ選びなさい。

ア　ＯＣ＝ＯＤ

イ　ＯＣ＝ＢＤ

ウ　∠ＯＡＤ＝∠ＯＢＣ

エ　∠ＯＡＤ＝∠ＢＯＣ

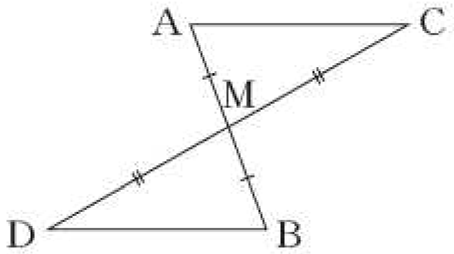
■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

■全国学力･学習状況調査　B問題 ③

3　大貴さんは，次の問題を考えています。【H21】

問題

右の図のように，線分ABと線分CDがそれぞれの中点Mで交わっています。
このとき，AC // DBとなることを証明しなさい。



次の(1)から(3)までの各問いに答えなさい。

(1)　大貴さんは，次のような**証明の方針１**を考えました。この**証明の方針１**にもとづいて，AC//DBとなることの証明を完成しなさい。

証明の方針１

① AC // DB を証明するためには，∠MAC＝∠MBD(錯角が等しい)を示せばよい。

② ∠MAC＝∠MBD を示すためには，△AMC ≡ △BMD を示せばよい。

③ 仮定の AM＝BM，CM＝DM を使うと，△AMC ≡ △BMD が示せそうだ。

証明

△AMCと△BMDにおいて，

合同な三角形の対応する角は等しいから，

$\angle MAC = \angle MBD$

したがって，錯角が等しいから，

$AC \parallel DB$

(2)　大貴さんは，△AMC≡△BMDをもとにしてAC//DBを証明しました。
△AMC≡△BMDをもとにすると，前ページの問題の図形について，
∠MAC＝∠MBDや問題の仮定以外にも分かることがあります。それを下のアからエの中から１つ選びなさい。

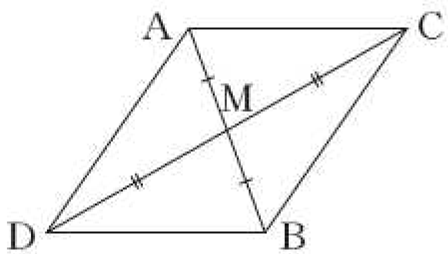
ア　∠MCA＝∠MDB

イ　∠MAC＝∠MDB

ウ　AM＝BM

エ　AM＝DM

(3)　右の図のように，線分AD，線分CBをひいて四角形ADBCをつくると，　次の**証明の方針２**を考えることもできます。



証明の方針２

◇① AC // DB を証明するためには，四角形ADBC が
（　　①　　）であることを示せばよい。

◇② このことは，仮定の AM = BM，CM = DM を使うと，
$\boxed{\quad ② \quad}$ ことから示せる。

証明の方針２の（　①　）に当てはまる言葉を書きなさい。また，$\boxed{\quad ② \quad}$ に当てはまることがらを，下のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　対角線が垂直に交わる

イ　対角線の長さが等しい

ウ　対角線が平行である

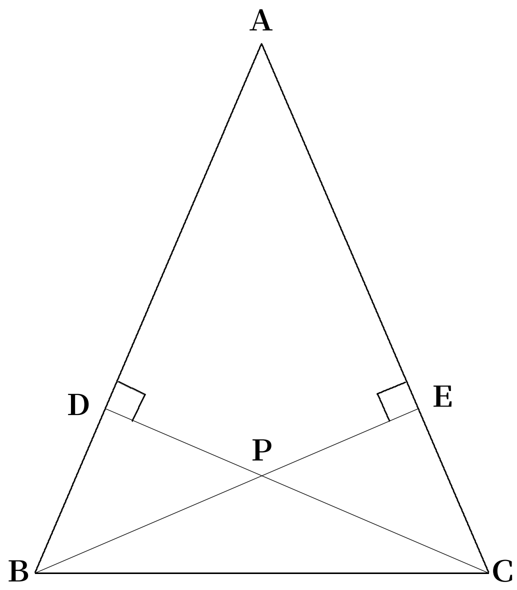
エ　対角線がそれぞれの中点で交わる

オ　対角線が垂直に交わり，その長さが等しい

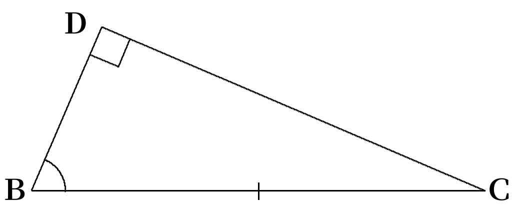
■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

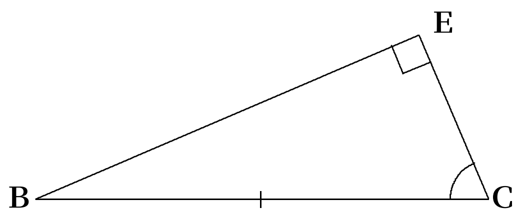
■練習問題　①

1　AB＝ACの二等辺三角形ABCで，CからABに垂線をひきABとの交点をD，同様にBからACに垂線をひきACとの交点をEとします。また，CDとBEの交点をPとします。このとき，CD＝BEであることを証明します。あとの問いに答えなさい。



(1)　△DBCと△ECBに着目して証明することにしました。





まず，辺や角が等しいものを書き出してみました。

辺について・・・・・・・BCは共通
角について・・・・・・・∠CDB＝∠BEC＝90°
・二等辺三角形の底角は等しいから，∠DBC＝∠ECB

このことを参考に，証明を完成させなさい。

(2)　(1)とは別の三角形に着目して，証明することにしました。△ACDと△ABEに着目して，CD＝BEであることを証明しなさい。

(3)　この問題で，CD＝BEは常にいえることが分かりました。このこと以外で，他のすべての二等辺三角形ABCでもいえることを, 次のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　PはCD, BEのそれぞれの中点である。

イ　CDとBEはそれぞれ∠Bと∠Cの二等分線である。

ウ　△ACDと△ABEは直角二等辺三角形である。

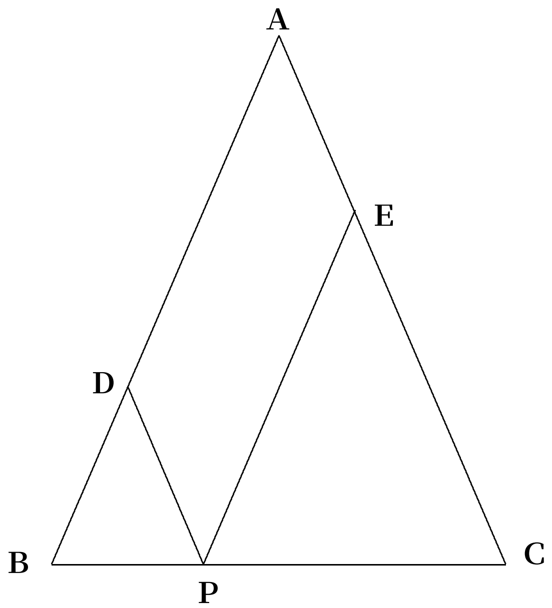
エ　△DBPと△ECPは二等辺三角形である。

オ　△PBCは二等辺三角形である。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

■練習問題②

2　ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形ＡＢＣで，辺ＢＣ上に点Ｐをとり（頂点Ｂ，Ｃとは異なるものとします），Ｐを通ってＡＣに平行な線をひいてＡＢと交わる点をＤ，Ｐを通ってＡＢに平行な線をひいてＡＣと交わる点をＥとします。あとの問いに答えなさい。



(1)　太郎さんは，△ＤＢＰが二等辺三角形になることを証明しました。証明を完成させなさい。

△ＤＢＰで，ＤＰ//ＡＣより，
同位角が等しいので，
∠ＤＰＢ＝∠Ｃ　……①

(2)　花子さんは，四角形ＡＤＰＥが平行四辺形になることを証明しました。証明を完成させなさい。

　四角形ＡＤＰＥで，仮定より，

ＤＰ//ＡＥ　……①

(3)　太郎さんと花子さんは，お互いの証明を見て，あることに気付きました。２人の証明から分かることで，正しいものを次のアからオの中から１つ選びなさい。

ア　点Ｐのとり方によらず，四角形ＡＤＰＥはひし形になる。

イ　点ＰがＢＣの中点のときは，２つの三角形，△ＤＢＰと△ＥＰＣは正三角形になる。

ウ　いつも四角形ＡＤＰＥの面積は，△ＤＢＰと△ＥＰＣの面積の和になる。

エ　いつも四角形ＡＤＰＥの周の長さは，ＡＢの長さの２倍になる。

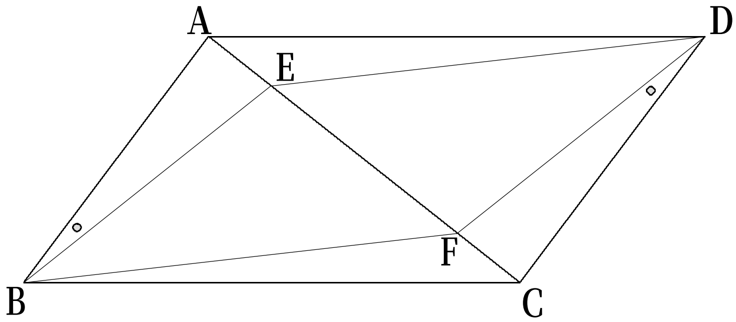
オ　いつも四角形ＡＤＰＥの周の長さと，△ＡＢＣ の周囲の長さは等しくなる。

■数学的な思考力･判断力･表現力をはぐくむ問題　年　組　号 氏名

■練習問題③

３　けいたさんとかりんさん，たくみさんは，次の問題を考えています。

下の図のような平行四辺形ＡＢＣＤで，∠ＡＢＥ＝∠ＣＤＦならば四角形ＥＢＦＤは平行四辺形であることを証明しなさい。



下の(1)から(3)の各問いに答えなさい。

まず，△ＡＢＥと△ＣＤＦが合同であることを証明しよう。

それができたら，ＢＥ＝ＤＦが成り立つことが分かるわ。

(1)　△ＡＢＥと△ＣＤＦが合同であることを証明しなさい。

次に，△ＡＥＤと△ＣＦＢが合同であることを証明しよう。

それもできたら，ＥＤ＝ＦＢが成り立つことが分かるね。

△ＡＥＤと△ＣＦＢが合同であることを証明するのに，
下のア，イが分からないなよ。

大丈夫よ，△ＡＢＥ≡△ＣＤＦから，新しく分かることがあるわ。

(2)　けいたさんは，△ＡＥＤと△ＣＦＢが合同であることを，次のように証明しました。

【証明】

	△ＡＥＤと△ＣＦＢで	
▱ＡＢＣＤより，	ＤＡ　＝ＢＣ	……①
ＡＤ//ＢＣより，	∠ＤＡＥ　＝∠ＢＣＦ	……②
△ＡＢＥ≡△ＣＤＦより，	ア	……③
①，②，③より	イ	
	△ＡＥＤ≡△ＣＦＢ	
したがって	ＥＤ＝ＦＢ	

上のア，イにあてはまる記号や言葉を書きなさい。

(3)　たくみさんは，上の問題を次のように考えました。

△ＡＢＥと△ＣＤＦの合同を証明し，△ＡＢＥ≡△ＣＤＦより新しく分かることがらを利用すると，∠ＢＥＦ＝∠ＤＦＥが成り立つことがいえるよ。

たくみさんの考え方より，四角形ＥＢＦＤは平行四辺形になることが分かります。下の平行四辺形になる条件のどの条件を利用していますか，アからオの中から，記号で選びなさい。

ア　２組の向かい合う辺が，それぞれ平行であるとき

イ　２組の向かい合う辺が，それぞれ等しいとき

ウ　２組の向かい合う角が，それぞれ等しいとき

エ　対角線がそれぞれの中点で交わるとき

オ　１組の向かい合う辺が等しくて平行であるとき