

中学校数学科

2年生

5 図形の性質と証明

[解答]

中学校

年 組 号 氏名

全国学力・学習状況調査 B問題

1

- (1) の $PA = PB$ は条件ではないので、証明の中で使うことはできない。

PAM と PBM において、

仮定から、

$$AM = BM \quad \dots\dots$$

$$\underline{PA = PB} \quad \dots\dots$$

また、 $PM = PM$ (PM は共通) $\dots\dots$

, , より、

3辺がそれぞれ等しいから、

$$PAM = PBM$$

したがって、 $PA = PB$

- (2) 正しい証明は次のとおり。

PAM と PBM において、

仮定から、

$$AM = BM \quad \dots\dots$$

線分 AB の垂直二等分線が だから、

$$\angle PMA = \angle PMB = 90^\circ \quad \dots\dots$$

また、 $PM = PM$ (PM は共通) $\dots\dots$

, , より、

2辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$$PAM \cong PBM$$

したがって、 $PA = PB$

全国学力・学習状況調査 B問題

2

(1) AD 、 BC は三角形の1辺の長さであるから、アが導き出される。

答え ア

(2) $\triangle AOD$ と $\triangle BOC$ で、

仮定から $AO = BO$ ……

$OD = OC$ ……

共通な角だから、

$\angle AOD = \angle BOC$ ……

、 、 より、

2辺とその間の角がそれぞれ等しいから、

$\triangle AOD \cong \triangle BOC$

合同な図形において、対応する辺の長さは等しいから、

$AD = BC$

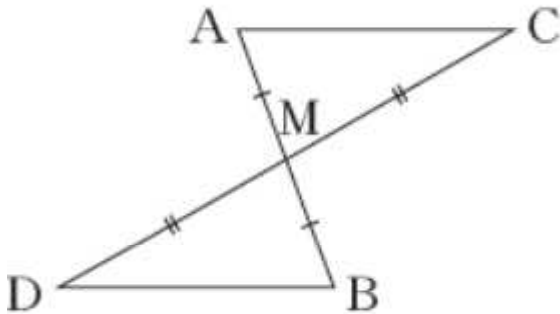
(3) 辺についてはすべて分かっている。対応する角の大きさが等しいことを式に表しているのはウである。

答え ウ

全国学力・学習状況調査 B問題

3

(1)



【証明】

AMCと BMDにおいて、

仮定より $AM = BM$

$CM = DM$

対頂角は等しいので、

$\angle AMC = \angle BMD$

、 、 より、

2辺とその間の角がそれぞれ等しいので、

$\triangle AMC \cong \triangle BMD$

合同な三角形の対応する角の大きさは等しいから、

$\angle MAC = \angle MBD$

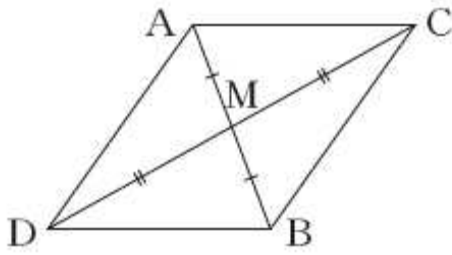
したがって、錯角が等しいから、

$AC \parallel DB$

(2) (1)の仮定や結論以外で分かることは、選択肢の中からは、 $\angle MCA = \angle MDB$ だけである。

答え ア

(3)



四角形ADBCが平行四辺形ならば $AC \parallel DB$ がいえる。
 $AM = BM$, $CM = DM$ が分かっているので、四角形ADBC
において、対角線がそれぞれの中点で交わっている。
よって、四角形ADBCは平行四辺形である。

答え平行四辺形
.....工

練習問題

1

- (1)
- $\triangle DBC$
- と
- $\triangle ECB$
- に着目して証明する。

【証明】

$\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ で、
 $\angle CDB = \angle BEC$
 $\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形だから、底角は等しいので、
 $\angle DBC = \angle ECB$
 共通な辺だから、
 $BC = CB$
 , , より、
 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle DBC \cong \triangle ECB$
 よって、
 $CD = BE$

- (2)
- $\triangle ACD$
- と
- $\triangle ABE$
- に着目して証明する。

【証明】

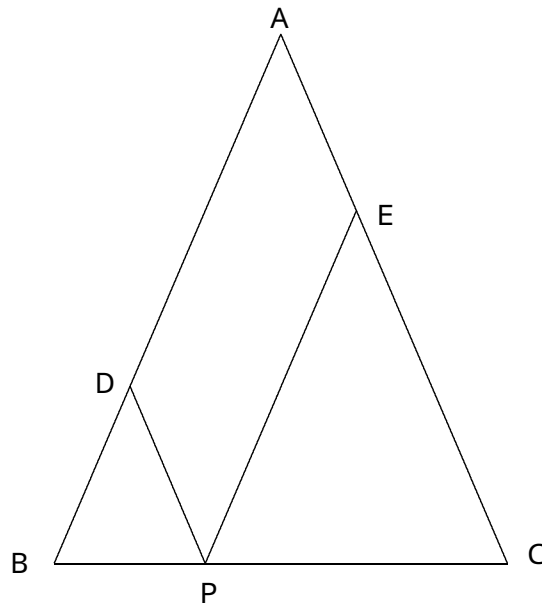
$\triangle ACD$ と $\triangle ABE$ で、
 $\angle CDA = \angle BEA = 90^\circ$
 $\triangle ABC$ は二等辺三角形だから、
 $AC = AB$
 共通な角だから、
 $\angle A = \angle A$
 , , より、
 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle ACD \cong \triangle ABE$
 よって、
 $CD = BE$

- (3) (1), (2)の証明から、
- $\angle BCD = \angle CBE$
- がいえるので、
- $\triangle PBC$
- は二等辺三角形である。

答え オ

練習問題

2



(1) 証明は次の通り。

DBPで、 $DP \parallel AC$ より同位角が等しいので、
 $DPB = C$ ……

ABCは二等辺三角形より、底角は等しいので、
 $C = B$ ……

, より

$$DPB = B$$

よって、DBPは二等辺三角形になる。

(2) 証明は次の通り。

四角形ADPEで、仮定より、
 $DP // AE$ ……

また、
 $EP // AD$ ……
 , より、2組の向かい合う辺がそれぞれ平行だから、
 四角形ADPEは平行四辺形である。

(3) 2つの三角形、DBPとEPCは二等辺三角形で、四角形ADPEは平行四辺形より、次のことがいえる。

$$\begin{aligned} \text{ADPEの周の長さ} &= 2 \times (AD + DP) \\ &= 2 \times (AD + DB) \\ &= 2 \times AB \end{aligned}$$

答え 工

練習問題

3

(1) 証明は次のとおり。

	ABEと CDFで	
仮定より	ABE = CDF
ABCDより,	AB = CD
AB//CDより,	BAE = DCF
, , より,	1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので,	
	ABE ≌ CDF	
よって,	BE = DF	

(2) 答えは次のとおり。

答え ア..... $AE = CF$, イ..... 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので

(3) 証明は次のとおり。

ABE ≌ CDFより,	BE = DF
	BEA = DFC
と4点A, E, F, Cは一直線より,	BEF = DFE
より, 錯角が等しいので,	BE//DF
, より, 1組の向かい合う辺が等しくて平行なので,		
四角形EBFDは, 平行四辺形である。		

答え オ