中学校数学科

２年生

５ 図形の性質と証明

[解答]

中学校

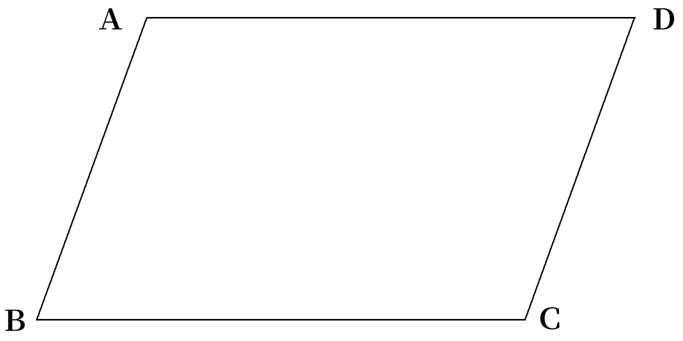
年　組　　号 氏名

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査①　A問題

1

平行四辺形になるための５つの条件を理解しておく必要がある。



平行四辺形になるための５つの条件は次の通り。

①２組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。（定義）
②２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。
③２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。
④対角線がそれぞれの中点で交わる。
⑤１組の向かい合う辺が平行で等しい。

「ＡＢ//ＤＣ，ＡＢ＝ＤＣ」が表しているのは，１組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいことを表している。

答え　オ

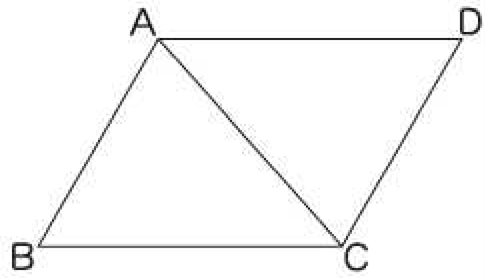
■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査②　A問題

2

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。
△ABCと△CDAにおいて，
平行線の錯角は等しいから，
　AB∥DCより，
　　∠BAC＝∠DCA　　　　……①
　AD∥BCより，
　　∠BCA＝∠DAC　　　　……②
また，　AC＝CA（ACは共通）……③
①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
　　△ABC≡△CDA
よって，AB＝CD，BC＝DA
したがって，平行四辺形の２組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。



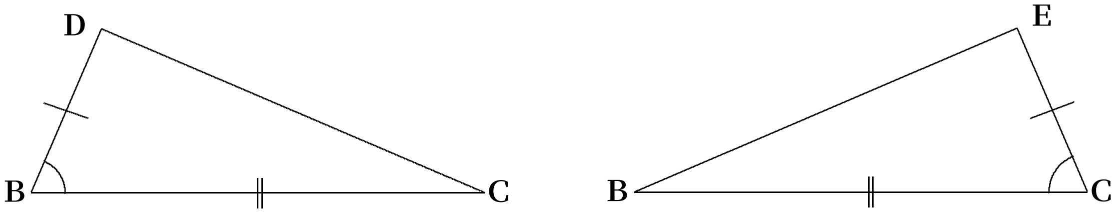
この証明は，どんな平行四辺形であっても同じように適用できる。

答え　ウ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査③　A問題

３　２つの三角形を抜き出して考えてみる。



△DBCと△ECBにおいて，
仮定から，　BD＝CE　……①
△ABCは二等辺三角形なので底角は等しいから，
　　∠DBC＝∠ECB　……②
また，　BC＝CB（BCは共通）　……③
①，②，③より，$\boxed{}$から，
　　△DBC≡△ECB
したがって，CD＝BE

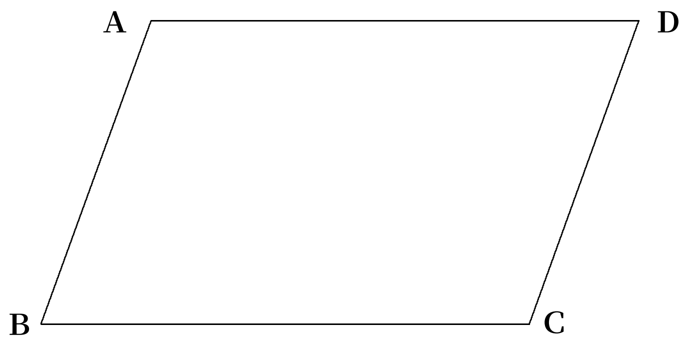
①，②，③を図に表すと，合同条件が，２辺とその間の角がそれぞれ等しいことが分かる。

答え　　イ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

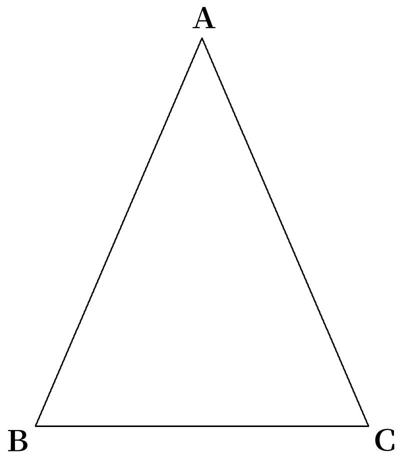
■全国学力･学習状況調査④　A問題

４　ＡＤ，ＢＣの組と，ＡＢ，ＤＣの組の２通りの場合があります。



答え　ＡＢ＝ＤＣ，ＡＢ//ＤＣ
または，
ＡＤ＝ＢＣ，ＡＤ//ＢＣ

５　二等辺三角形の２つの底角は等しいことを記号で表す。この図形の場合はＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形だから，底角は∠Ｂと∠Ｃになる。



答え　∠Ｂ＝∠Ｃ
または，
∠ＡＢＣ＝∠ＡＣＢ　など

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑤　A問題

6

図１

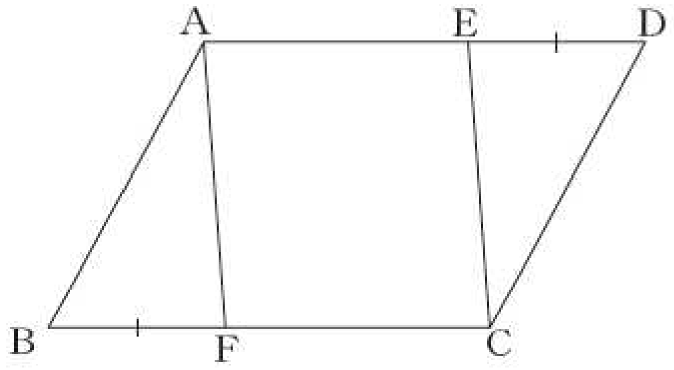


図２

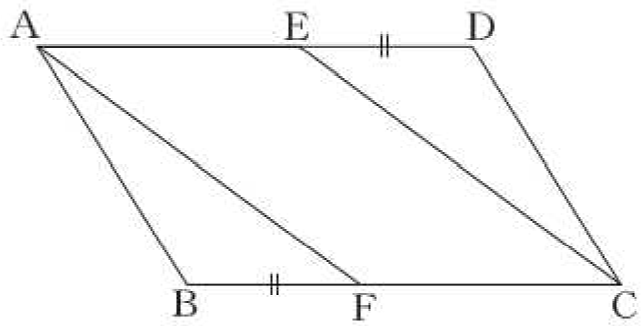


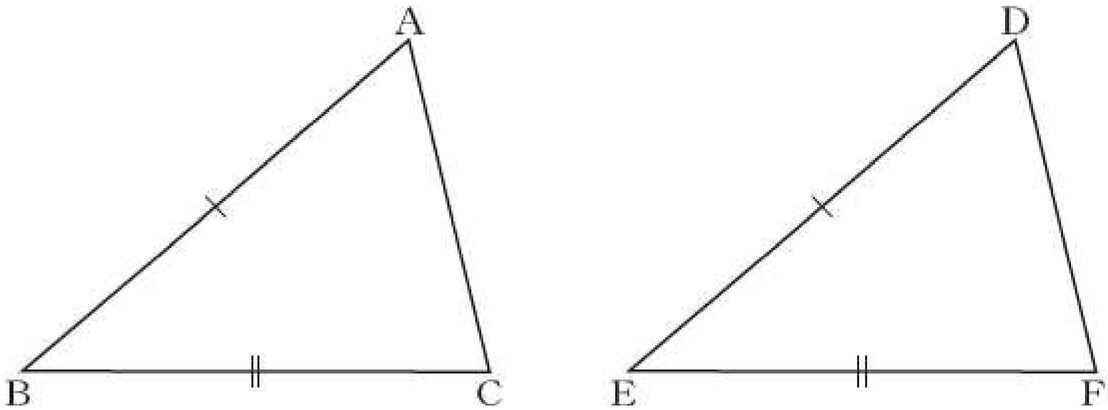
図１でも図２でも，同じように証明することができ，証明の一般性は失われない。

答え　　ア

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑥　A問題

7



・分かっていること

AB＝DE

BC＝EF

・分かればよいこと

$\boxed{\quad = \quad}$

２辺が等しいことが分かっているので，あとは間の角が等しいか，または，残りの辺が等しいことがいえればよい。

答え　∠B＝∠E　(∠ABC＝∠DEF)

または，

AC＝DF

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■全国学力･学習状況調査⑦　A問題

8

どんな三角形でも内角の和は180°であることの証明になっているかが問われている問題である。

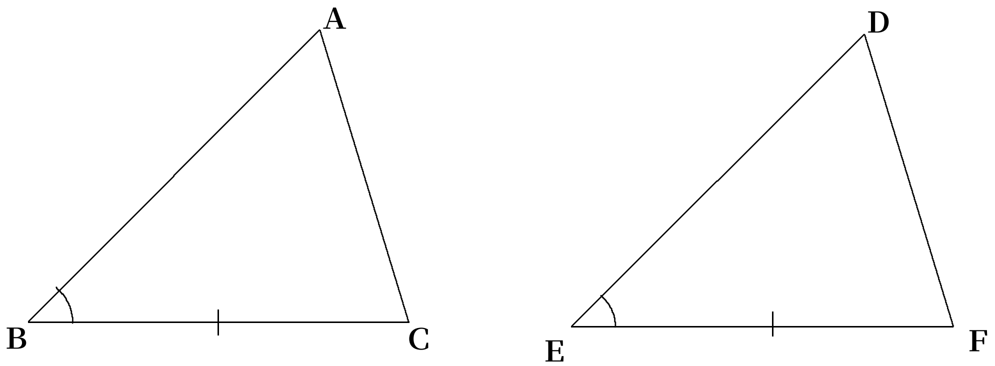
①は一般性が保たれており，どんな三角形でも内角の和は180°ということが証明できている。しかし，②の場合は，与えられた図の場合では成り立っているが，その他の三角形の１つ１つを検証しなければばならないので，これは「どんな三角形でも内角の和は180°であることの証明」にはなっていない。

答え　ウ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題①

1



ＢＣ＝ＥＦ，∠ＡＢＣ＝∠ＤＥＦであることは分かっているので，あと１つ分かれば合同がいえる。
ＡＢ＝ＤＥならば，２辺とその間の角がそれぞれ等しいから合同がいえる。
∠Ｃ＝∠Ｆならば，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいから合同がいえる。

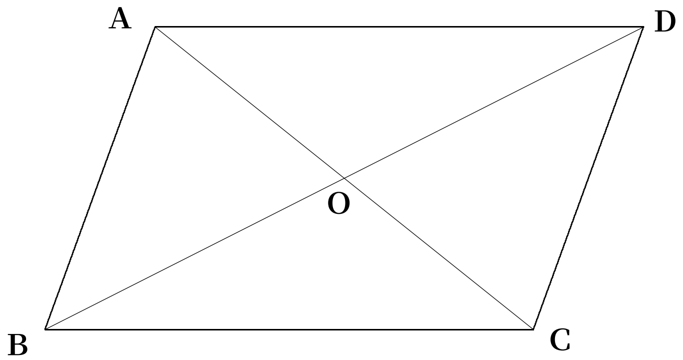
答え　ＡＢ＝ＤＥ
　　　または
　　　∠Ｃ＝∠Ｆ（∠ＡＣＢ＝∠ＤＦＥ）

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題②

2

(1)



平行四辺形になるための条件は次の５つ。(矢印の右側は，記号で表したもの)

①２組の向かい合う辺がそれぞれ平行（定義）。→　「AB//DC，AD//BC」

②２組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。　→　「AB＝DC，AD＝BC」

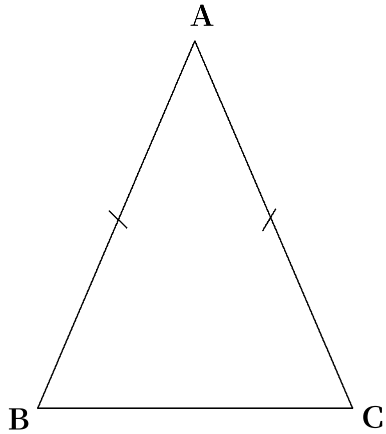
③２組の向かい合う角がそれぞれ等しい。　→　「∠BAD＝∠DCB，∠ABC＝∠CDA」

④対角線がそれぞれの中点で交わる。　→　「AO＝CO，BO＝DO」

⑤１組の向かい合う辺が等しくて平行。　→　「AB＝DC，AB//DC」または，「AD＝BC，AD//BC」

答え
- AB＝DC，AD＝BC
- ∠BAD＝∠DCB，∠ABC＝∠CDA
- AO＝CO，BO＝DO
- AB＝DC，AB//DC
  または，
  AD＝BC，AD//BC

(2)



二等辺三角形だから，底角は等しい。

よって，

∠B＝∠C

これに，∠Aが等しいことがいえれば，△ABCは，正三角形になる。

答え　∠A＝∠B
または，
∠A＝∠C

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題③

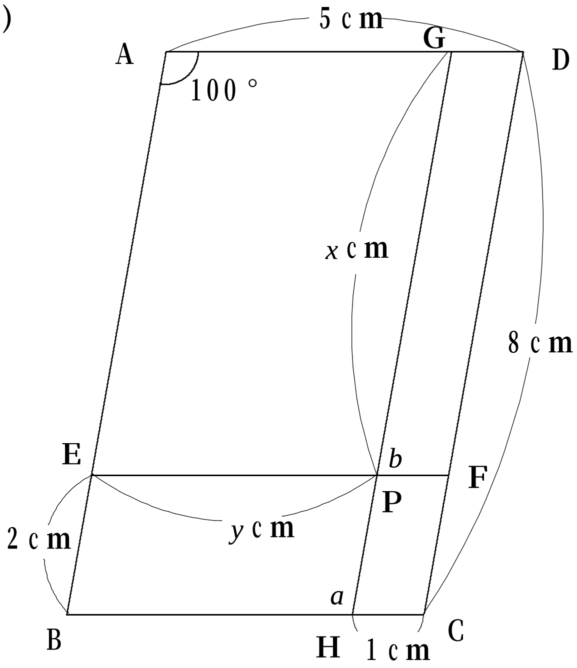
3

(1)　$\angle x = (180° - 46°) \div 2$

$= 67°$

答え　$\angle x = 67°$

(2)



□ABCDで，与えられた条件から，中にできる四角形はすべて平行四辺形である。

よって，平行四辺形の性質から，

$x = 8 - 2 = 6$

$y = 5 - 1 = 4$

となる。また，

$\angle a = \angle A = 100°$

$\angle b = 180° - \angle GPE$

$= 180° - \angle A$

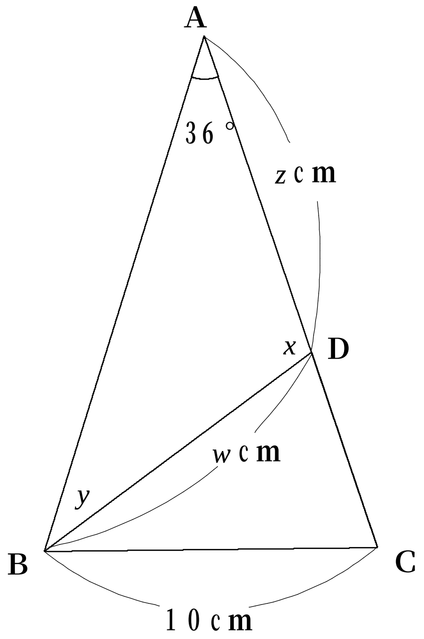
$= 180° - 100°$

$= 80°$

答え　$x = 6$cm　，$y = 4$cm

$\angle a = 100°$，$\angle b = 80°$

(3)



△ＡＢＣは二等辺三角形だから，

∠Ｂ＝∠Ｃ

＝(180°－36°)÷2

＝72°

また，∠DBCは∠Bの半分だから，

∠y＝∠DBC

＝72°÷2

＝36°

∠y＝36°

一方，

∠CDB＝180°－∠C －∠DBC

＝180°－72°－36°

＝72°

よって，△BDCも底角が72°の二等辺三角形になる。

したがって，

BC＝BD

＝10cm

また，△ABDも二等辺三角形になる。このことから，角度や辺の長さが求められる。

AD＝BD

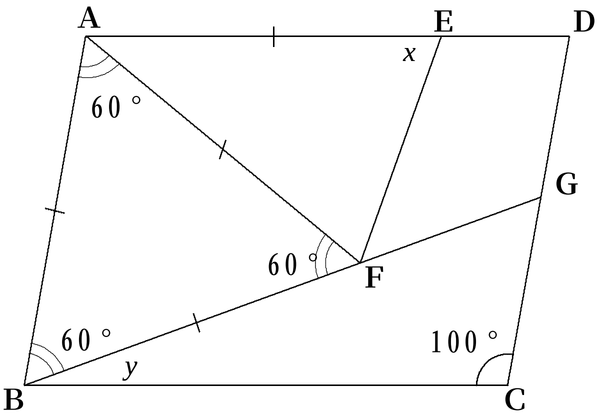
∠x＝180°－36°×2

＝108°

答え　∠x＝108°，∠y＝36°

w＝z＝10cm

(4)



四角形ＡＢＣＤは平行四辺形より，２組の向かいあう角はそれぞれ等しいから,

∠ＢＡＥ＝∠Ｃ＝100°

△ＡＢＦは正三角形だから,

∠ＥＡＦ＝∠ＢＡＥ－60°

＝100°－60°

＝40°

よって,

∠x＝(180°－40°)÷2

＝70°

また,

∠ＢＡＤ＝∠Ｃ＝100°，∠ＡＢＣ＝∠D,

四角形の内角の和は360°だから,

∠ＢＡＥ＋∠ＡＢＣ＋∠Ｃ＋∠D＝360°

2×∠ＡＢＣ＋100°＋100°＝360°

よって,

∠ＡＢＣ＝80°

これから,

∠y＝80°－∠ＡＢＦ

＝80°－60°

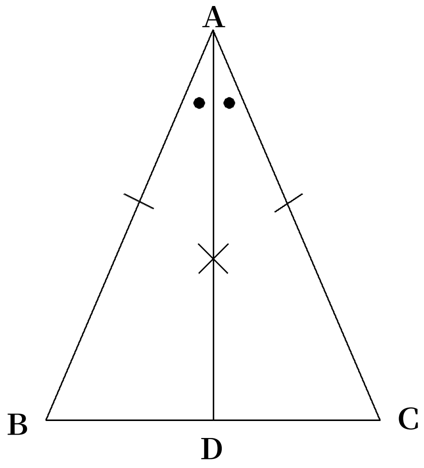
＝20°

答え　∠x＝70°，∠y＝20°

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題④

4



ＡＢ＝ＡＣの二等辺三角形の，頂角の二等分線をひき，辺ＢＣとの交点をＤとする。
△ＡＢＤと△ＡＣＤで，
△ＡＢＣは二等辺三角形だから，
ＡＢ＝ＡＣ　……①
ＡＤは∠Ａの二等分線だから，
∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＤ　……②
共通な辺だから，
ＡＤ＝ＡＤ　……③
①，②，③より，
（**２辺とその間の角がそれぞれ等しい**）ので，
△ＡＢＤ≡△ＡＣＤ
よって，［**合同な図形では対応する角の大きさは等しい**］から，
∠Ｂ＝∠Ｃ

(1)　上の証明を参考にするとよい。

答え　２辺とその間の角がそれぞれ等しい

(2)　上の証明を参考にするとよい。

答え　合同な図形では対応する角の大きさは等しい

(3)　頂角の二等分線は，底辺を垂直に２等分する。

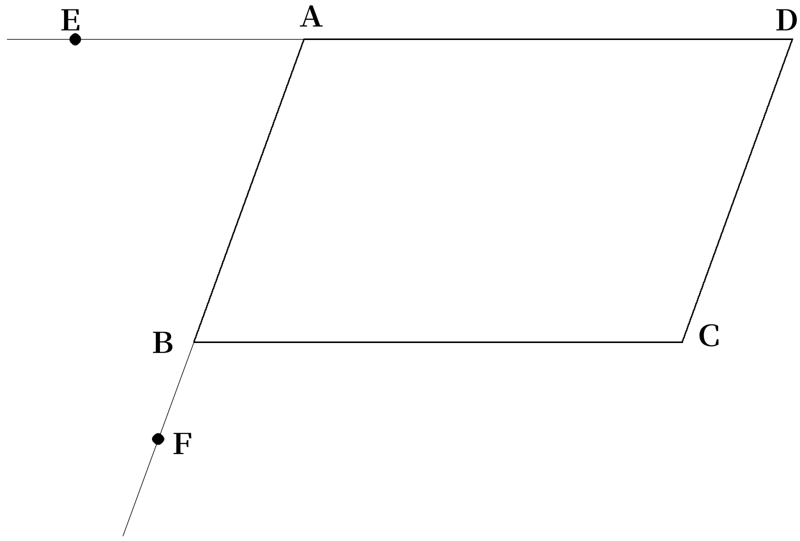
答え　ア

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑤

5

証明は次の通り。



上の図の▱ＡＢＣＤで，辺ＤＡの延長上に点Ｅをとり，辺ＡＢの延長上に点Ｆをとる。
▱ＡＢＣＤだから，ＡＤ//ＢＣ。よって，

∠ＤＡＢ＝（　∠ＣＢＦ　）　……①

また，ＡＢ//ＤＣより，

（　∠ＣＢＦ　）＝∠Ｃ　……②

①，②より，

∠ＤＡＢ＝∠Ｃ　……③

同様に，ＡＤ//ＢＣより，

∠ＡＢＣ＝（　∠ＥＡＢ　）　……④

また，ＡＢ//ＤＣより，

（　∠ＥＡＢ　）＝∠Ｄ　……⑤

④，⑤より，

∠ＡＢＣ＝∠Ｄ　……⑥

よって③，⑥より，平行四辺形の向かい合う角は等しい。

(1)　上の証明を参考に考えるとよい。

答え　ア……∠ＣＢＦ（または，∠ＦＢＣ）
イ……∠ＥＡＢ（または，∠ＢＡＥ）

(2)　答えは次のとおり。

答え　①……イ，②……ウ
④……ウ，⑤……イ

(3)　平行四辺形の性質は，イだけである。

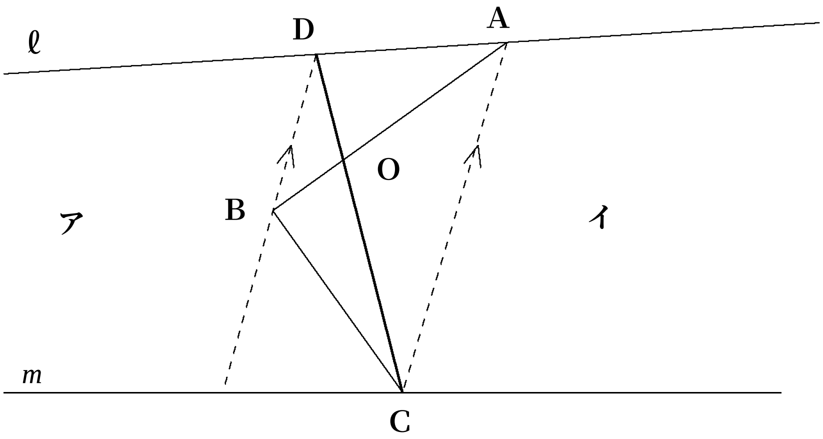
答え　イ

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑥

６　解答は下のとおり。

(1)



①線分ＡＣをひく。

②線分ＡＣと平行で，点Ｂを通る直線をひく。

③直線ℓと②の直線の交点をＤとすると，△ＡＢＣと△ＡＤＣは底辺が共通で，高さが等しいので，△ＡＢＣと△ＡＤＣの面積は等しい。

④境界線をＡＢからＣＤとすると，△ＢＯＣがアの土地になるが，その代わり△ＤＯＡが新たにイの土地になる。よって，

△ＡＢＣ＝△ＡＤＣより，両辺から△ＡＯＣの面積をひくと，

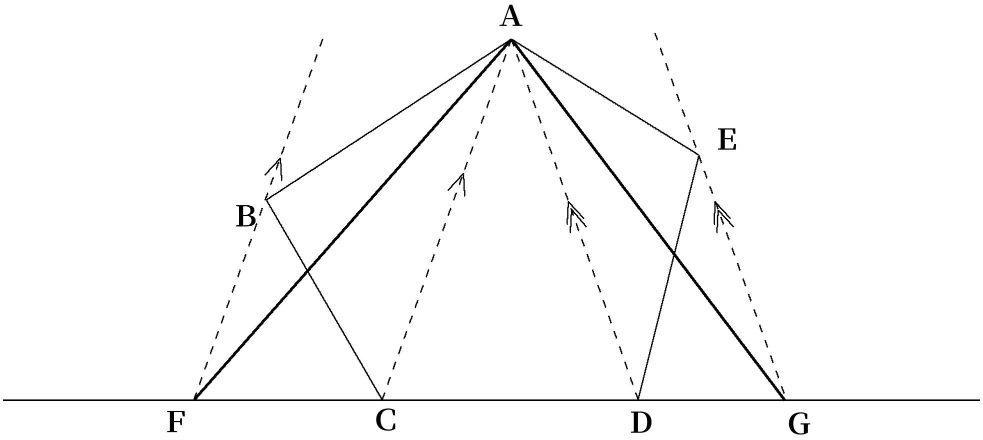
△ＡＢＣ－△ＡＯＣ＝△ＡＤＣ－△ＡＯＣ

△ＢＯＣ＝△ＤＯＡ

となり，ア，イの面積は変わらない。

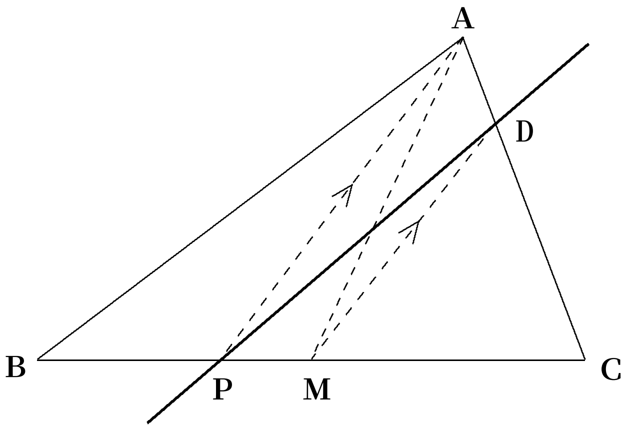
⑤よって，線分CDが新しい境界になる。

(2)



①線分ACをひく。
②線分ＡＣに平行で，点Ｂを通る直線をひき，直線CDとの交点を点Ｆとする。
△ABCと△AFCは，底辺（AC）が共通で，高さが等しいので，面積が等しい。
△ABC＝△AFC
③線分ＡＤをひく。
④線分ＡＤに平行で，点Ｅを通る直線をひき，直線CDとの交点を点Ｇとする。
△AEDと△AGDは，底辺（AD）が共通で，高さが等しいので，面積が等しい。
△AED＝△AGD
⑤五角形ABCDE＝△ABC＋△ACD＋△AED
＝△AFC＋△ACD＋△AGD
＝△AFG

(3)

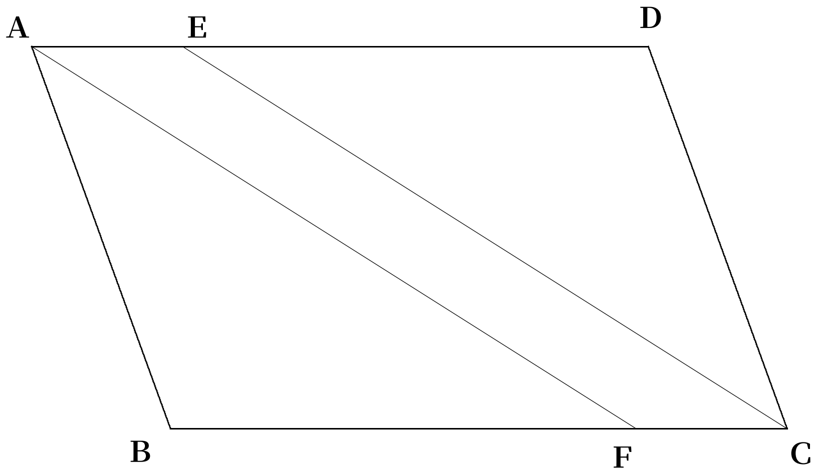


①線分AM, APをひく。
②線分APと平行で点Mを通る直線をかき，ACとの交点をＤとする。
AMは△ＡＢＣの面積の二等分線である。また，△APMと△APDは，底辺（AP）が共通で，高さも等しいので面積は等しい。よって，△APM＝△APD。
③よって，点Ｐと点Ｄを結ぶ直線が△ABCを点Ｐを通って２等分する直線である。

知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑦

７　解答は下の通り。



証明

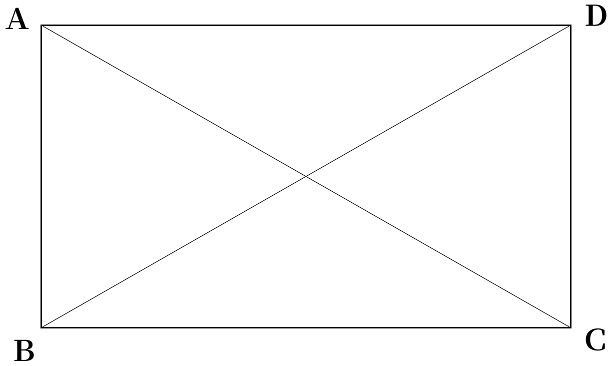
四角形ＡＦＣＥで，
四角形ＡＢＣＤが平行四辺形であることより，向かい合う辺はそれぞれ平行なので，
（　　ＡＥ//ＣＦ　　）……①
仮定から，
（　　ＡＥ＝ＣＦ　　）……②
①，②から，
（１組の向かい合う辺が等しくて平行）から
四角形ＡＦＣＥは平行四辺形になる。

答え　ア……ＡＥ//ＣＦ　　イ……ＡＥ＝ＣＦ
ウ……１組の向かい合う辺が等しくて平行

■知識･技能の習得を図る問題[解答]　　　年　　組　　号　氏名

■練習問題⑧

8



【証明】

△ABCと△DCBで，四角形ABCDが長方形であれば，

AB　＝（　**DC**　）

∠ABC　＝（　**∠DCB**　）＝90°

共通な辺だから　BC　＝（　**CB**　）

よって，（　**２辺とその間の角がそれぞれ等しい**　）ので，

△ABC≡△DCB

だから，

AC＝BD

となる。

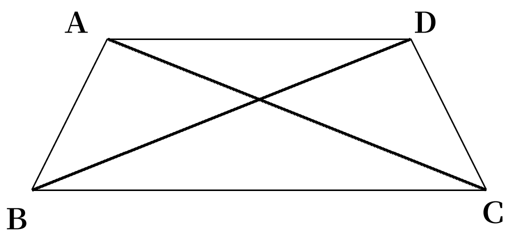
(1)　上の証明を参考にするとよい。

答え　①……DC　②……CB　③……∠DCB
④……２辺とその間の角がそれぞれ等しい

(2)　仮定と結論を入れかえるとよい。

答え　AC＝BDならば四角形ABCDは長方形である

(3)　四角形ABCDでAC＝BDであったとしても，次のような台形が考えられる。



答え　正しくない。