

中学校数学科

2 年生

5 図形の性質と証明

[問題]

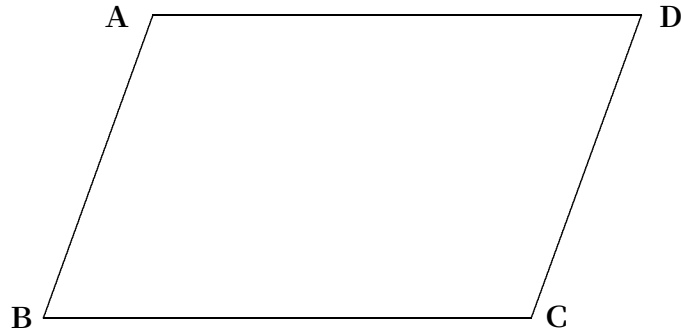
中学校

年 組 号 氏名

■知識・技能の習得を図る問題 年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査 A問題 ①

- 1 下の四角形ABCDにおいて、「 $AB \parallel DC$, $AB = DC$ 」が成り立っています。このことは平行四辺形になるための条件に当てはまっているので、四角形は平行四辺形になることが分かります。【H19】



上の下線部「 $AB \parallel DC$, $AB = DC$ 」が表しているものを、下のアからオの中から1つ選びなさい。

- ア 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。
- イ 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。
- ウ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい。
- エ 対角線がそれぞれの中点で交わる。
- オ 1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい。

■知識・技能の習得を図る問題 年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査 A問題 ②

2 下のように「平行四辺形の2組の向かい合う辺はそれぞれ等しい」ことを証明しました。【H19】

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。

$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において、

平行線の錯角は等しいから、

$AB \parallel DC$ より、

$$\angle BAC = \angle DCA$$

..... ①

$AD \parallel BC$ より、

$$\angle BCA = \angle DAC$$

..... ②

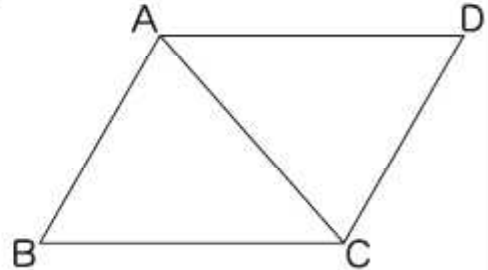
また、 $AC = CA$ (AC は共通) ③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

よって、 $AB = CD$ 、 $BC = DA$

したがって、平行四辺形の2組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。



ある学級で、この証明について下のアからエのような意見が出されました。正しいものを1つ選びなさい。

ア 上のように証明しても、平行四辺形の2組の向かい合う辺がそれぞれ等しいかどうかは測って確認しなければならない。

イ 上のように証明しても、ほかの平行四辺形については、2組の向かい合う辺がそれぞれ等しいことを、もう一度証明する必要がある。

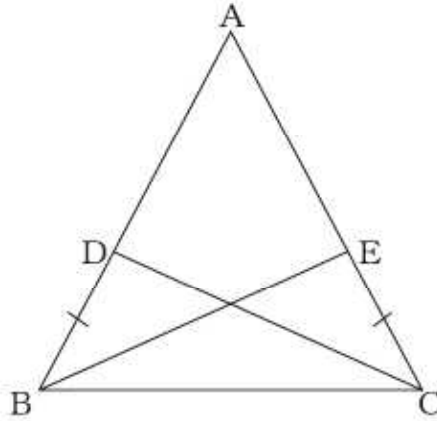
ウ 上の証明から、すべての平行四辺形で、2組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことが分かる。

エ 上の証明から、台形の2組の向かい合う辺はそれぞれ等しいことも分かる。

知識・技能の習得を図る問題 年 組 号 氏名

全国学力・学習状況調査 A問題 ③

3 下の図のような $AB=AC$ の二等辺三角形 ABC があります。辺 AB 、辺 AC 上に $BD=CE$ となる点 D 、点 E をそれぞれとります。このとき、 $CD=BE$ となることを、次のように証明しました。【H19】


証明

$\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ において、
 仮定から、 $BD = CE$ ①
 $\triangle ABC$ は二等辺三角形なので底角は等しいから、
 $\angle DBC = \angle ECB$ ②
 また、 $BC = CB$ (BC は共通) ③
 ①、②、③より、 から、
 $\triangle DBC \equiv \triangle ECB$
 したがって、 $CD = BE$

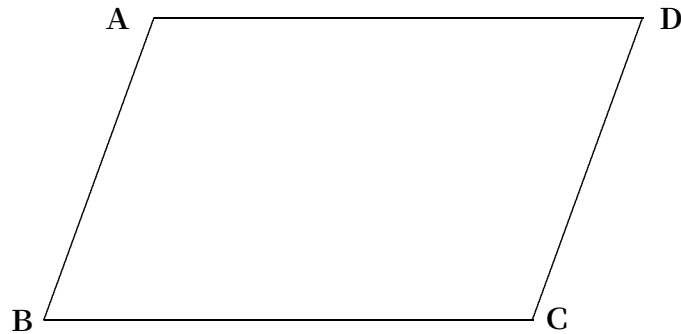
上の に当てはまる三角形の合同条件を、下のアからオの中から1つ選びなさい。

- ア 3辺がそれぞれ等しい
- イ 2辺とその間の角がそれぞれ等しい
- ウ 1辺とその両端の角がそれぞれ等しい
- エ 直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい
- オ 直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい

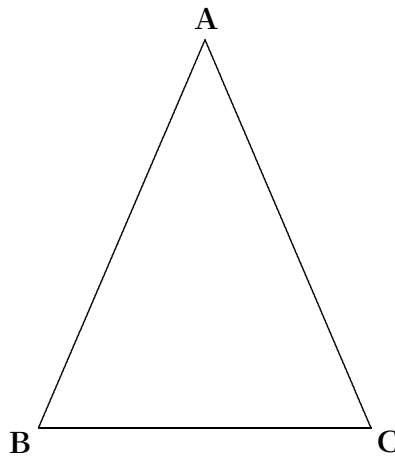
■知識・技能の習得を図る問題 年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査 A問題 ④

- 4 四角形は、1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいとき，平行四辺形になります。下線部を，下の図の四角形ABCDの辺と，記号//，= を使って表しなさい。【H20】



- 5 次の図で， $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形です。【H21】



二等辺三角形の2つの底角は等しいといえます。下線部を，上の図の頂点を表す記号と，記号 $\angle$ ，=を使って表しなさい。

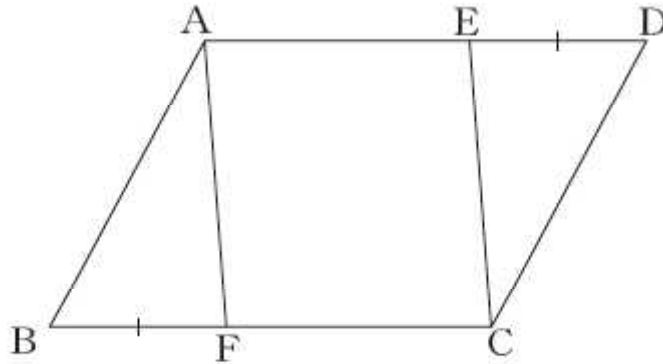
■知識・技能の習得を図る問題

年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査 A問題 ⑤

5 平行四辺形ABCDの辺AD, 辺BC上に, $DE=BF$ となるような点E, 点Fをそれぞれとるとき, $AF=CE$ となることを, ある学級では, 下の図1をかいて証明しました。【H20】

図 1



証明

$\triangle ABF$ と $\triangle CDE$ において

四角形 ABCD は平行四辺形だから,

$$AB = CD \quad \cdots \cdots \text{①}$$

$$\angle ABF = \angle CDE \quad \cdots \cdots \text{②}$$

仮定から, $BF = DE \quad \cdots \cdots \text{③}$

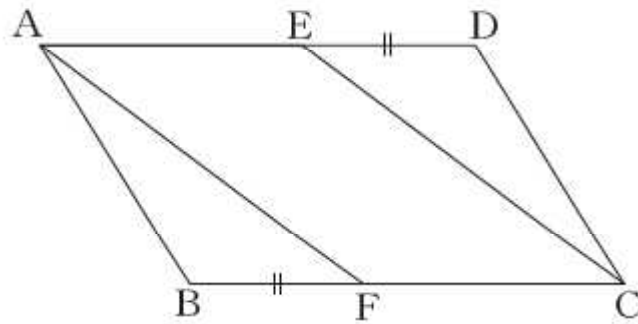
①, ②, ③より, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいから,

$$\triangle ABF \equiv \triangle CDE$$

したがって, $AF = CE$

この証明のあと、図1と形の違う図2のような平行四辺形ABCDについても、同じように $AF=CE$ となるかどうかを考えてみたところ、下のアからエのような意見が出ました。正しいものを1つ選びなさい。

図2

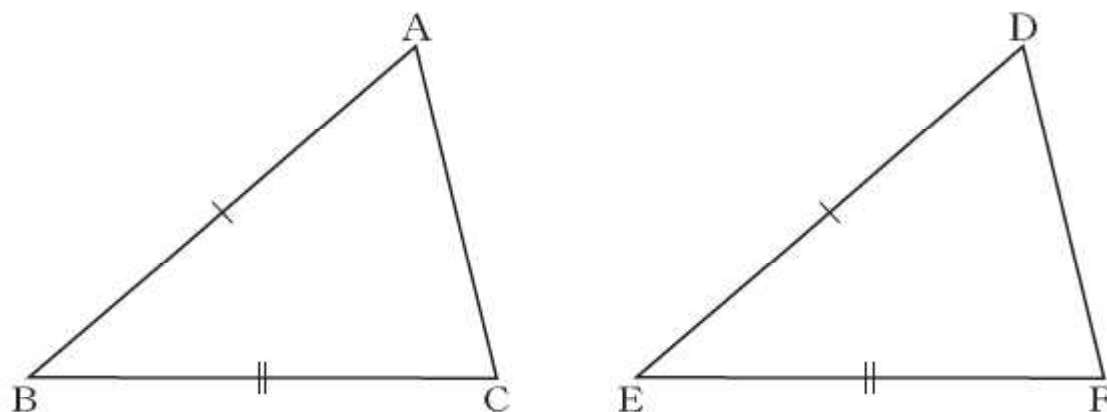


- ア 図2の場合も、 $AF=CE$ であることは、すでに前ページの証明で示されている。
- イ 図2の場合は、 $AF=CE$ であることを、改めて証明する必要がある。
- ウ 図2の場合は、 $AF=CE$ であることを、それぞれの長さを測って確認しなければならない。
- エ 図2の場合は、 $AF=CE$ ではない。

知識・技能の習得を図る問題 年 組 号 氏名

全国学力・学習状況調査 A問題 ⑥

7 次の図で、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを証明しようとしています。 $AB=DE$, $BC=EF$ であることは分かっています。【H21】



三角形の合同条件を用いて証明するために、あと1つどのようなことが分かればよいですか。
下の を完成しなさい。

・ 分かっていること

$$AB = DE$$

$$BC = EF$$

・ 分かればよいこと

$\quad \quad \quad = \quad \quad \quad$

知識・技能の習得を図る問題 年 組 号 氏名

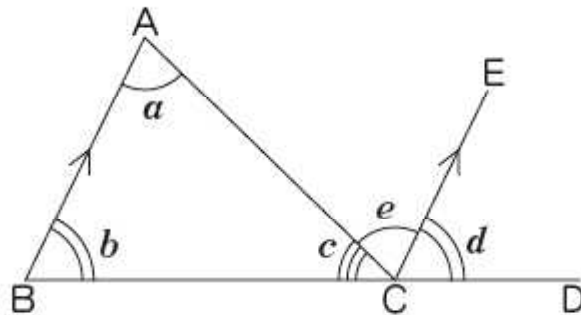
全国学力・学習状況調査 A問題 ⑦

8 ある学級で、「三角形の内角の和は 180° である」ことの証明について、次の①、②を比べて考えています。【H21】

①

下の図の $\triangle ABC$ で、

辺BCを延長した直線上の点をDとし、点Cを通り辺BAに平行な直線CEをひく。



平行線の錯角は等しいから、 $\angle a = \angle e$

平行線の同位角は等しいから、 $\angle b = \angle d$

したがって、

$$\begin{aligned}\angle a + \angle b + \angle c &= \angle e + \angle d + \angle c \\ &= 180^\circ\end{aligned}$$

よって、三角形の内角の和は 180° である。

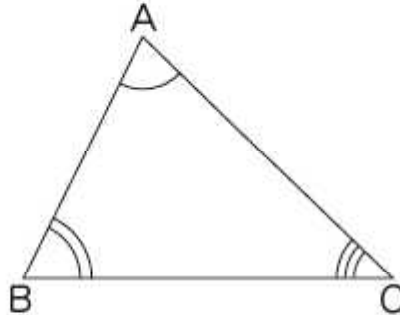
②

下の図の $\triangle ABC$ で、
3つの角の大きさをそれぞれ測ると、

$$\angle A = 72^\circ$$

$$\angle B = 64^\circ$$

$$\angle C = 44^\circ$$



したがって、

$$\begin{aligned}\angle A + \angle B + \angle C &= 72^\circ + 64^\circ + 44^\circ \\ &= 180^\circ\end{aligned}$$

よって、三角形の内角の和は 180° である。

どんな三角形でも内角の和は 180° であることの証明について、下のアからオまでのの中から正しいものを1つ選びなさい。

ア ①も②も証明できている。

イ ①は証明できており、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

ウ ①は証明できているが、②は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめても証明したことにはならない。

エ ①も②も形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになる。

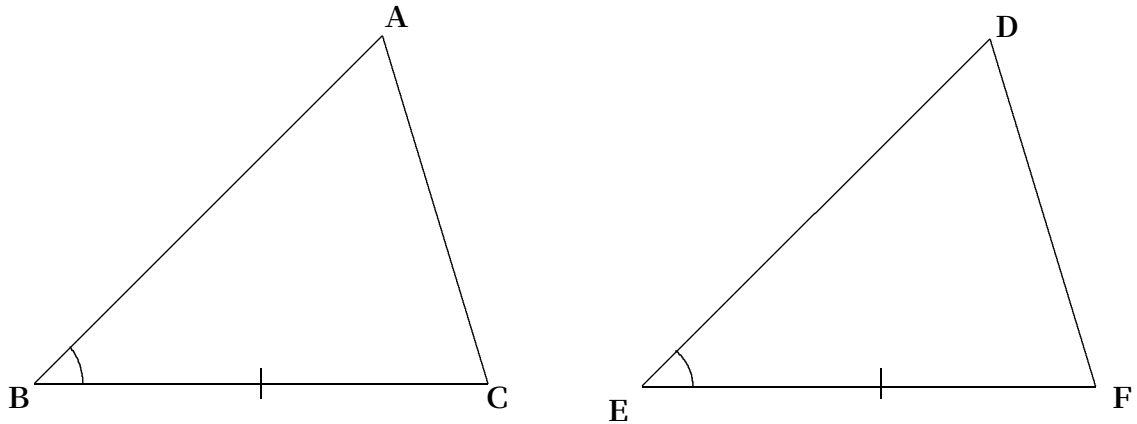
オ ①は形の違うたくさんの三角形で同じように確かめれば証明したことになるが、②はそれでも証明したことにはならない。

■知識・技能の習得を図る問題

年 組 号 氏名

■練習問題①

- 1 次の図で, $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ が合同であることを証明しようとしています。 $BC = EF$, $\angle ABC = \angle DEF$ であることは分かっています。



三角形の合同条件を用いて証明するために, あと1つどのようなことが分かればよいですか。
 下の = に分かればよいことを書きなさい。

・分かっていること

$$BC = EF$$

$$\angle ABC = \angle DEF$$

・分かればよいこと

$$=$$

■練習問題②

2 次の問いに答えなさい。

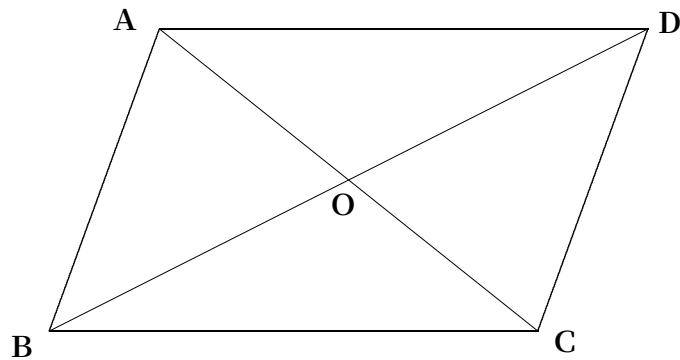
- (1) 下の四角形ABCDは、2組の向かいあう辺がそれぞれ平行であるとき，平行四辺形になります。

下線部を，下の図の四角形ABCDの辺と，記号//を使って表すと，

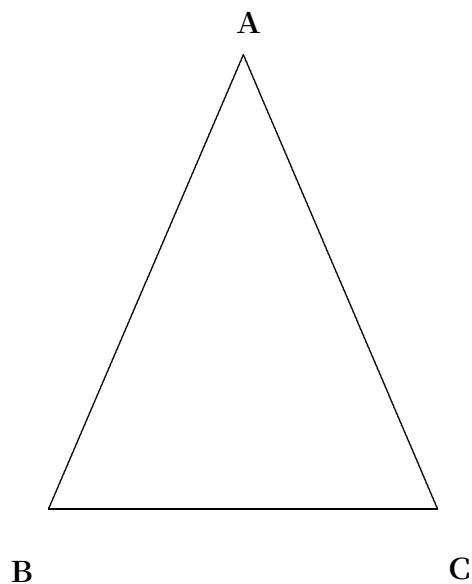
「 $AD//BC$ ， $AB//DC$ 」

となります。

この他にもあと4つ平行四辺形になるための条件があります。その4つの条件を記号 $\angle$ ， $//$ ， $=$ などを使って表しなさい。ただし，点Oは四角形の対角線AC，BDの交点とします。



(2) 次の図で、 $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形です。



この二等辺三角形に、『 $AB=BC$ 』（または $AC=BC$ ）という条件が付け加われば正三角形になります。これ以外に、付け加えれば $\triangle ABC$ が正三角形になる条件があります。その条件を記号で答えなさい。

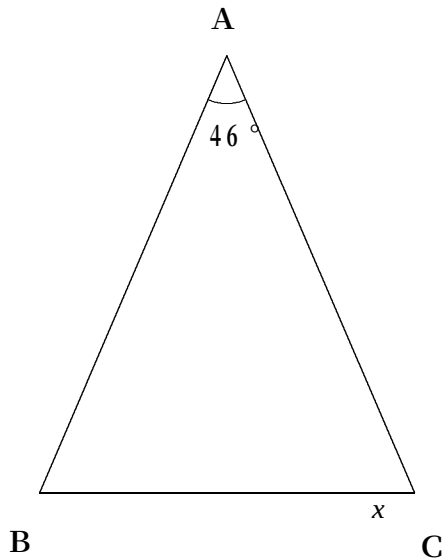
知識・技能の習得を図る問題

年 組 号 氏名

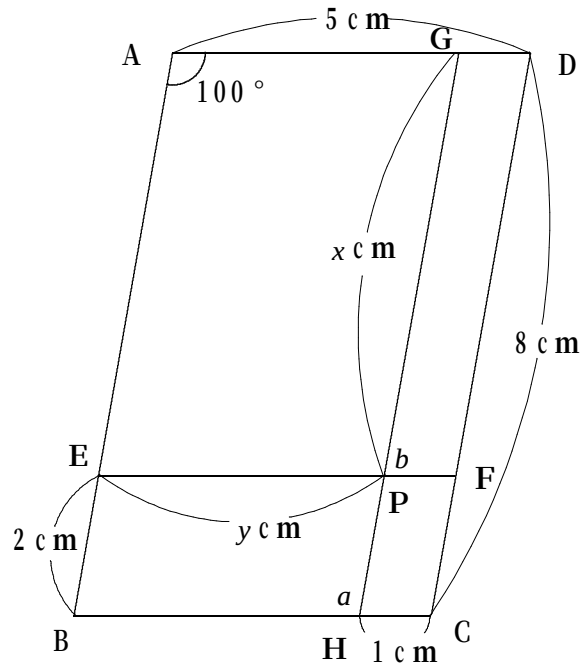
練習問題③

3 次の角度や辺の長さを求めなさい。

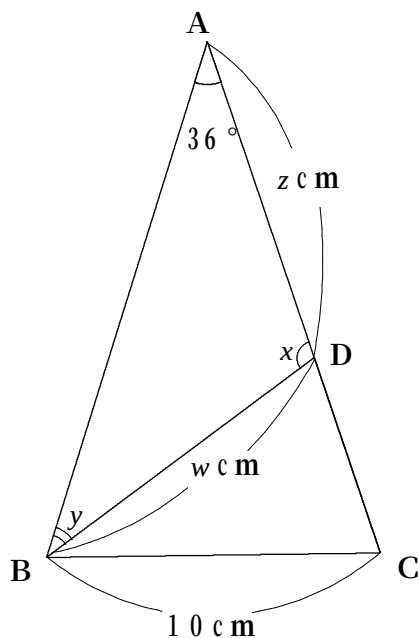
- (1) $\triangle ABC$ が $AB=AC$ の二等辺三角形のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



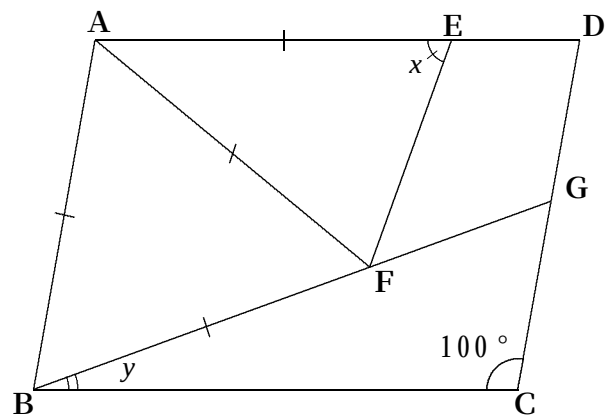
- (2) 四角形 $ABCD$ が平行四辺形で、 $AB \parallel GH$, $AD \parallel EF$ のとき、 x, y の値と、 $\angle a, \angle b$ の大きさをそれぞれ求めなさい。



- (3) $\triangle ABC$ は $AB=AC$ の二等辺三角形です。 $\angle B$ の二等分線と辺 AC との交点を D とする。このとき、 w, z の値と、 $\angle x, \angle y$ の大きさを、それぞれ求めなさい。



- (4) 四角形 $ABCD$ は $\angle C = 100^\circ$ の平行四辺形で、 $\triangle ABF$ は AB を1辺とする正三角形とする。辺 AD 上に $AF=AE$ となる点 E をとり、 BF の延長と辺 DC の交点を G とする。このとき、 $\angle x, \angle y$ の大きさをそれぞれ求めなさい。



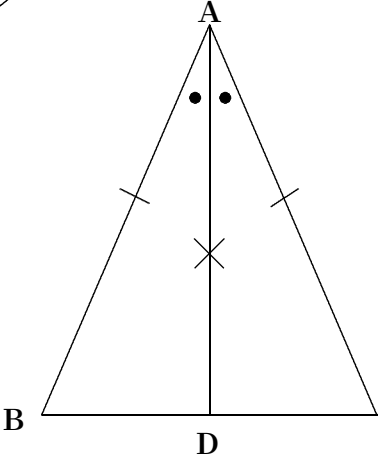
■知識・技能の習得を図る問題

年 組 号 氏名

■練習問題④

4 「二等辺三角形の底角は等しい」ことを下のように証明しました。あとの問いに答えなさい。

【証明】



AB = ACの二等辺三角形の、頂角の二等分線をひき、辺BCとの交点をDとする。

△ABDと△ACDで、

△ABCは二等辺三角形だから、

$AB = AC$ ……①

ADは∠Aの二等分線だから、

$\angle BAD = \angle CAD$ ……②

共通な辺だから、

$AD = AD$ ……③

①, ②, ③より、

() ので、

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$

よって、[] から、

$\angle B = \angle C$

(1) () にあてはまる三角形の合同条件を答えなさい。

(2) [] にあてはまる言葉を答えなさい。

(3) △ABDと△ACDの合同から、 $\angle B = \angle C$ 以外のことも分かります。その分かることを下のアからエの中から1つ選びなさい。

ア ADはBCを垂直に2等分する。

イ $AB = AD$ になる。

ウ $AB = BC = CA$ となり△ABCは正三角形になる。

エ $AB = AC$ の二等辺三角形△ABCでも、上の図と異なる場合は常に、 $\angle B = \angle C$ になるとは限らない。

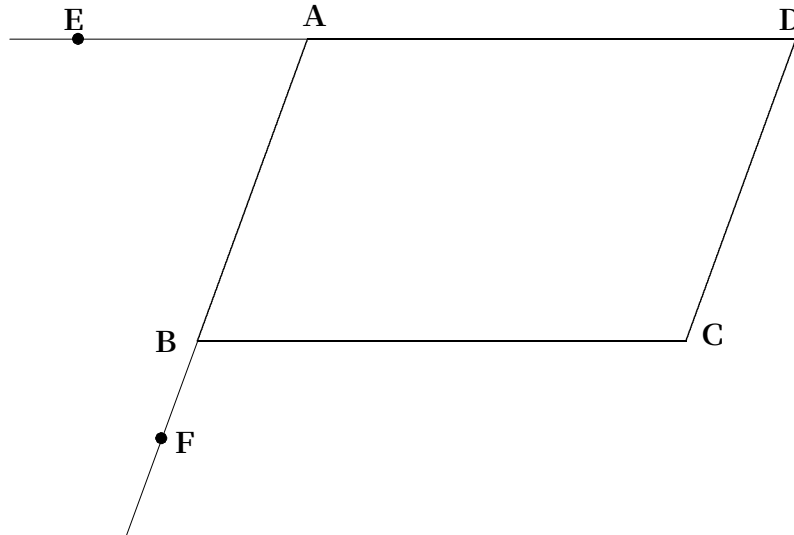
■知識・技能の習得を図る問題

年 組 号 氏名

■練習問題⑤

5 「平行四辺形の向かい合う角は等しい」ということを証明しました。あとの問いに答えなさい。

【証明】



上の図の $\square ABCD$ で、辺DAの延長上に点Eをとり、辺ABの延長上に点Fをとる。

$\square ABCD$ だから、 $AD \parallel BC$ 。よって、

$$\angle DAB = (\text{ア}) \quad \cdots \cdots ①$$

また、 $AB \parallel DC$ より、

$$(\text{ア}) = \angle C \quad \cdots \cdots ②$$

①、②より、

$$\angle DAB = \angle C \quad \cdots \cdots ③$$

同様に、 $AD \parallel BC$ より、

$$\angle ABC = (\text{イ}) \quad \cdots \cdots ④$$

また、 $AB \parallel DC$ より、

$$(\text{イ}) = \angle D \quad \cdots \cdots ⑤$$

④、⑤より、

$$\angle ABC = \angle D \quad \cdots \cdots ⑥$$

よって③、⑥より、平行四辺形の向かい合う角は等しい。

(1) (ア), (イ) にあてはまる記号をかきなさい。

(2) ①, ②, ④, ⑤の根拠となることがらを下のアからエの中からそれぞれ1つずつ選びなさい。

ア 対頂角が等しいから

イ 同位角が等しいから

ウ 錯角が等しいから

エ 三角形の内角の和は 180° だから

(3) 平行四辺形の性質は、上で証明したことの他にもまだいくつかあります。平行四辺形の性質として正しいものを下のアからオの中から1つ選びなさい。

ア $\angle A = \angle B$, $\angle C = \angle D$ である。

イ $\angle A + \angle B = 180^\circ$, $\angle C + \angle D = 180^\circ$ である。

ウ 対角線が垂直に交わっている。

エ 対角線の長さが等しい。

オ $AB = BC$, $AD = DC$ である。

■知識・技能の習得を図る問題

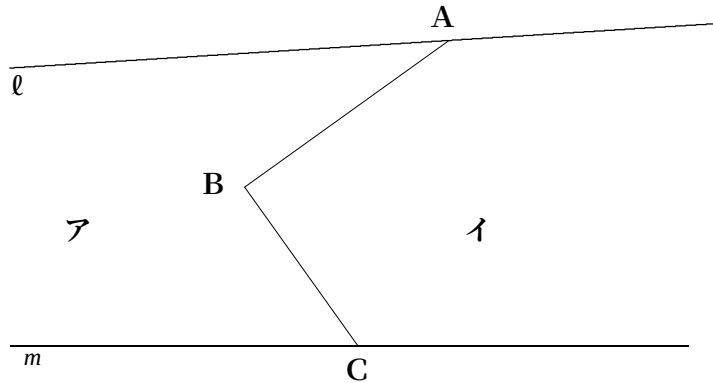
年 組 号 氏名

■練習問題⑥

6 次の問いに答えなさい。

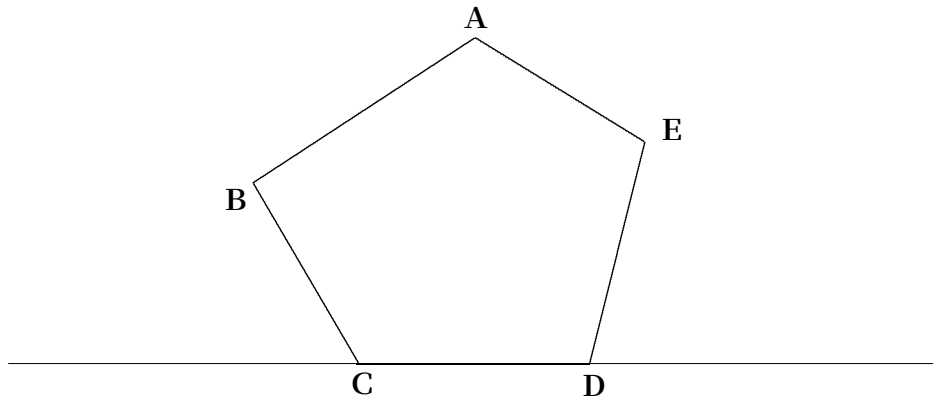
- (1) 下の図のように、直線 ℓ と m の間にあり、折れ線 ABC を境界とする2つの土地ア、イがあります。それぞれの土地の面積を変えないで、境界を点 C を通る線分 CD に改めるとき、点 D の位置を作図により求めなさい。

ただし、点 D は直線 ℓ 上にあるものとします。



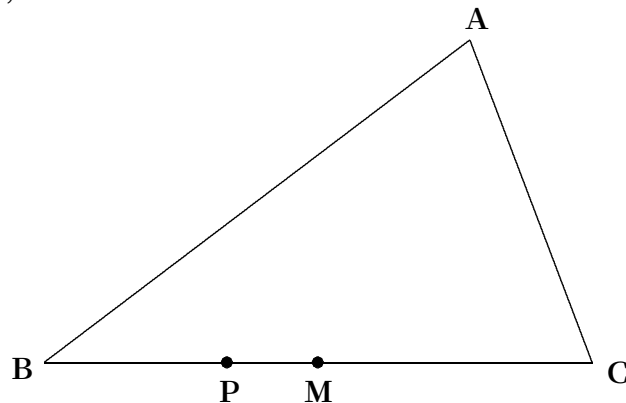
- (2) 次の五角形 $ABCDE$ と同じ面積の三角形 AFG を作図しなさい。

ただし、点 F, G は直線 CD 上にあるものとします。



- (3) 次の三角形 ABC で、点 P を通り、三角形 ABC の面積を2等分する直線をかきなさい。

ただし、点 M は、 BC の中点とします。

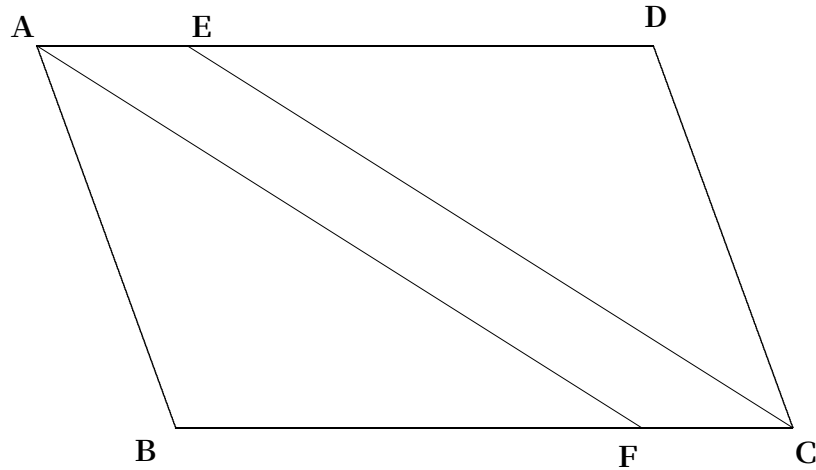


■知識・技能の習得を図る問題

年 組 号 氏名

■練習問題⑦

- 7 下の図のように、平行四辺形ABCDの辺AD, BC上に、 $AE=CF$ となる点E, Fをそれぞれとります。
このときできる四角形AFCEが平行四辺形なることを証明しました。あとの問いに答えなさい。



【証明】

四角形AFCEで、
四角形ABCDが平行四辺形であることより、向かい合う辺はそれぞれ
平行なので、

(ア) ……①

仮定から、

(イ) ……②

①, ②から、

(ウ) から

四角形AFCEは平行四辺形になる。

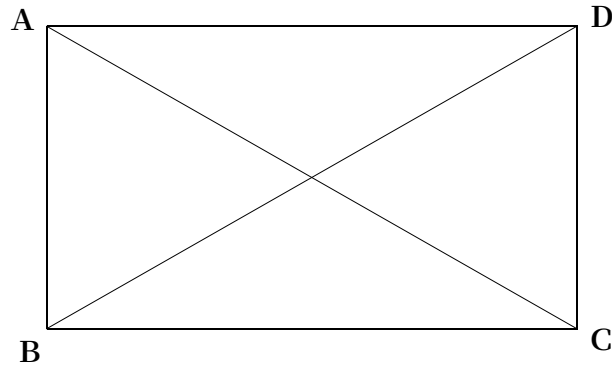
上の証明の中で、ア, イにはあてはまる式を、ウには平行四辺形になるための条件を答えなさい。

■知識・技能の習得を図る問題

年 組 号 氏名

■練習問題⑧

8 下の図の四角形ABCDで、卓也さんと紳太郎さんが証明を考えています。あとの問いに答えなさい。



卓也さんは、次のように、「四角形ABCDが長方形ならば $AC=BD$ である」ことを証明しました。

【証明】

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ で、四角形ABCDが長方形であれば、

$$AB = (\text{①})$$

$$\angle ABC = (\text{②}) = 90^\circ$$

共通な辺だから $BC = (\text{③})$

よって、(④) ので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

だから、

$$AC = BD$$

となる。

(1) 上の①から③には記号を、④には合同条件を書きなさい。

紳太郎さんは、卓也さんが証明した「四角形ABCDが長方形ならば $AC=BD$ である」ことの逆を証明しようとしていました。

(2) 上の のことがらの逆を答えなさい。

(3) (2)で答えた逆のことがらが、正しいか正しいとはいえないかを答えなさい。また、正しいとはいえない場合は、その例を1つ答えなさい。

中学校数学科
2 年生
5 図形の性質と証明
[解答]

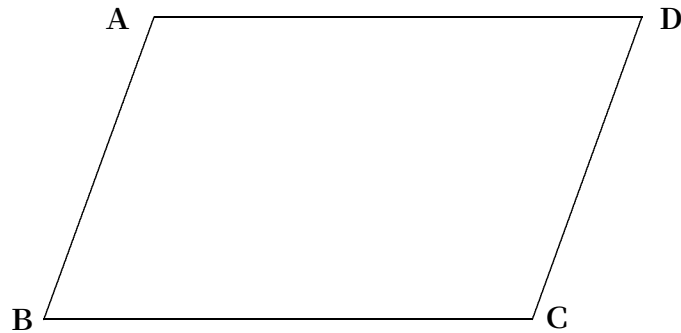
中学校

年 組 号 氏名

■全国学力・学習状況調査① A問題

1

平行四辺形になるための5つの条件を理解しておく必要がある。



平行四辺形になるための5つの条件は次の通り。

- ① 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行である。(定義)
- ② 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。
- ③ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい。
- ④ 対角線がそれぞれの中点で交わる。
- ⑤ 1組の向かい合う辺が平行で等しい。

「 $AB \parallel DC$, $AB = DC$ 」が表しているのは、1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しいことを表している。

答え オ

■全国学力・学習状況調査② A問題

2

証明

平行四辺形ABCDの対角線ACをひく。

$\triangle ABC$ と $\triangle CDA$ において、

平行線の錯角は等しいから、

$AB \parallel DC$ より、

$$\angle BAC = \angle DCA$$

..... ①

$AD \parallel BC$ より、

$$\angle BCA = \angle DAC$$

..... ②

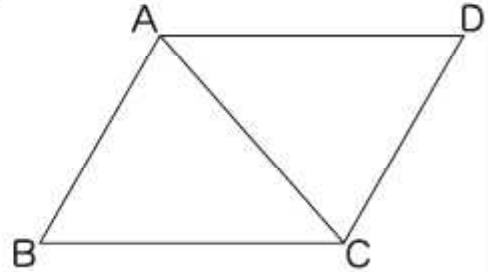
また、 $AC = CA$ (AC は共通) ③

①、②、③より、1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから、

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

よって、 $AB = CD$ 、 $BC = DA$

したがって、平行四辺形の2組の向かい合う辺はそれぞれ等しい。

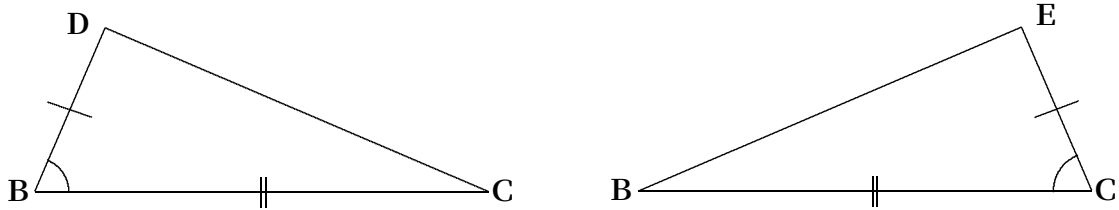


この証明は、どんな平行四辺形であっても同じように適用できる。

答え ウ

■全国学力・学習状況調査③ A問題

3 2つの三角形を抜き出して考えてみる。



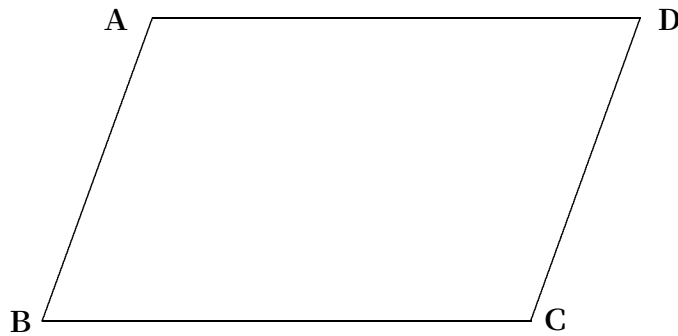
$\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ において、
 仮定から、 $BD = CE$ ①
 $\triangle ABC$ は二等辺三角形なので底角は等しいから、
 $\angle DBC = \angle ECB$ ②
 また、 $BC = CB$ （ BC は共通）③
 ①，②，③より， から，
 $\triangle DBC \equiv \triangle ECB$
 したがって、 $CD = BE$

①，②，③を図に表すと，合同条件が，2辺とその間の角がそれぞれ等しいことが分かる。

答え イ

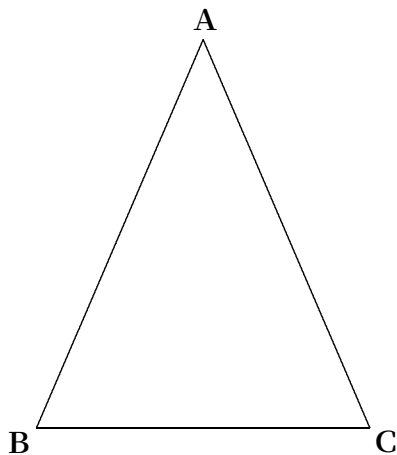
■全国学力・学習状況調査④ A問題

- 4 AD, BCの組と, AB, DCの組の2通りの場合があります。



答え $AB = DC, AB \parallel DC$
 または,
 $AD = BC, AD \parallel BC$

- 5 二等辺三角形の2つの底角は等しいことを記号で表す。この図形の場合は $AB = AC$ の二等辺三角形だから、底角は $\angle B$ と $\angle C$ になる。



答え $\angle B = \angle C$
 または,
 $\angle ABC = \angle ACB$ など

■全国学力・学習状況調査⑤ A問題

6

図 1

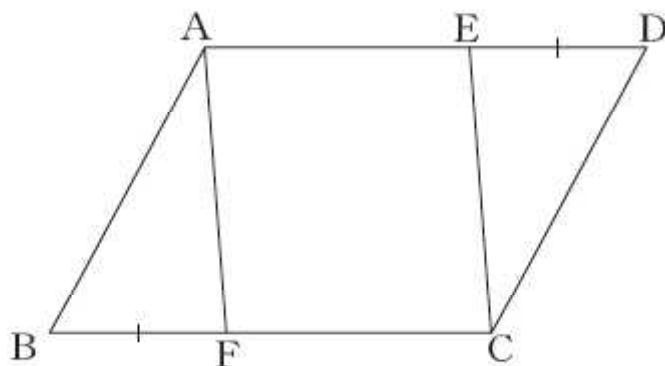


図 2

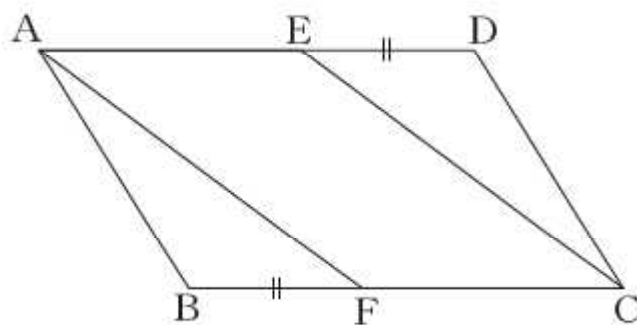
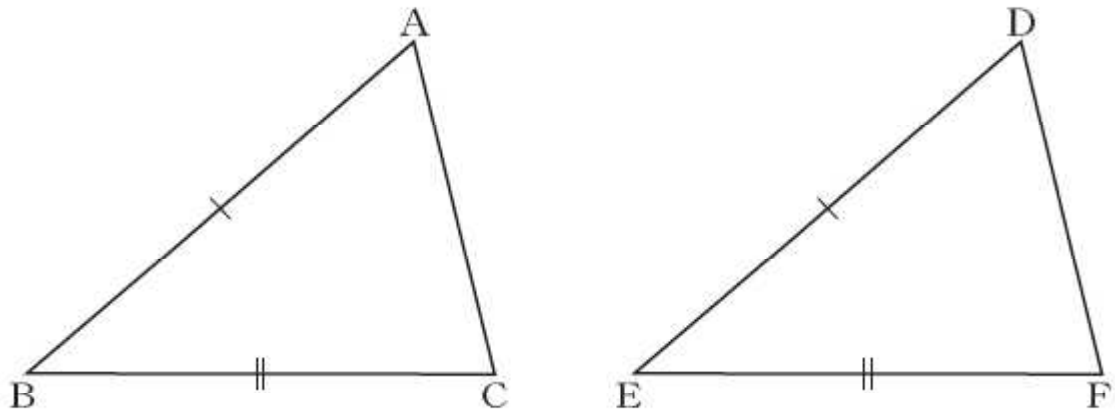


図1でも図2でも、同じように証明することができ、証明の一般性は失われない。

答え ア

■全国学力・学習状況調査⑥ A問題

7



・分かっていること

$$AB = DE$$

$$BC = EF$$

・分かればよいこと

=

2辺が等しいことが分かっているので、あとは間の角が等しいか、または、残りの辺が等しいことがいえればよい。

答え $\angle B = \angle E$ ($\angle ABC = \angle DEF$)

または、

$$AC = DF$$

■全国学力・学習状況調査⑦ A問題

8

どんな三角形でも内角の和は 180° であることの証明になっているかが問われている問題である。

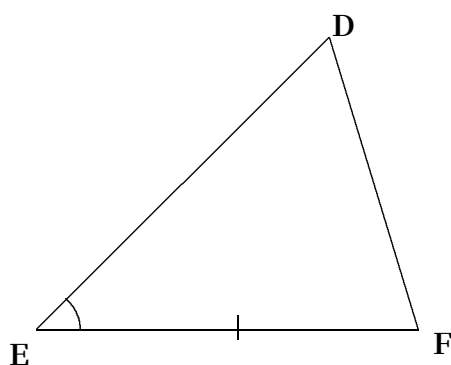
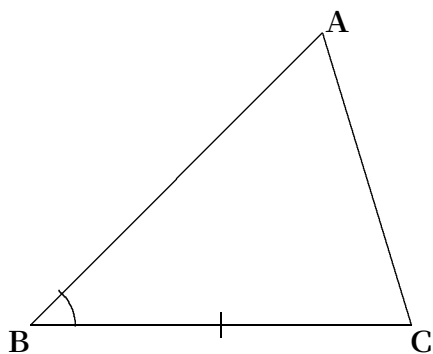
①は一般性が保たれており、どんな三角形でも内角の和は 180° ということが証明できている。

しかし、②の場合は、与えられた図の場合では成り立っているが、その他の三角形の1つ1つを検証しなければならないので、これは「どんな三角形でも内角の和は 180° であることの証明」にはなっていない。

答え ウ

■練習問題①

1



$BC = EF$, $\angle ABC = \angle DEF$ であることは分かっているので, あと1つ分かれば合同がいえる。

$AB = DE$ ならば, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいから合同がいえる。

$\angle C = \angle F$ ならば, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいから合同がいえる。

答え $AB = DE$

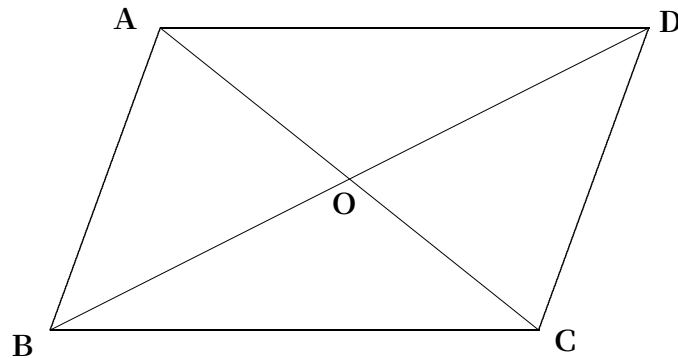
または

$\angle C = \angle F$ ($\angle ACB = \angle DFE$)

■練習問題②

2

(1)



平行四辺形になるための条件は次の5つ。(矢印の右側は、記号で表したもの)

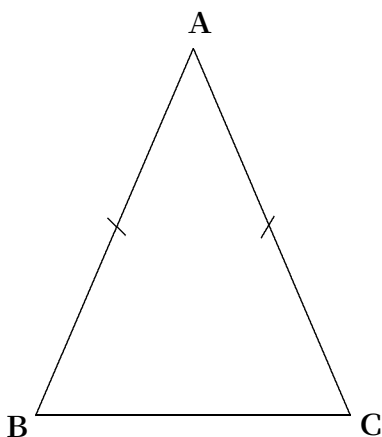
- ① 2組の向かい合う辺がそれぞれ平行 (定義)。→ 「 $AB \parallel DC, AD \parallel BC$ 」
- ② 2組の向かい合う辺がそれぞれ等しい。→ 「 $AB = DC, AD = BC$ 」
- ③ 2組の向かい合う角がそれぞれ等しい。→ 「 $\angle BAD = \angle DCB,$
 $\angle ABC = \angle CDA$ 」
- ④ 対角線がそれぞれの中点で交わる。→ 「 $AO = CO, BO = DO$ 」
- ⑤ 1組の向かい合う辺が等しくて平行。→ 「 $AB = DC, AB \parallel DC$ 」または,
「 $AD = BC, AD \parallel BC$ 」

答え

- $AB = DC, AD = BC$
- $\angle BAD = \angle DCB, \angle ABC = \angle CDA$
- $AO = CO, BO = DO$
- $AB = DC, AB \parallel DC$

または,
 $AD = BC, AD \parallel BC$

(2)



二等辺三角形だから、底角は等しい。
よって、

$$\angle B = \angle C$$

これに、 $\angle A$ が等しいことがいえれば、 $\triangle ABC$ は、
正三角形になる。

答え $\angle A = \angle B$
または,
 $\angle A = \angle C$

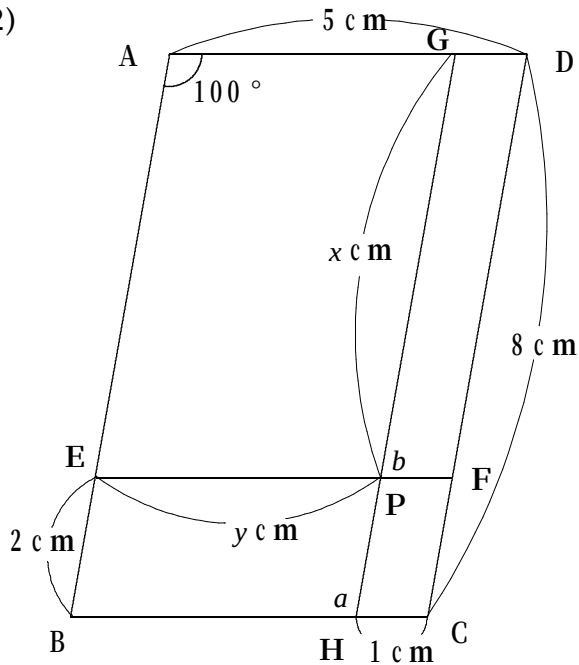
■練習問題③

3

$$(1) \quad \angle x = (180^\circ - 46^\circ) \div 2 \\ = 67^\circ$$

答え $\angle x = 67^\circ$

(2)



$\square ABCD$ で、与えられた条件から、中に
できる四角形はすべて平行四辺形である。
よって、平行四辺形の性質から、

$$x = 8 - 2 = 6$$

$$y = 5 - 1 = 4$$

となる。また、

$$\angle a = \angle A = 100^\circ$$

$$\angle b = 180^\circ - \angle GPE$$

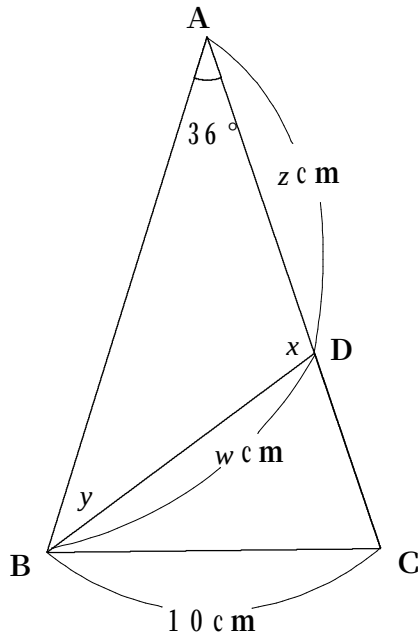
$$= 180^\circ - \angle A$$

$$= 180^\circ - 100^\circ$$

$$= 80^\circ$$

答え $x = 6 \text{ cm}$, $y = 4 \text{ cm}$
 $\angle a = 100^\circ$, $\angle b = 80^\circ$

(3)



$\triangle ABC$ は二等辺三角形だから、

$$\begin{aligned}\angle B &= \angle C \\ &= (180^\circ - 36^\circ) \div 2 \\ &= 72^\circ\end{aligned}$$

また、 $\angle DBC$ は $\angle B$ の半分だから、

$$\begin{aligned}\angle y &= \angle DBC \\ &= 72^\circ \div 2 \\ &= 36^\circ \\ \angle y &= 36^\circ\end{aligned}$$

一方、

$$\begin{aligned}\angle CDB &= 180^\circ - \angle C - \angle DBC \\ &= 180^\circ - 72^\circ - 36^\circ \\ &= 72^\circ\end{aligned}$$

よって、 $\triangle BDC$ も底角が 72° の二等辺三角形になる。

したがって、

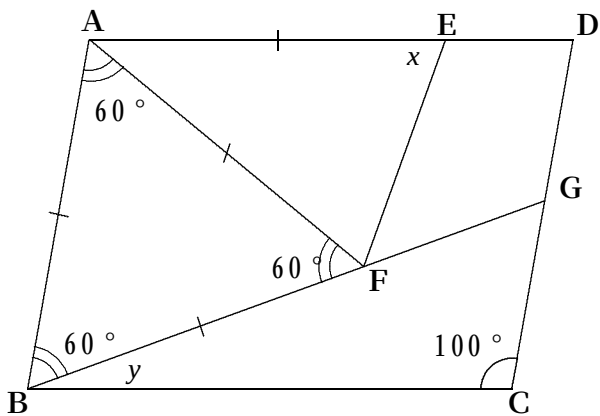
$$\begin{aligned}BC &= BD \\ &= 10\text{ cm}\end{aligned}$$

また、 $\triangle ABD$ も二等辺三角形になる。このことから、角度や辺の長さが求められる。

$$\begin{aligned}AD &= BD \\ \angle x &= 180^\circ - 36^\circ \times 2 \\ &= 108^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{答え} \quad \angle x &= 108^\circ, \angle y = 36^\circ \\ w &= z = 10\text{ cm}\end{aligned}$$

(4)



四角形ABCDは平行四辺形より、2組の向かいあう角はそれぞれ等しいから、

$$\angle BAE = \angle C = 100^\circ$$

$\triangle ABF$ は正三角形だから、

$$\begin{aligned}\angle EAF &= \angle BAE - 60^\circ \\ &= 100^\circ - 60^\circ \\ &= 40^\circ\end{aligned}$$

よって、

$$\begin{aligned}\angle x &= (180^\circ - 40^\circ) \div 2 \\ &= 70^\circ\end{aligned}$$

また、

$$\angle BAD = \angle C = 100^\circ, \angle ABC = \angle D,$$

四角形の内角の和は 360° だから、

$$\angle BAE + \angle ABC + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$2 \times \angle ABC + 100^\circ + 100^\circ = 360^\circ$$

よって、

$$\angle ABC = 80^\circ$$

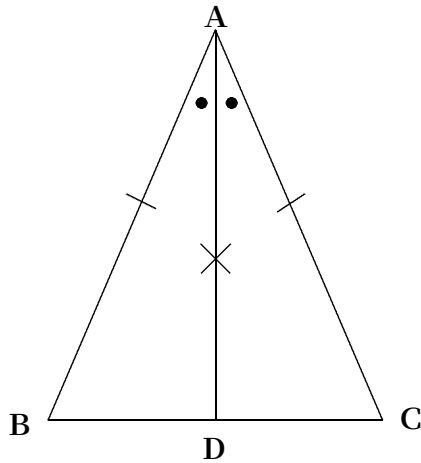
これから、

$$\begin{aligned}\angle y &= 80^\circ - \angle ABF \\ &= 80^\circ - 60^\circ \\ &= 20^\circ\end{aligned}$$

答え $\angle x = 70^\circ, \angle y = 20^\circ$

■練習問題④

4



$AB=AC$ の二等辺三角形の、頂角の二等分線をひき、辺 BC との交点を D とする。

$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ で、

$\triangle ABC$ は二等辺三角形だから、

$$AB = AC \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

AD は $\angle A$ の二等分線だから、

$$\angle BAD = \angle CAD \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

共通な辺だから、

$$AD = AD \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③より、

(2辺とその間の角がそれぞれ等しい) ので、

$$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

よって、[合同な図形では対応する角の大きさは等しい] から、

$$\angle B = \angle C$$

(1) 上の証明を参考にするとよい。

答え 2辺とその間の角がそれぞれ等しい

(2) 上の証明を参考にするとよい。

答え 合同な図形では対応する角の大きさは等しい

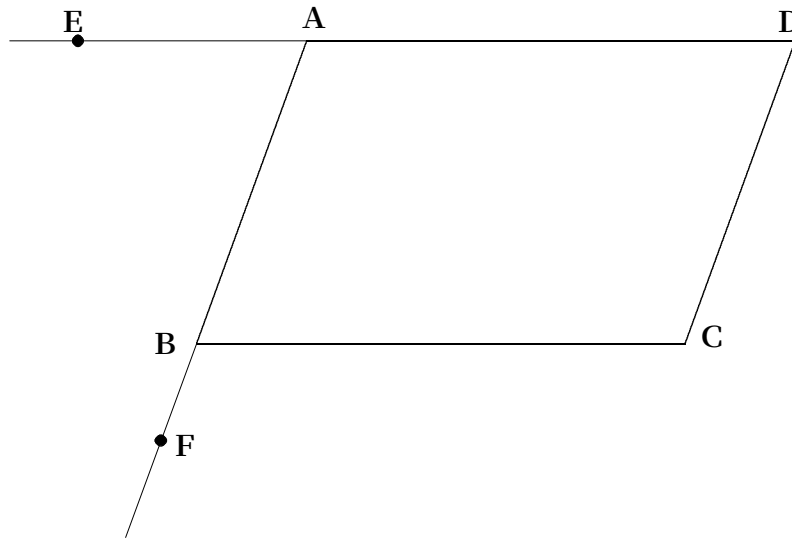
(3) 頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。

答え ア

■練習問題⑤

5

証明は次の通り。



上の図の $\square ABCD$ で、辺DAの延長上に点Eをとり、辺ABの延長上に点Fをとる。

$\square ABCD$ だから、 $AD \parallel BC$ 。よって、

$$\angle DAB = (\angle CBF) \quad \cdots \cdots ①$$

また、 $AB \parallel DC$ より、

$$(\angle CBF) = \angle C \quad \cdots \cdots ②$$

①、②より、

$$\angle DAB = \angle C \quad \cdots \cdots ③$$

同様に、 $AD \parallel BC$ より、

$$\angle ABC = (\angle EAB) \quad \cdots \cdots ④$$

また、 $AB \parallel DC$ より、

$$(\angle EAB) = \angle D \quad \cdots \cdots ⑤$$

④、⑤より、

$$\angle ABC = \angle D \quad \cdots \cdots ⑥$$

よって③、⑥より、平行四辺形の向かい合う角は等しい。

(1) 上の証明を参考に考えるとよい。

答え ア…… $\angle CBF$ (または, $\angle FBC$)
 イ…… $\angle EAB$ (または, $\angle BAE$)

(2) 答えは次のとおり。

答え ①……イ, ②……ウ
 ④……ウ, ⑤……イ

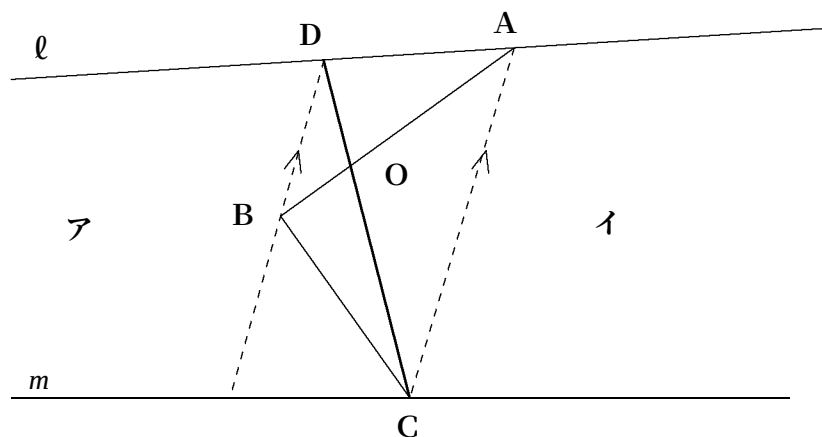
(3) 平行四辺形の性質は, イだけである。

答え イ

■練習問題⑥

6 解答は下のとおり。

(1)



①線分ACをひく。

②線分ACと平行で、点Bを通る直線をひく。

③直線ℓと②の直線の交点をDとすると、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ は底辺が共通で、高さが等しいので、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADC$ の面積は等しい。

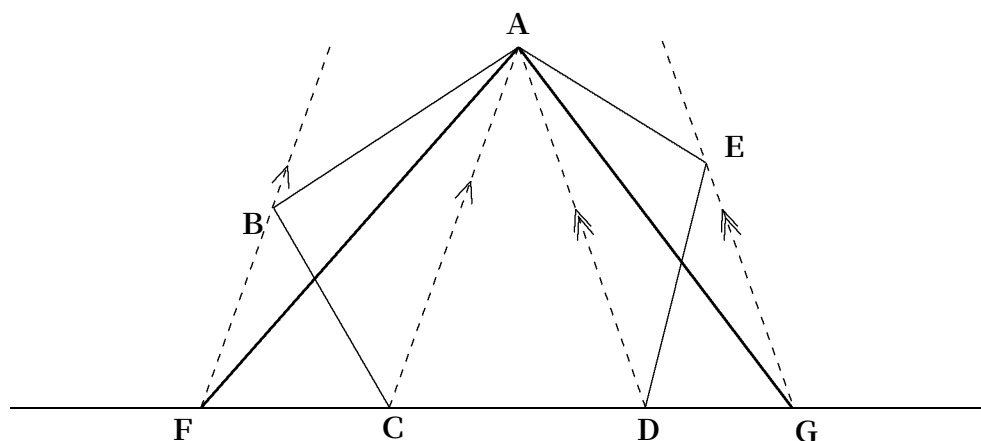
④境界線をABからCDとすると、 $\triangle BOC$ がアの土地になるが、その代わり $\triangle DOA$ が新たにイの土地になる。よって、

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \triangle ADC \text{より、両辺から}\triangle AOC\text{の面積をひくと、} \\ \triangle ABC - \triangle AOC &= \triangle ADC - \triangle AOC \\ \triangle BOC &= \triangle DOA \end{aligned}$$

となり、ア、イの面積は変わらない。

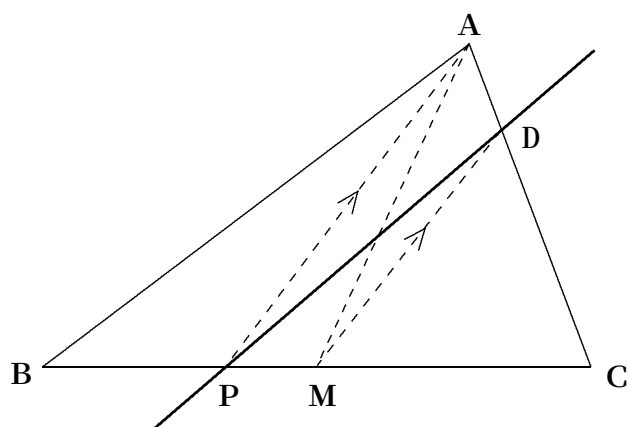
⑤よって、線分CDが新しい境界になる。

(2)



- ①線分ACをひく。
- ②線分ACに平行で、点Bを通る直線をひき、直線CDとの交点を点Fとする。
 $\triangle ABC$ と $\triangle AFC$ は、底辺（AC）が共通で、高さが等しいので、面積が等しい。
 $\triangle ABC = \triangle AFC$
- ③線分ADをひく。
- ④線分ADに平行で、点Eを通る直線をひき、直線CDとの交点を点Gとする。
 $\triangle AED$ と $\triangle AGD$ は、底辺（AD）が共通で、高さが等しいので、面積が等しい。
 $\triangle AED = \triangle AGD$
- ⑤五角形ABCDE = $\triangle ABC + \triangle ACD + \triangle AED$
 $= \triangle AFC + \triangle ACD + \triangle AGD$
 $= \triangle AFG$

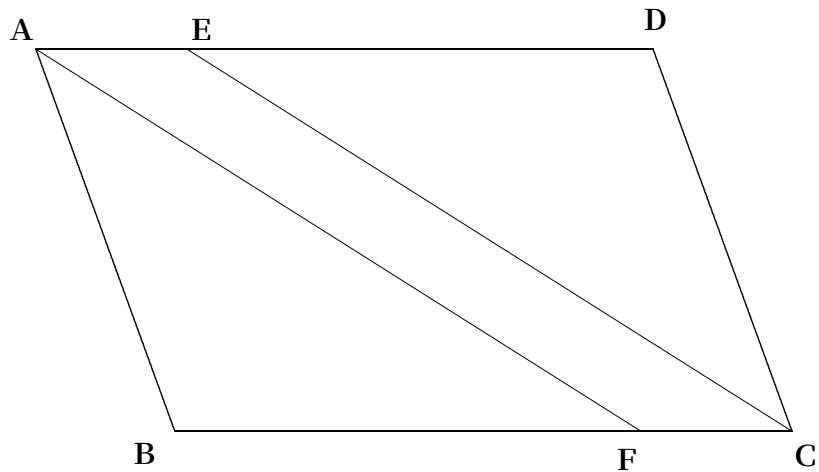
(3)



- ①線分AM, APをひく。
- ②線分APと平行で点Mを通る直線をかき、ACとの交点をDとする。
AMは $\triangle ABC$ の面積の二等分線である。また、 $\triangle APM$ と $\triangle APD$ は、底辺（AP）が共通で、高さも等しいので面積は等しい。よって、 $\triangle APM = \triangle APD$ 。
- ③よって、点Pと点Dを結ぶ直線が $\triangle ABC$ を点Pを分けて2等分する直線である。

■練習問題⑦

7 解答は下の通り。



証明

四角形AFCEで,
 四角形ABCDが平行四辺形であることより, 向かい合う辺はそれぞれ平行なので,

$$(AE // CF) \cdots \cdots ①$$

仮定から,

$$(AE = CF) \cdots \cdots ②$$

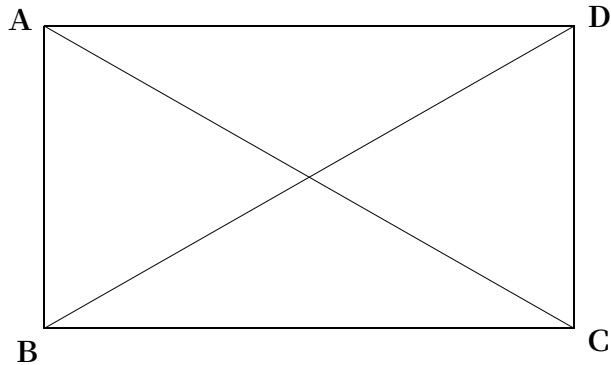
①, ②から,

(1組の向かい合う辺が等しくて平行) から
 四角形AFCEは平行四辺形になる。

答え ア…… $AE // CF$ イ…… $AE = CF$
 ウ…… 1組の向かい合う辺が等しくて平行

■練習問題⑧

8



【証明】

$\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ で、四角形ABCDが長方形であれば、

$$AB = (\quad DC \quad)$$

$$\angle ABC = (\quad \angle DCB \quad) = 90^\circ$$

共通な辺だから $BC = (\quad CB \quad)$

よって、(2辺とその間の角がそれぞれ等しい) ので、

$$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$$

だから、

$$AC = BD$$

となる。

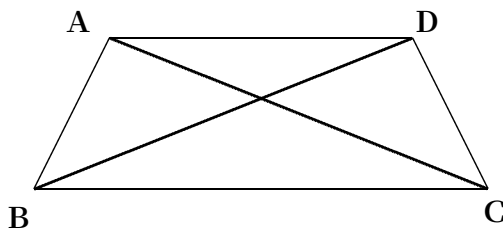
(1) 上の証明を参考にとするとよい。

答え ①……DC ②……CB ③…… $\angle DCB$
④……2辺とその間の角がそれぞれ等しい

(2) 仮定と結論を入れかえるとよい。

答え $AC = BD$ ならば四角形ABCDは長方形である

(3) 四角形ABCDで $AC = BD$ であったとしても、次のような台形が考えられる。



答え 正しくない。

中学校数学科

2年生

5 図形の性質と証明

[指導に当たって(教師用)]

■知識・技能の習得を図る問題

■全国学力・学習状況調査 A問題

【指導に当たって】

■学年	2年
■単元	2 - 5 図形の性質と証明
■問題 のねらい	[問題 1] 記号を用いて表された「平行四辺形になるための条件」を正しく理解している。
	[問題 2] 証明の意義について理解している。
	[問題 3] 証明を読み、そこに用いられている三角形の合同条件を理解している。
	[問題 4] 図形の性質や条件を、記号を用いて表すことができる。
	[問題 5] 図形の性質や条件を、記号を用いて表すことができる。
	[問題 6] 証明の意義について理解している。
	[問題 7] 三角形の合同条件を基にして、2つの三角形が合同であることを判断する際に必要な辺や角の相等関係を指摘できる。
	[問題 8] 証明の意義について理解している。

1 平行四辺形の性質

記号で表された図形の性質を、図と対応させて読み取ることができるように指導することが大切である。

本問題では、選択肢アとイを選んだ生徒は辺の平行や相等は読み取れているので、「2組の辺」や「1組の辺」の意味を図と対応させて確認することが考えられる。

「平行四辺形の1組の向かい合う辺が平行でその長さが等しい」ことを 図の記号を用いて表すと2通りに表せることなど、言葉と記号による表現の違いを図と対応させながら確認できるようにすることも大切である。

2 証明の意義

証明に用いる図は、条件に当てはまるすべての図の代表として用いられていることを理解できるように指導することが大切である。

例えば、証明した後で、条件に合う別の図でも証明が成り立つことを確認することにより、もう一度証明する必要があることを理解することが考えられる。

3 三角形の合同条件

図に示されたことを記号を用いて示すことと、記号で表されたことを図と対応させて読み取ることとを的確にできるよう指導することが大切である。

例えば、三角形の合同条件を成り立たせる3つの要素（証明中の①，②，③）を，図に色や印を付けて対応させる工夫が考えられる。

また，本問題のように合同な三角形が重なり合っている場合には，2つの三角形を別々にかき出し，辺や角の対応関係を確認することも大切である。

4 図形の性質を記号で表すこと

辺や角などについての関係を，記号を用いて正しく表すことができるよう指導することが大切である。

図形の性質の考察では，辺や角などについての関係を記号を用いて簡潔に表すことが不可欠である。図形の構成要素間の関係を記号で表したり，記号で表された内容を読み取ったりして，考察に生かすことが大切である。

指導に当たっては，図形の性質の証明において，仮定や結論を記号で表して証明を構想したり，構成したりすることや，記号で表された事柄を読み取り，正しく説明できるようにすることなどが考えられる。

5 図形の性質を記号で表すこと

辺や角などについての関係を，記号を用いて正しく表すことができるよう指導することが大切である。

図形の性質の考察では，辺や角などについての関係を記号を用いて簡潔に表すことが必要である。図形の構成要素間の関係を記号で表したり，記号で表された内容を読み取ったりして，考察に生かすことが大切である。

指導に当たっては，図形の性質の証明において，仮定や結論を記号で表して証明を構想したり，構成したりすることや，記号で表された事柄を読み取り，正しく説明できるようにすることなどが考えられる。

6 証明の意義

証明の意義について理解できるようにし，証明の学習への意欲を高めるよう指導することが大切である。

証明の学習を進める中で，証明の意義を常に意識できるようにする必要がある。ある図形について証明された性質は，同じ条件を満たすすべての図形について例外なく成り立つ。そのため，実際に長さを測って確かめたり，同じ条件を満たす他の図形についても改めて考え直したりする必要はない。証明の必要性や重要性を認識し，証明の学習へ

の意欲を高める上で、こうした証明の意義について理解できるようにすることが大切である。

指導に当たっては、証明をする前に、条件に合う図を複数かいて考えたり、証明した後で、条件に合う別の図でも証明が成り立つことを確認したりすることを通して、同じ条件を満たす他の図についても一度証明する必要があることを理解できるようにすることなどが考えられる。

7 三角形の合同条件を記号で表すこと

2つの三角形の合同を証明するために必要な要素を考えることができるよう指導することが大切である。

三角形の合同を証明するには、三角形の合同条件を理解し、2つの三角形の要素の相等関係について与えられた条件から分かることと分からないことを明確にとらえられることが大切である。

指導に当たっては、2つの三角形について相等関係が分かっている要素を確認し、三角形の合同条件と照らし合わせ、さらに、どの要素の相等が分かればよいかを考える場面を設定することが考えられる。

8 証明の意義

帰納と演繹の違いを理解し、証明の意義についての理解を深められるよう指導することが大切である。

帰納的な方法は、図形の性質や関係を見いだしたり、個々の具体的な図形を考察したりする方法としては大切であるが、その見いだした個々の図形の性質や関係の一般性を保証するものではない。このような帰納的な方法の役割と限界を理解し、演繹的な推論による証明により命題が例外なしに成り立つことを明らかにできるということの理解を深めることが大切である。

指導に当たっては、演繹的な推論による証明だけでなく帰納的な方法も取り入れ、それぞれのもつ役割を理解できるようにすることが考えられる。

例えば、円周角の定理を学習する場面で、いろいろな場合について図をかいて、1つの弧に対する円周角の大きさが等しいことや円周角の大きさが中心角の大きさの半分になることを帰納的に予想し、そのことを演繹的に証明する方法を考え、それぞれの場面で用いた推論の方法とその違いを確認する機会を設定することなどが考えられる。