

III 関数 $y = ax^2$ (3年)

1 題材名：車は急に止まらない。自動車の停止距離を数学する。

2 本時のねらい

- (1) 空走距離は自動車の速度に比例し、制動距離は自動車の速度の2乗に比例することに気付くことができる。
- (2) 自動車の速度と空走距離、制動距離の関係をそれぞれ式に表すことができる。
- (3) 自動車の速度からおよその停止距離を求めることができる。また、ブレーキ痕の長さ(制動距離)から事故直前のおよその速度を求めることができる。

3 算数・数学の活用について

(1) 活用する主な既習事項

- 比例と反比例(1年)
- 関数 $y = ax^2$ (3年)

(2) 活用させる指導のポイント

ア 課題を「自動車の適正な車間距離を求める」とし、今後、自動車免許を取得する際に必要となる事柄を設定した。また、自動車の停止距離を空走距離と制動距離に分けることで、1年で学習した比例と、3年で学習した関数 $y = ax^2$ との融合も図り、これまで学習してきた内容が実生活でどのように活用されているかを実感させたい。

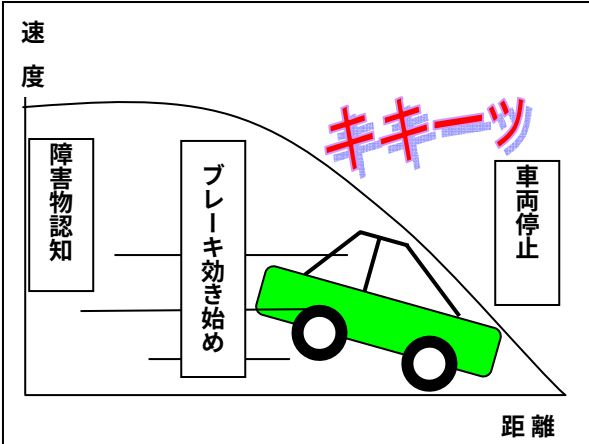
イ 空走距離は自動車の速度に比例し、制動距離は自動車の速度の2乗に比例することを棒グラフや、時速との対応表などから理解させる。また、時速と空走距離、時速と制動距離のグラフもそれぞれ提示すると効果的である。

ウ 学習した考えを使って、「交通事故現場のブレーキ痕の長さから、事故車両の事故直前の速度を求める。」なども考えさせることで、活用の広がり期待したい。また、速度と停止距離の関係だけでなく、速度と衝撃の強さなども関数 $y = ax^2$ で考えられることも紹介したい。

4 指導計画について

- (1) 「関数 $y = ax^2$ 」の単元で、「身のまわりの関数 $y = ax^2$ 」において取り扱う。値の変化の様子やグラフから関数を特定し、式で表すなど、発展的な取り扱いとなる。本単元内で基礎的な内容として学習した「式を求めること」「変数の値を求めること」を利用して課題を解決することで、既習事項が実生活の場面で活用されていることを実感させる。
- (2) 比例、反比例、一次関数などの知識が混同している様子であったので、「関数 $y = ax^2$ 」の学習内容で、関数の特徴などを取り扱う際には、他の既習の関数と対比させながら授業を進めた。また、関数の式を求めることについては、ワークシートや練習問題を使って重点的に取り扱った。事前に中学校で学習する4つの関数の特徴をまとめた一覧表などを作成して提示すると効果的である。

5 本時の展開

過程	学習活動	指導上の留意点																								
つかむ	1 本時の問題を知る。 ・写真の 50 や 100 の表示や白線は何かを考える。  高速道路にあるこの表示を見たことある？ 高速道路を時速 100 kmで走っているとき、ブレーキを踏んでから車が止まるまでの停止距離はどれくらいだろう？	○本時の学習課題への興味・関心をもたせ、ストーリーを予想させるために、高速道路の車間距離表示の写真を提示し、表示や白線の意味を考えさせる。 																								
	・空走距離、制動距離、停止距離について知る。  <table><caption>速度と停止距離の目安</caption><tr><th>速度</th><th>空走距離</th><th>制動距離</th><th>停止距離</th></tr><tr><td>20km</td><td>6m</td><td>3m</td><td>9m</td></tr><tr><td>30km</td><td>8m</td><td>6m</td><td>14m</td></tr><tr><td>40km</td><td>11m</td><td>11m</td><td>22m</td></tr><tr><td>50km</td><td>14m</td><td>18m</td><td>32m</td></tr><tr><td>60km</td><td>17m</td><td>27m</td><td>44m</td></tr></table> ■ 空走距離 ■ 制動距離	速度	空走距離	制動距離	停止距離	20km	6m	3m	9m	30km	8m	6m	14m	40km	11m	11m	22m	50km	14m	18m	32m	60km	17m	27m	44m	○本時の授業で使用する用語を図や実験などにより、説明する。 空走距離：障害物認知からブレーキ効き始めまでに進む距離 制動距離：ブレーキ効き始めから車両停止までに進む距離 停止距離：障害物認知から車両停止までに進む距離 【指導のポイント】 ・身近な例やペンの落下実験により、障害物を認知してから、反応するまでには時間が掛かることを説明する。このことが空走距離になっていることを理解させる。 
速度	空走距離	制動距離	停止距離																							
20km	6m	3m	9m																							
30km	8m	6m	14m																							
40km	11m	11m	22m																							
50km	14m	18m	32m																							
60km	17m	27m	44m																							
見通す	2 予想を立てる。 ・対応表や棒グラフの形状から空走距離や制動距離がどのような関数になるか予想する。 3 時速 100 kmで走る自動車の停止距離を求める。	○グラフの形状や値の変化に着目して関係をとらえさせ、対応表や棒グラフを使って直観的な考えを自由に発表させる。 ○空走距離と時速、制動距離と時速との関係を表す式を求めるため、停止距離を空走距離と制動距離に分けて提示する。																								

練
り
合
う

4 時速（ x km/時）と空走距離（ y m）の関係を調べる。

時速(x km/時)	20	30	40	50	60
空走距離(y m)	6	8	11	14	17

- 時速 20 km のとき空走距離が 6 m になることから近似的に x と y の関係を式に表す。
- 時速 100 km のときの空走距離を求める。

5 時速（ x km/時）と制動距離（ y m）の関係を調べる。

時速(x km/時)	20	30	40	50	60
制動距離(y m)	3	6	11	18	27

- 時速 20 km のとき制動距離が 3 m になることから近似的に x と y の関係を式に表す。
- 時速 100 km のときの制動距離を求める。

6 停止距離＝空走距離＋制動距離から時速 100 km のときの停止距離を求める。

7 発展問題を考える。

(やってみよう)

(1)時速 80 km で走っている自動車の停止距離を求めなさい。

(2)ある事故現場で、ブレーキ痕が 60m ついていた。事故直前の自動車のおよその時速を求めなさい。

8 本時の学習をまとめる。

- 本時の学習内容のまとめや感想を所定の用紙に記入する。

深
め
る

【指導のポイント】

- 時速と空走距離，時速と制動距離の関係を表すそれぞれの棒グラフを提示し，グラフの形状や値の変化の様子から，関数を特定させる。
- 式化するには計算しやすい値を用いて，近似的に求めさせる。

時速（ x km/時）と空走距離（ y m）の関係

$$y = \frac{3}{10}x$$

時速（ x km/時）と制動距離（ y m）の関係

$$y = \frac{3}{400}x^2$$

棒グラフを縦に見ると分かるよ。

○(2)についてはブレーキ痕の長さは，制動距離とほぼ同じ長さであるものとして考えるよう助言する。また，計算の際は，およその値として $\sqrt{5} = 2.2$ とするよう助言する。

○(2)については実際に警察などで事故現場の検証に活用されていることを伝える。

○車間距離表示が「50」「100」となっている理由や，高速道路によっては「40」「80」となっていることなどについて説明し，学習内容が生活の中で活用されていることを感じ取らせる。

ま
と
め
る

6 授業を終えて

関数については各学年で学習するが，関数の利用については，十分に取り扱うことができなかったため，生徒自身も，関数のよさを実感できていないのではないかと考えた。そこで，実生活の中での関数の例として，時速と停止距離の関係を扱うことにした。単に制動距離だけでなく，空走距離についても考えさせることで，1年で学習する比例についても復習させることができた。また，本題材を取り扱う上でのレディネスとして，関数 $y = ax^2$ と比例や反比例，一次関数と対比させながら授業を進めることができたことは，関数の学習のまとめとして効果的であった。授業後の生徒の感想に「今日の授業で，いろいろなところで数学が使えることを知ることができた」「関数を利用して事故の瞬間の速度を知ることができるなど，数学は奥が深いと思った」などがあり，生活の中で関数を活用することのよさを実感することができたと思われる。