

要 旨

本研究は、中学校数学科において数学を活用する力を高める指導の在り方を探ったものである。携帯電話の通話料金や佐賀県の自動車の台数、蚊取り線香の燃焼時間のように生活の場面で考えられる身近な事象を表・式・グラフを用いて定式化・解釈させた。その際、事象の比較や蚊取り線香の燃焼実験、班で考えを互いに伝え合う活動を取り入れた。その結果、表・式・グラフを活用して事象を理想化・単純化し、事象を表現・説明する力の高まりがみられた。さらに、学習したことを応用する場合についても表・式・グラフを活用して解決する力の高まりがみられた。

〈キーワード〉 ①数学を活用する力 ②問題解決的な授業 ③表・式・グラフ

1 研究の目標

問題解決的な授業において、身近な事象を表・式・グラフと関連付けて考察する活動を通して、数学を活用する力を高める指導の在り方を探る。

2 目標設定の理由

平成20年3月告示の新学習指導要領において、中学校数学科の目標に「……活用して考えたり判断したりしようとする態度を育てる。」¹⁾とあり、数学を活用する力の育成が求められている。また、平成19年度実施の全国学力・学習状況調査によると、基礎的・基本的な知識・技能を活用することができるかどうかをみる数学Bの問題において、事象を理想化・単純化してとらえ事柄の数学的な意味を考える問題や、事象を数学的に解釈し問題解決の方法を数学的に説明する問題では、正答率がそれぞれ25%、13.3%と低く、課題があると指摘されている。本県生徒においても、これらの問題において正答率が全国と比べてほぼ同程度か下回っており、同様に課題があると考えられる。また、事象を数学的に解釈し問題解決の方法を数学的に説明する問題においては、無答率が全国で58.5%、本県では61.7%となっている。

この結果より、数学を活用する力が十分身に付いていないことが考えられる。また、これまでの指導で、数学と生活の場面とのつながりや、数量関係領域における表・式・グラフを相互に関連付けて考察させる活動が十分でなかったことも考えられる。

そこで、本研究ではグループの研究課題を受け、問題解決的な授業において身近な事象を表・式・グラフと関連付けながら考察させる活動を通して数学を活用する力を高めることができるような数学科学習指導の在り方を探る。

3 研究の仮説

問題解決的な授業において、生活の場面で考えられる身近な事象を課題として設定し、事象を表・式・グラフと関連付けて定式化、解釈させることで、表・式・グラフを活用して表現したり、説明したり、解決する力が高まるであろう。

4 研究の内容と方法

- (1) 数量関係領域における数学を活用する力を高めるための指導法についての理論研究及び先行研究の調査を行う。
- (2) 問題解決的な授業における効果的な指導法についての理論研究及び先行研究の調査を行う。

- (3) 授業実践（第2学年「課題学習」3時間，第1学年「課題学習」3時間）を行い，仮説について分析・考察する。

5 研究の実際

(1) 文献による理論研究

銀林は，数学の学習指導において「数学を使って現実の問題を解くと次のような図式の成り立つことが分かる。……現実の課題から数学的問題をつくり出す定式化の過程や，解釈の過程をも経験させなければならない」²⁾と述べている。久保は，数学と社会とのつながりを目指した学習指導において，「現実的な事象を取り扱うことは，数学が私たちの社会でどのように使われ，役立っているかをも理解でき，数学のよさを味わわせ，さらに，数学に対する肯定的な態度を高めることになる」³⁾と述べている。また，島田は，具体的事象のモデルとしての関数の意義について，「中学校で扱う一次関数などは，日常生活でわれわれが直面する多くの二量の間になり立つ関係の容易で明確なモデルである。一方の量ともう一方の量との間に依存関係，一方が変化するときそれに伴って変化する関係があるときに，両者を抽象化，理想化することによって簡単な式，モデルを使って表すことができる。」⁴⁾と述べている。これらのことから，身近な事象を用いた課題の設定を工夫し，表・式・グラフを用いて考えさせることが，生徒が数学を活用して考えることにつながるのではないかとと思われる。

(2) 研究の全体構想

本研究では，日常生活で考えられる身近な数量関係を用いた事象を課題として設定し，表・式・グラフを用いて事象を定式化・解釈させることで，表・式・グラフを活用して事象を表現したり，説明したり，条件の違う場合について解決する力を高めようと考えた（図1）。

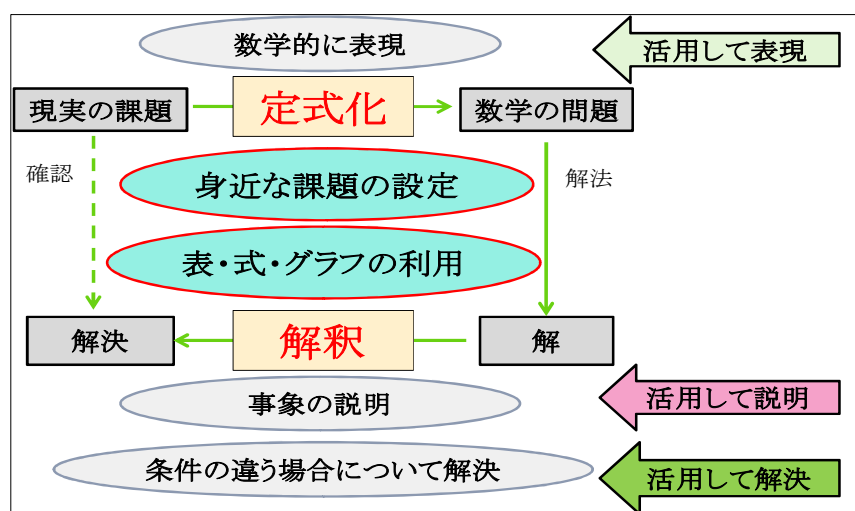


図1 研究の全体構想

(3) 授業について

ア 授業の流れについて

問題解決的な授業において，授業を「事象を表現する→事象を説明する→条件の違う場合について解決する」という流れで行う（図2）。まず，表・式・グラフを活用して事象を理想化・単純化して表現させる。全体での答え合わせ後，自分の考えを班で伝え合う活動の中で，表・式・グラフを活用して自分の考えを説明させる。また，条件の違う場合について考えさせることによって表現したことや説明したことを活用して解決させる。

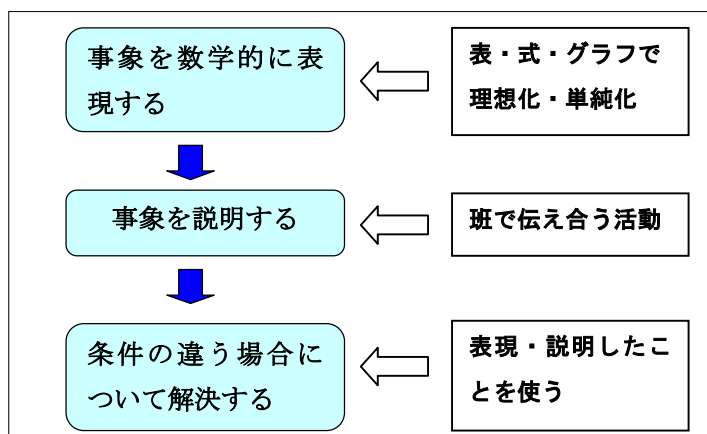


図2 問題解決的な授業の流れ

イ 課題設定について

課題については、事象を理想化・単純化しやすく、生徒が身近に感じるものとして、携帯電話の料金に関する問題、自動車の所有状況に関する問題、蚊取り線香の燃焼に関する問題を設定する。

ウ 表・式・グラフの関連付けについて

事象を表・式・グラフと関連付けて考察させる。このとき、表・式・グラフが一体となったワークシートを使用させ、表・式・グラフを活用しての表現や、説明、また条件の違う場合について解決できるようにする。このことよって、表・式・グラフのうち、自分が活用しやすいものを手掛かりにして生徒は表現したり、説明したり、条件の違う場合について解決しやすくなると考えられる。

(4) 実際の授業

ア 検証授業① 第2学年 単元「課題学習」 全3時間

2年生では携帯電話の料金に関する問題を課題として設定した(図3)。プランの特徴を説明し、最適なプランを見付ける課題で、Aプラン基本料金2000円、1分30円、Bプラン基本料金3000円1分20円、Cプラン基本料金5000円、1分100円(2時間まで無料)とし、それらを表・式・グラフに表現して説明し、更に条件の違う場合について解決させた。将来多くの生徒がもつと考えられる携帯電話は生徒にとって興味あるものである。その料金について考察させることで学習に対する意欲を高められると考えた。料金の設定もできるだけ現実に近いものを使い、

現実とのつながりを実感できるようにした。図4は、生徒が料金を表・式・グラフに表現したり、プランの説明をしたり、適切なプランを出しているものである。このように表・式・

グラフを活用して表現や、お得なプランの説明や、適切なプランを選ばせた。まず、それぞれのプランを見て、表・式・グラフのうち自分が表現しやすいものから表現させた。説明では、表・式・

場面1

お姉さんが、携帯電話の契約内容について、契約したお店に相談に行くので、川野くんもついていくことにしました。

店員「いらっしゃいませ。どのようなご用件でしょうか」

姉「私は、Aプランで契約をしています。先月は10分間通話をしました。しかし来月からは出張が多くて携帯電話を使用する時間が長くなると思います。私にとって、どのプランにしたらお得なのか、分かりやすく説明をしてください。その話を聞いてプランを変更するかどうか判断します。」

店員「はい。わかりました。今から説明します。」

課題1 表や式、グラフを用いて、表現しよう。

課題2 表や式、グラフを用いて、説明しよう。

場面2

姉「ありがとうございました。とても分かりやすい説明で内容がよく伝わりました。おそらく イ 分くらい使うと思うので、 ウ のプランにしようと思います。」

課題3 上の が次のとき、どのプランが最適か考えてみよう。

(1) 30分 (2) 1時間 (3) 2時間 (4) 5時間

図3 携帯電話の料金に関する問題

表

通話時間(分)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
料金(円)	2000	2300	2600	2900	3200	3500	3800	4100	4400	4700	5000	5300	5600	5900	6200	6500	6800	7100

式 $y = 30x + 2000$

Bプラン

通話時間(分)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
料金(円)	3000	3200	3400	3600	3800	4000	4200	4400	4600	4800	5000	5200	5400	5600	5800	6000	6200	6400

式 $y = 20x + 3000$

Cプラン

通話時間(分)	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
料金(円)	5000													6000	7000	8000	9000	10000

式 $y = 5000$ ($0 \leq x \leq 120$) 式 $y = 100x - 7000$ ($120 \leq x$)

グラフ

上の3つのプランの特徴から、これらと比較して、どうした場合に得なのか考えて相手に伝わるようにわかりやすく説明してみよう。(表・グラフ・式を使って)

Aプラン 表を見るとAプランは100分以上使うと、どのプランより高くなります。なのでAプランはあまり使わない方がいいと思います。

Bプラン はグラフ表を見ると130分以上使うとどのプランより安くなります。なのでBプランはたくさん使わない方がいいと思います。

Cプラン は100分以内は20分使うとほかのプランより安くなります。なのでCプランはたいたい100分から20分しか使わない方がいいと思います。お姉さんにはBプランやCプランがいいと思います。

適切なプラン	理由
A	基本料金が安く表を見るとCプランより通話料金が安い
A	基本料金が安く表を見るとCプランより通話料金が安い
C	基本料金は高いがグラフを見るとAプランより通話料金が安い
B	基本料金は4700円高いがグラフを見るとAプランより通話料金が安い

図4 生徒のワークシート

グラフのうち自分が考えやすいものを利用して説明させた。主に表やグラフを活用して説明する生徒が多かった。また適切なプランを選ぶ課題3では、(1)から(3)までは表やグラフを活用して解決しやすい問題、(4)では、表やグラフを見ただけではすぐに解決できない問題にした。(1)から(3)まではほとんどの生徒が表やグラフを活用して解決していた。(4)では式を活用して解決する生徒が多くみられた。また、グラフの傾きや表から料金の増え方を見て解決する生徒もいた。

イ 検証授業② 第1学年 単元「課題学習」 全3時間

1年生では、第1時目に車の保有台数に関する問題、第2、3時目に蚊取り線香の燃焼時間の問題を課題として設定した(図5)。車の保有台数に関する問題では、佐賀県以外の九州各県の人口と車の保有台数を伝え、それらを基にしてそれらの関係をグラフ、式に表現し、他の県についても解決していくという課題である。人口のおよそ半分が車の所有台数となっており、理想化・単純化しやすい事象といえる。現在ではどの家庭にも車が普及し、日常生活とつながりを実感できる課題であると考えられる。図6は、生徒が

場面1
川野くんと、お兄さんが自動車の話をしていました。
兄「最近、あちらこちらに自動車があるな。おれの友達の家なんか、自動車が4台もとまっているぞ」
川野「それでは、佐賀県っていったいどれくらい自動車があるんだろう」
兄「ここに、何種類かデータがあるぞ。・・・よし、おそらくこれくらいだろう」
川野「何でこれだけのデータで分かるの？」

課題1 表や式、グラフを用いて、人口と自動車の保有台数との関係を式やグラフに表現してみよう。

課題2 表や式、グラフを用いて、佐賀県の自動車の保有台数を予想してみよう。

課題3 それぞれの県の自動車の保有台数を予想してみよう。
(1) 愛知県 (2) 宮城県 (3) 島根県 (4) 新潟県

場面1
ある夏の日の夜、川野くんが弟と話をしていました。
川野「最近、朝でも蚊が多いな。朝の7時ごろにはきちんと消えるように火を付けとけよ。俺は先に寝るから。」
弟「そんな無責任な・・・でも仕方ないな。あ、こうすれば何時に付ければよいか分かるぞ。」

課題1 実験でデータをとって、表・式・グラフに表現してみよう。

課題2 何時に火を付ければよいか予想して説明してみよう。

課題3 蚊取り線香の長さが次のとき燃え尽きる時間を予想してみよう。
(1) 20 cm (2) 65 cm (3) 90 cm

図5 車の保有台数、蚊取り線香の燃焼時間に関する問題

人口と自動車の台数との関係を表・式・グラフに表現したり、佐賀県の自動車の台数の説明をしたり、他の県の自動車の台数を予想したものである。九州各県の人口と車の台数を伝え、表・式・グラフのうち自分が表現しやすいものから表現させた。そして、佐賀県の人口を伝え、車の台数を予想させ、なぜそうなったのかを表・式・グラフのうち自分が考

県名	人口(万人)	自動車の保有台数(万台)	県名	人口(万人)	自動車の保有台数(万台)
福岡	5.05	229	鹿児島	1.75	85
長崎	1.47	63	沖縄	1.36	66
熊本	1.84	90	山口	1.49	76
大分	1.21	61	広島	2.87	132
宮崎	1.15	60	北海道	5.62	270

課題1
表や式、グラフを用いて、人口と自動車の保有台数との関係を式やグラフに表現してみよう。

表

人口(万人)	2.05	1.47	1.84	1.21	1.15	1.75	1.36	1.49	2.87	5.62
所有台数(万台)	229	63	90	61	60	85	66	76	132	270

式 $y = 2x$

グラフ

△人口も、車を2万台とすると...

表・式・グラフとのつながりやその特徴を意識しながら、どうやって予想したのか考えて説明してみましょう。(考・グラフ・式を使って)

(説明)
私は、式 $y = 2x$ を使って考えました。
体的には、
 $y = 2x$ に $y = 86$ を代入
 $86 = 2x$
 $43 = x$
 $x = 43$ ← これは車の台数
約 43万台と予想

問題番号	台数(万台)	理由
(1) 愛知	約 376 362.5	$y = \frac{1}{2}x$ を利用して、次のように考えました。 $y = \frac{1}{2} \times 725$ $y = 362.5$
(2) 宮城	約 114 118.5	$y = \frac{1}{2}x$ を利用して、次のように考えました。 $y = \frac{1}{2} \times 236$ $y = 118$
(3) 島根	約 37 37.5	$y = \frac{1}{2}x$ を利用して、次のように考えました。 $y = \frac{1}{2} \times 74$ $y = 37$
(4) 新潟	約 126 122.5	$y = \frac{1}{2}x$ を利用して、次のように考えました。 $2 = \frac{1}{2} \times 23$ $8 = 12.5$

図6 生徒のワークシート(第1時)

えやすいものを利用して説明させた。主に式を活用して説明する生徒が多かった。他の県の車の台数を予想させる問題では、4つの県の人口を伝えて、それぞれ車の台数を予想させた。式を活用して解決する生徒が多く見られた。また、蚊取り線香の燃焼時間に関する問題では、実際に燃焼実験に取り組み

てデータを収集させた。その際に、1分ごとにワークシートに焦げ目を付けさせることにより、グラフへの表現がしやすいようにした(写真1)。実験を取り入れることにより、数学が苦手な生徒でも操作活動を通して表現し、考えようとする意欲につながるのではないかとと思われる。図7は生徒が時間と線香が燃えた長さとの関係について表・式・グラフに表現したり、燃え尽きる時間の説明をしたり、線香の長さが違う場合の燃え尽きる時間を予想したものである。燃焼実験により、焦げ目からグラフを考え、表・式へ表現させた。そして、85 cmであることを伝え、何時に火を付けると午前7時に燃え尽きるかを予想させ、なぜそうなったのかを表・式・グラフのうち自分が考えやすいものを

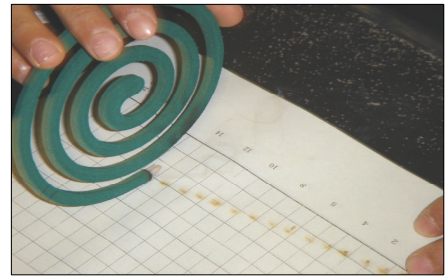


写真1 燃焼実験の様子

活用して説明させた。生徒は、表・式・グラフそれぞれを活用して説明していた。また、線香の長さが違う場合についての燃焼時間を予想させる問題では、3つの場合の長さを提示し、それぞれの燃焼時間を予想させた。式を活用して解決する生徒が多くみられた。

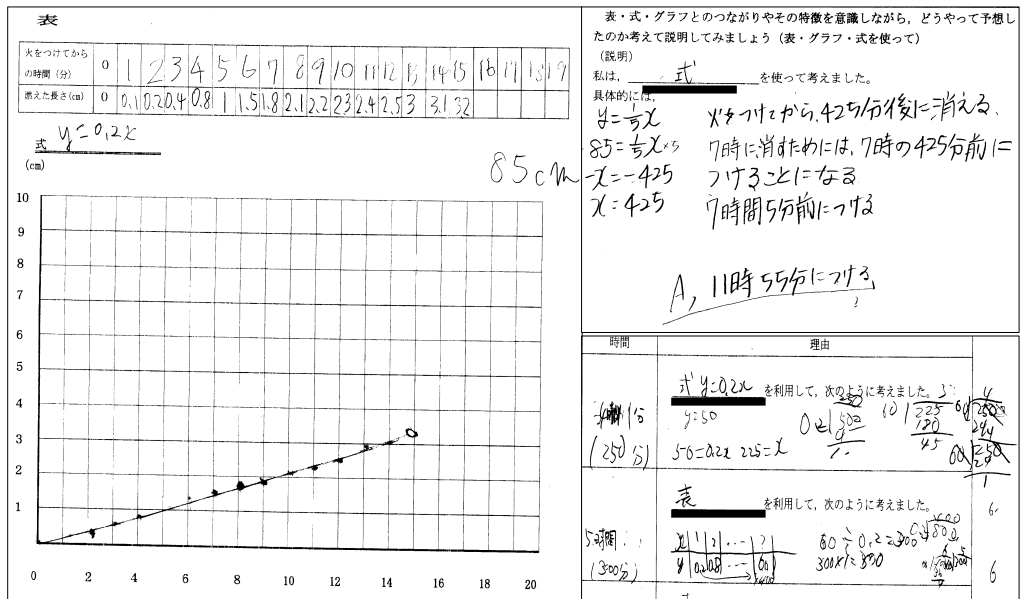


図7 生徒のワークシート(第2, 3時)

活用して説明させた。生徒は、表・式・グラフそれぞれを活用して説明していた。また、線香の長さが違う場合についての燃焼時間を予想させる問題では、3つの場合の長さを提示し、それぞれの燃焼時間を予想させた。式を活用して解決する生徒が多くみられた。

(5) 授業の考察

ア 表・式・グラフを活用して表現する力の変容

図8のように、「進んで表現しようとした・どちらかといえば進んで表現しようとした」と回答した生徒の割合が9割以上で、生徒に事象を表現しようとする意識があったことが分かった。これは、携帯電話の料金の比較や、自動車の台数など身近な事象を取り扱ったことや、ワークシートを利用して表・式・グラフを関連付けて考察させたことによるものと思われる。また、式やグラフに表現する力の高まりがみられた(次頁図9, 図10)。全体的な傾向として式への表現は苦手としている生徒が多いが、特に1年生においては事前テストと比較して式を活用し

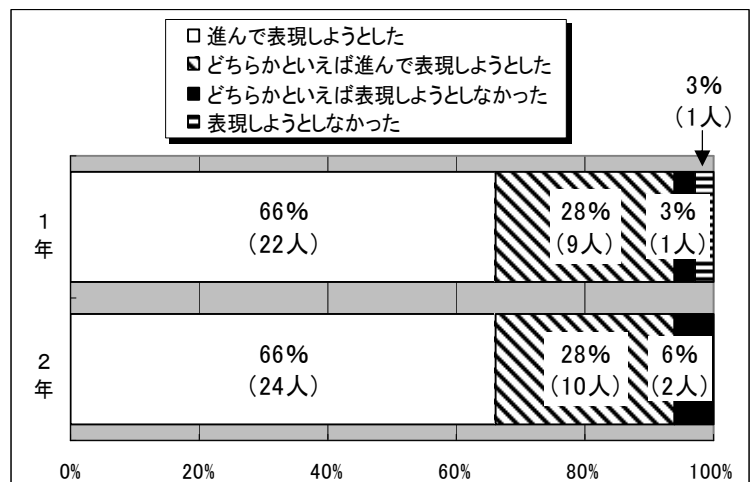


図8 表現しようとする意識

への表現は苦手としている生徒が多いが、特に1年生においては事前テストと比較して式を活用し

て表現する力が高まった（図9）。蚊取り線香の問題で実際に蚊取り線香を燃焼させてワークシートに焦げ目を付けさせたことや、事象を理想化・単純化することに慣れてきた結果と考えられる。当初は事象を理想化・単純化して考察するということが慣れていない生徒が多く、戸惑いがみられたが、この授業により、表・式・グラフを活用して表現することによって事象を全体的にとらえることができることのよさを実感できたと考えられる。

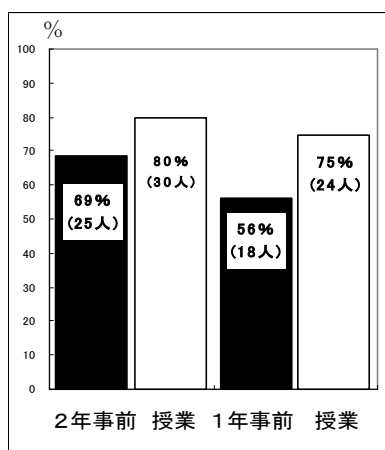


図9 グラフに表現できた生徒の人数

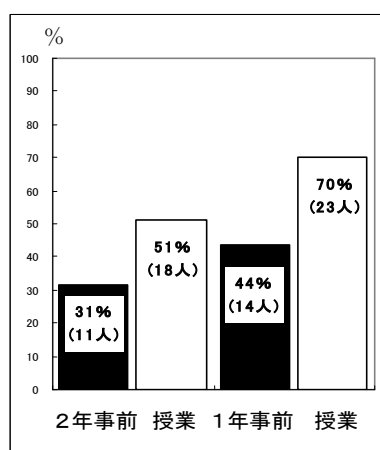


図10 式に表現できた生徒の人数

イ 表・式・グラフを活用して説明する力の変容

図11のように、「進んで説明しようとした・どちらかといえば進んで説明しようとした」と回答した生徒の割合が1年生で8割、2年生で9割以上で、生徒に事象を説明しようとする意識があったことが分かった。これは、表・式・グラフを一体化して考えて、さらに、グループで互いに自分の考えを説明し、伝え合わせたことによるものと思われる。また、事前テストと比較して、説明する力の高まりがみられた（図12）。2年生の携帯電話の料金を比較する問題では、表やグラフを使うことによって、また、1年生の蚊取り線香や車の台数の問題では式を活用することにより事象の理解が容易になる。説明する際に、何を使って考えるのかを意識させ、相手に伝えることを前提に考えさせることにより表・式・グラフを活用して説明する力が高まったと考えられる。また、これまでは表・式・グラフに表現できずに、そこで考えることをやめていた生徒が、表現したところで全体で答え合わせをし、表・式・グラフを活用することにより、説明できた場合もあると考えられる。また、お得なプランや、燃焼時間、車の台数を予想し、なぜそうなったのかを説明することによって、表・式・グラフを活用することの有用性を実感できたのではないかと考えられる。

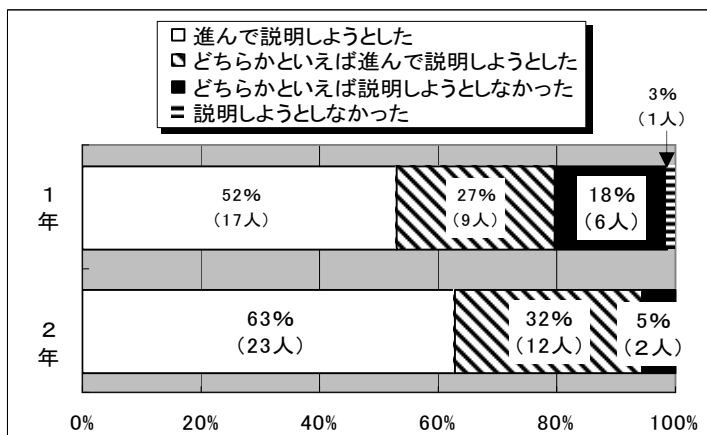


図11 説明しようとする意識

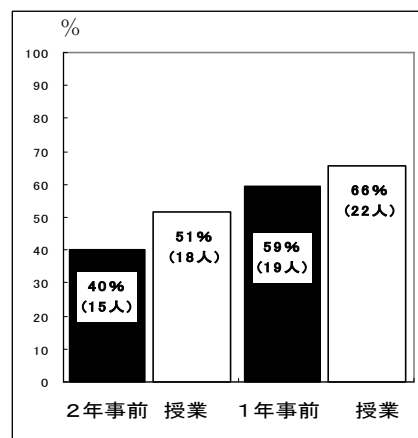


図12 説明できた生徒の人数

ウ 活用して条件の違う場合について解決する力の変容

次頁図13のように、「進んで解決しようとした・どちらかといえば進んで解決しようとした」と回答した生徒の割合が9割以上で、生徒に条件の違う場合について解決しようとする意識があったことが分かった。表・式・グラフに表現したことや説明したことを活用して考察させたことによるものと考えられる。また、事前のテストとの比較で、条件の違う場合について解決する力の高まりがみられた（次頁図14）。表・式・グラフに表現したり、事象の説明を互いに伝え合うことで考えが広がり、それによっ

て条件の違う場合についても解決しようとする意識や、実際に解決する力が高まったと考えられる。また、自力で事象を表現、説明できなかった生徒も、友達が表・式・グラフに表現したことや説明したことを活用して解決しようとする姿勢がみられた。2年生ではグラフや式を活用して解決する生徒、1年生では式を活用して解決する生徒が多かった。それぞれの問題の特性によって表・式・グラフを適切に活用して解決できていると考えられる。

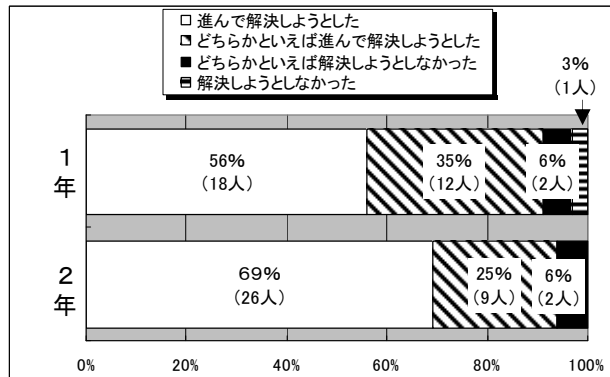


図13 解決しようとする意識

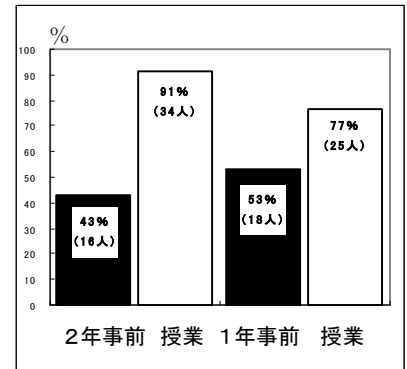


図14 解決できた生徒の人数

エ 抽出生徒の変容

(ア) 生徒Aの変容

生徒Aは、事前テストでは、グラフには表現できていたが、式には表現できていなかった。生徒Aは、グラフを活用して解決することができていた。そして、授業での活動を通して生徒Aは式に表現することができた。そして、適切なプランを求めるとき、(1)から(3)までの問題ではグラフを活用して解決しているが、(4)については式を活用して解決している(図15)。(4)の問題はグラフから読み取るよりも式を活用したほうが解決しやすい問題である。以上のことより、生徒Aは、この授業を通して数学を活用して解決する力が高まったと考えられる。

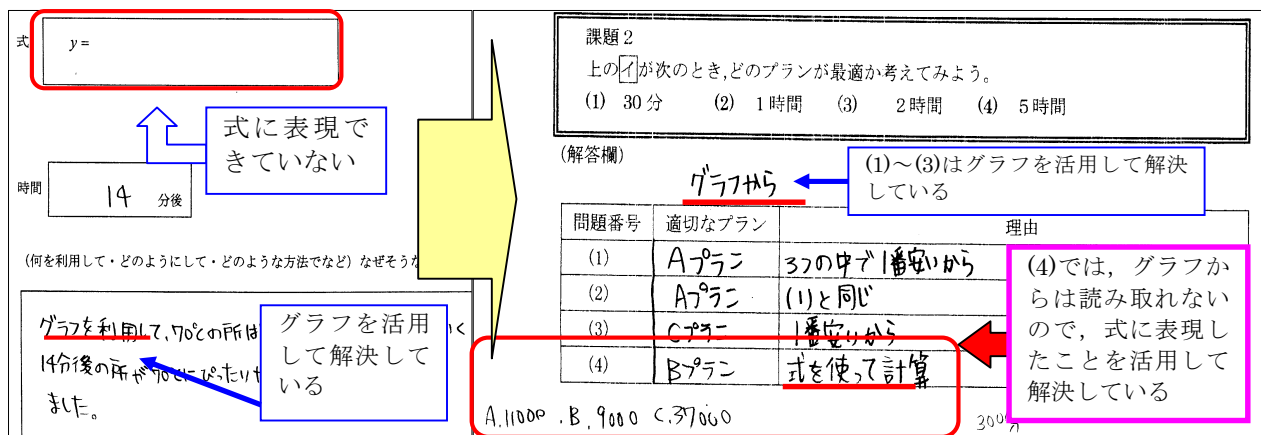


図15 生徒Aの変容

(イ) 生徒Bの変容

生徒Bは、事前テストにおいては、事象をグラフや式に表現することができなかった。そして授業での活動を通して、グラフや式に表現することができた(図16)。その後、それらを活用して説明したり、条件の違う場合について解決することはできなかったが、この生徒のアンケートの記述より表現できたことによりこれらを活用して考えようとする意識の高まりがみられたことが分かった。

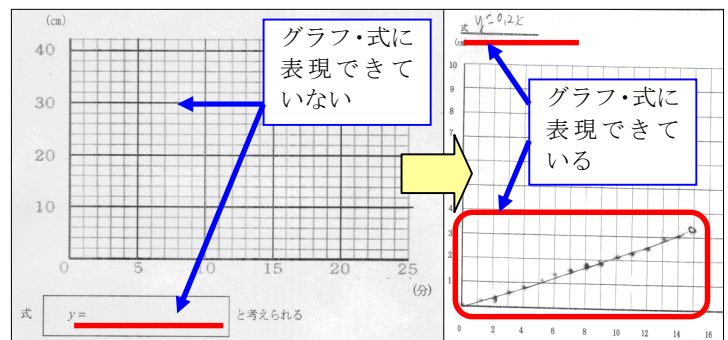


図16 生徒Bの変容

オ 意識の変容

授業の前後で、意識調査を行った。授業の前と比較して、「数学を活用して考えようと思うか」の項目では、「思う・どちらかといえば思う」と回答している生徒の数が増えた(図17)。生徒の感想に、「水道や電気などの料金について考えてみたい」、「社会で起こっている出来事を表・式・グラフで考えてみたい」、「身の回りの事象を、数学が使えるかどうか意識して見てみたい」などがあった。また、「数学と日常生活とのつながりを実感できたか」や「数学は役に立つと思うか」の質問に対しても、肯定的に考えている生徒の数が授業前と比べて増えた。これらのことより、数学を活用して考えようとする意識が高まったと考えられる。

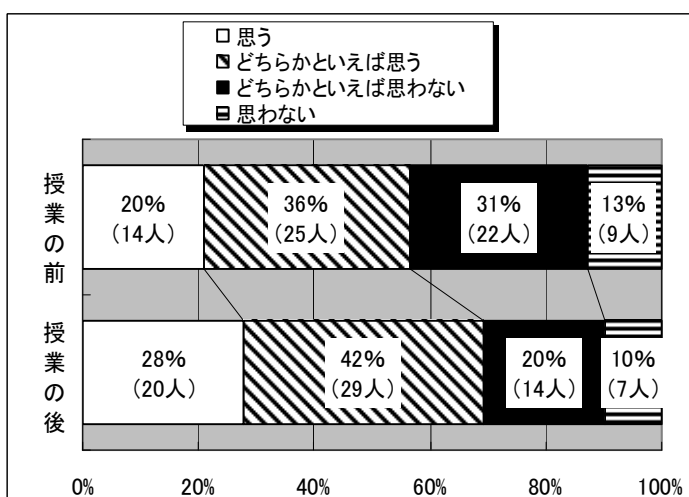


図17 数学を活用して考えようとする意識の変容

6 研究のまとめと今後の課題

(1) 研究のまとめ

身近な事象を、表・式・グラフと関連付けて定式化、解釈させることで、表・式・グラフを活用して表現する力や説明する力、条件の違う場合について解決する力を高めることができた。

(2) 今後の課題

生徒に日頃から数学と日常生活とのつながりを意識させ、数学のよさを実感させる指導が大切である。そのために、問題設定の工夫や、表・式・グラフを一体化して考察させるための更なる手立てが必要である。

《引用文献》

- 1) 文部科学省 『中学校学習指導要領』 2008年8月 p.47
- 2) 銀林 浩 『岩波講座 教育の方法6 科学と技術の教育』 1987年 岩波書店 p.137
- 3) 久保 良宏 『教育科学 数学教育』 2005年2月号 明治図書 p.100
- 4) 島田 和昭 『理論編 学ぶ楽しさを実(体)感じ、力をつける数学指導』 2003年 ニチブン p.100