

数学の基礎・基本を育成する学習指導方法の改善に関する研究

- 「数と式」領域における文章題指導を通して -

千代田町立千代田中学校 教諭 牟田 美弥子

要 旨

数学科における基礎・基本を、「何を学ぶか」という学習内容と、「どうやって学ぶか」という学習方法の両面から成り立つものととらえ、文章題学習において、その定着を支える数学的活動の在り方を模索した。具体的には、文章題解決に必要な知識を獲得し、獲得した知識を再構成し意味付けるといった数学的活動を取り入れた。その結果、基礎的・基本的な学習内容が定着し、学習したことをその後の学習に役立つ教訓として意味付けることのできる生徒が増えた。

<キーワード> 基礎・基本 自己説明 教訓帰納 自作問題と解説書作成 文章題

1 主題設定の理由

平成10年の教育課程審議会答申では、「自ら学び、自ら考える力を育成すること」、「[ゆとり]のある教育活動で基礎・基本の確実な定着を図ること」などが示された。教える内容は、その後の学習や生活に必要な最小限の基礎的・基本的内容に厳選され、その確実な習得が求められている。

学習の成果を上げるには、学習内容と学習方法の両面からの検討が必要である。そこで、本研究では、文章題の学習を通して生徒に身に付けさせたい学習内容と学習方法の基礎・基本を明確にし、その確実な定着を図るような数学的活動を重視していきたい。具体的には、文章題解決に必要な知識を獲得させる活動として計算練習、自己説明、教訓帰納を取り入れたステップ学習を設定し、獲得した知識を再構成し意味付ける活動として文章題の自作問題とその解説書を作成させる。このような数学的活動を取り入れることによって、文章題の解決力を高め、数学の基礎・基本の育成を図ることができると考え、本主題を設定した。

2 研究の目標

文章題指導を通して、数学の基礎・基本を伸ばすための具体的な方策を探る。

3 研究の仮説

数学科の学習指導過程において、次のような数学的活動を取り入れれば、文章題の解決力が高まり、数学の基礎・基本を伸ばすことができるであろう。

計算練習、自己説明、教訓帰納を取り入れたステップ学習

生徒による自作問題とその解き方のポイントを示した解説書の作成

4 研究の内容と方法

生徒の実態調査をアンケートと事前テストにより行う。

数学科における基礎・基本、文章題における基礎・基本について文献や資料を基に理論研究を行う。

授業による検証を行う。(第2学年「連立方程式」)

検証授業に関する考察とまとめをする。(仮説の有効性の検討)

5 研究の実際1 (実践化への手立て)

(1) 数学の基礎・基本とは

教育課程審議会答申(平成10年)で示された「自ら学び、自ら考える力」を育成するための中学校数学の基礎・基本を、本研究では次のようにとらえた。

ア	学習内容としての基礎・基本・・・学習指導要領に示された基礎的・基本的内容 (ア) 身の回りの事象を数理的に考察するための基礎・基本(実生活との関連) (イ) 論理的思考力や表現力など、問題解決能力を身に付けていく上での基礎・基本(論理的思考力) (ウ) 将来数学を学習したり、利用したりする際の基礎・基本(将来への準備)
イ	学習方法としての基礎・基本・・・中学校数学科の目標の改善に示された学習方法 「自ら課題を見つけ、自ら学び、自ら問題を解決していく」数学学習(学び方)

文章題の学習を通して生徒に身に付けさせたい基礎・基本(検証の視点)	
目標の観点	評価規準(「おおむね満足できる」状況B)
数学への 関心・意欲・態度	自分にとって今何が問題かを進んで把握し、解決しようとする。 学習したことを振り返り以後に役立つように意味付けようとする。(主に、イ)
数学的な見方や考え方	数量関係を正しくとらえ、図や表、言葉の式などを使って表現できる。 文章題を、方程式を用いて解を求めるとともに、解や解決の方法が適切かどうか問題解決の過程を振り返って検討することができる。(主に、ア(イ))
数学的な表現・処理	文章題の解決に必要な程度の方程式を解き、その手順を表現することができる。(主に、ア(ウ))
数量、図形などに ついての知識・理解	代金、速さ、割合(%)などの、数学的用語・記号の概念を含む文章題から、自力で立式ができる。(主に、ア(ア))

(2) 数学の基礎・基本を育成する学習指導とは

実生活との関連を考慮しつつ、自ら課題を見つけ考える問題解決的な活動(数学的活動)を通して、基礎的・基本的内容や学び方を習得し、それらを基にして論理的に考える力や表現力などの育成を図るように指導することである。

(3) 数学的活動とは

生徒が数学的知識を獲得する過程において、事象を数理的に考察する活動のことである。真に有用な知識を獲得するためには、やったことを自己の中で再構成し、確実な知識として意味付けるような内的な思考活動が必要である。

(4) 研究の構想

生徒の文章題解決力の違いは、生徒が問題に適用する知識のレベルの差である。図1に示すように、文章題解決に必要な知識を獲得する活動、獲得した知識を再構成し意味付ける活動を設定し、その獲得や定着を支える学び方を明示する。自己説明は、自分にとって今何が問題かを進んで把握し解決しようとする学び方、教訓帰納は、学習したことをどう経験として生かすかを振り返って考え意味付ける学び方を身に付けることをねらいとするものである。このような数学的活動を取り入れることにより、生徒は真に有用な知識を獲得し、文章題の解決力を高め、数学の基礎・基本の育成を図ることができる。と考える。

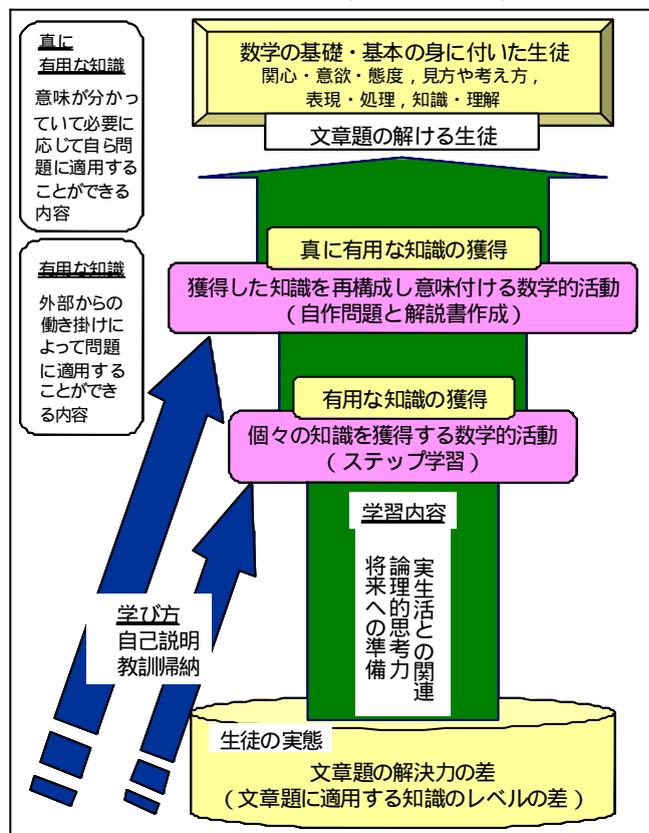


図1 研究の構想

6 研究の実際 2 (授業による検証)

(1) 単元名 第2学年「連立方程式」

(2) 単元の目標 連立二元一次方程式について理解し、それを用いることができるようにする。

(3) 指導計画 (全13時間)	§ 1 連立方程式とその解・2時間	§ 3 連立方程式の利用……4時間 (3/4 検証1)
	§ 2 連立方程式の解き方・5時間	§ 4 自作問題と解説書作成・2時間 (2/2 検証2)

(4) 生徒の実態 用語・記号の概念が単なるアルゴリズムの記憶である生徒が多いため、学習して獲得した知識を文章題に適用できず、自力で立式できる生徒が少ない。文章題解決に必要な程度の計算に習熟していないため、方程式を利用して解決するよさを感じ取れない生徒がいる。

(5) 検証授業 1 (手立て 1 ステップ学習)

ア 本時の目標 割合に関する文章題解決に必要な知識を獲得し、教訓という形で意味付ける。

イ 検証の視点	視点1	計算練習により、方程式が解け、方程式を利用して文章題を解決するよさに気付いたか。
	視点2	自己説明により、自分にとって何が問題であるかを把握することができたか。

ウ 展開の概要

学習活動	教師の働き掛け
1 計算練習 $\begin{cases} x + y = 800 \\ \frac{5}{100}x + \frac{7}{100}y = 46 \end{cases}$	全員で計算の手続きを確認した後、類題と模範解答を配布し、短時間(5分でできるところまで)で計算の復習ができるようにする。 検証の視点1
2 問題を読む ある工場では、古紙を原料の一部として利用し、2種類の紙の製品Aと製品Bを製造しています。今日は、製品Aと製品Bを合わせて180トン製造しました。製品Aには40%、製品Bには60%の割合で、それぞれ古紙が含まれているので、今日使った古紙の量は84トンでした。今日製造された製品Aと製品Bの重さを、それぞれ求めましょう。(下線部は、生徒による)この問題を標準問題とし自作問題作成の原問題とする。	
3 用語・記号の表象形成 ポイントとなる用語や記号の抽出 抽出した用語・記号の【自己説明】(自分の知識の状態を把握する) 自己説明の結果、表象形成の必要を感じた用語・記号の表象を形成	学び方として【自己説明】を明示し、そのねらいを意識させる。 「そのことについて、まったく知らない人に教えるつもりで説明を書いてみよう。」 「説明の仕方「%とは」です。例えば40%というのは「%は、掛ければよい」という生徒には、更に詳しい説明を考えさせる。 定義の確認(小学5年)、操作(カードの切断)、絵を利用して表象を形成する。 検証の視点2
4 問題全体の表象形成	下位設問により、問題構造を把握させる。
5 方略の選択(立式する)	各自立式させ、自力で解決させる。
6 計算の実行	机間指導により、立式できていない生徒の個別指導をする。
7 模範解答との比較による振り返り	模範解答と自分の解答を比較し、自分の解や解決過程を検討させる。
8 【教訓帰納】の実行 (学習したことを振り返り、以後に役立つように意味付ける)	学び方として【教訓帰納】を明示し、そのねらいを意識させる。 「この問題に正解するためのポイント、なぜ自分は解けなかったのか、次に類題に出会ったときは何に注意すればよいかを考え、教訓としてメモしよう。」 「具体的で、類題の解決や以後の学習に役立つものが有効な教訓です。」

エ 検証の視点1の結果

計算練習を取り入れたことにより、多くの生徒が問題解決場面での計算に成功することができた(表1)。また、文章題は、方程式を立式できれば後は形式的操作で解を求められるのでよいと答える生徒が増えた(表2)。

表1 方程式正答率

事前テスト	授業中
26.3%	84.2%

表2 よさの感得

事前テスト	事後
57.9%	78.9%

オ 検証の視点2の結果

学び方として自己説明を取り入れたことにより、生徒は%についての知識が十分ではないことを把握した(表3)。その結果、学習後の教訓帰納では、問題を解くにはまず用語や記号の表象形成が必要であるという有効な内容の教訓を獲得している(表4)。

表3 %について分かっていたか

よく分かっていた	10.5%
分かっていた	10.5%
あまり分かっていなかった	63.2%
分かっていなかった	15.8%

表4 自己説明の結果獲得したと考えられる教訓(生徒数=19)

問題の言葉や記号、数字に目を付けて意味を考える(6人)・	有効な教訓
言葉や記号の意味を忘れていたら、復習する(1人)・	有効な教訓
「の%」は、「x/100」の式で考える(1人)・	有効な教訓
意味が分からないところをチェックして何度も聞く(1人)・	有効な教訓

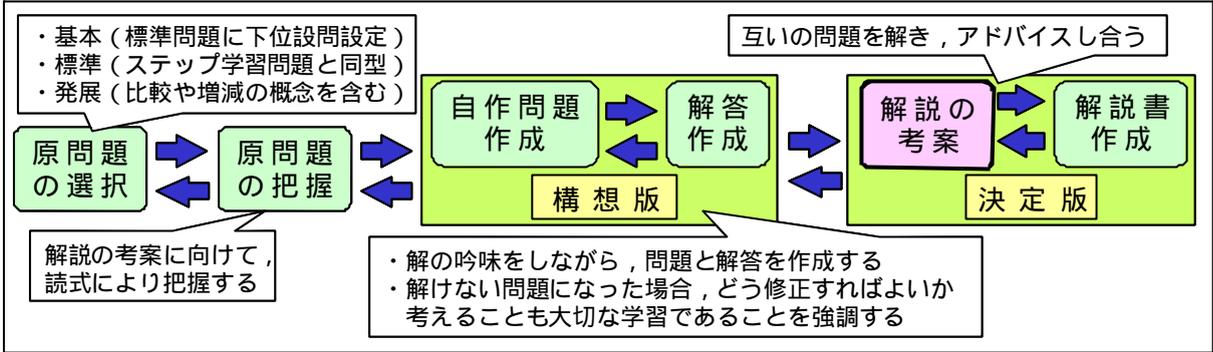
(6) 検証授業2 (手立て2 自作問題と解説書作成)

ア 1時間目の目標 連立方程式を利用して解ける「%」を題材にした自作問題とその解答を作成する。

2時間目の目標 立式の解説として、数量関係を図・表・言葉の式などで正しく表現する。

イ 検証の視点 視点3 事象の中の数量関係を正しくとらえ、図や表などを使って表現することができたか。

ウ 展開の概要 (1時間目: 原問題の選択~解答作成, 2時間目: 解説の考案~決定版作成)



エ 授業記録 (解説の考案: 有効な教訓の共有・図や表の活用の場面)

<p>生徒の活動と教師の働き掛け</p> <p>T: 自作問題と解答作成後のアンケート結果の紹介。 数値合わせが大変だった(73.7%), 同じタイプの問題なら解ける(94.7%)</p> <p>T: あなたが作った問題は、どう考えたら解けるの? 解き方が分からないという人が見ただけで分かるように、解き方の解説を書いてみよう。</p> <p>ステップ学習で獲得した有効な教訓の共有化 (拡大した構想版と、ステップ学習で獲得した教訓の一覧を提示) 問題を解くポイントとして、みんなが書いた内容を参考にしながら構想版に書き込んでみよう。(主な教訓について、どのように書けばよいか生徒に尋ね、拡大した構想版に記入し、これを参考に自分の解説を書くようにさせる) (互いの問題・解答・解説を交換して解き、アドバイスをし合う)</p> <p>S: xとyが何のことか書いてないよ。 S: そうか(書き込む)。・・・計算のところにも(解説を)書いたんだね。 S: 自分が計算ミスをした所だから、みんなも注意して欲しいから。 S: 答えを書く前に、ここに確かめを書いた方がいいよ。</p> <p>図や表、言葉の式の活用 問題を作ったとき、あなたの頭に浮かんだイメージを、絵や図・表で表し、それを見ただけで、問題の意味が分かるようにしてみよう。 検証の視点3 (自分の絵や、言葉での説明の意味が分かるか、互いに検討し合う)</p> <p>S: 買い物問題だから、Tシャツとスカートの絵を描いたんだよ。 S: 私のも見て。この絵の意味分かる? S: ここの意味がちょっと分からない。 S: どうしたらいい? S: 下にちょっと説明を書いてみたら?</p>	<p>抽出生徒A(下位)の活動 友達の記述を参考に書いた解説。</p> <p>「1つずつ説明を書いた方がいい」とアドバイスを受け、教師に相談しながら書き加えた解説。</p> <p>絵や図の活用を促され、友達や教科書の絵を参考に書いた解説。</p> <p>を基に書いた、決定版の解説。</p>
---	---

オ 検証の視点3の結果と考察

ここでは、生徒Aを抽出し、活動を4段階に分けて考察した。では、初めは何も書かず友達が書いている様子を見ていたが、その友達に書くことを促され、同じように書き始めた。では、内容に間違いがないか言葉の一つ一つを教師に相談してから書いていたが、では、友達の絵や教科書を参考に1人で書いていた。の段階での内的な思考活動において、それまでの学習内容の明確な意味付けができたと考えられる。Aは、事前テストでは下位の生徒で、ステップ学習時の計算にも失敗したが、解説書作成後に実施した文章題のテストでは、解の吟味まで正しく記述した。

解説の考案は、グループ活動を取り入れ、互いに相談しながら活動させた。図2に示すように、決定版では、すべての生徒

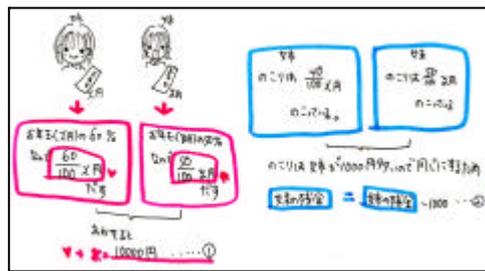


図2 生徒B(中位)の解説

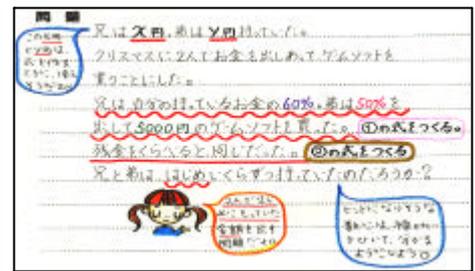


図3 生徒C(上位)の解説

が数量関係を正しくとらえて、図や表、言葉の式などを使って立式の解説を表現することができた。この活動では、互いの解説を参考にしたり、積極的にアドバイスを求めたりする姿が多く見られた。その結果、決定版には、ほとんどの生徒が問題や計算の部分にも多くの解説を書き込むことができ、ステップ学習で獲得した有効な教訓を共有した解説書にすることができた(図3)。

(7) 文章題の学習を通して生徒に身に付けさせたい基礎・基本についての結果と考察

【知識・理解】代金、速さ、割合(%)などの、数学的用語・記号の概念を理解できたか。(主に、ア(7))

【見方や考え方】具体的な事象の中の数量関係をとらえ、方程式を用いて解を求めるとともに、解や解決の方法が適切かどうか問題解決の過程を振り返って検討することができたか。(主に、ア(1))

図4は、ステップ学習で扱った標準問題の類題(問題場面を変え、方程式は同型になるもの)についてのテスト結果を、事前、ステップ学習と解説書作成の1週間後(1回目)、冬休みのレポート課題として自作問題と解説書を提出した1週間後(2回目)で比較したものである。事前テストにおいて、1%は0.01倍であることや、x円の23%を理解している

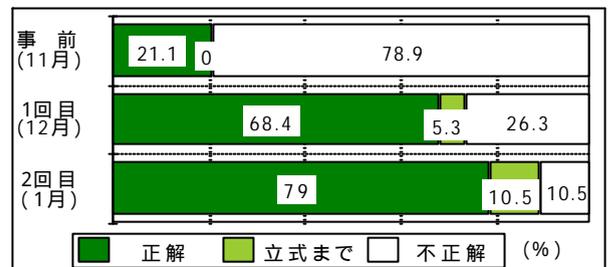


図4 %についての文章題テスト結果の変容

生徒も立式に失敗していることが分かったため、知識・理解については、連立方程式の立式ができたかどうかを判断の基準とした。見方や考え方については、解の吟味まで正しく表現できていたものを正解とし、判断の基準とした。立式ができ、類題を解決できる生徒が増えていることから、ステップ学習と解説書作成が、文章題解決に必要な知識・理解、見方や考え方を身に付けるのに有効であると考えられる。

【表現・処理】方程式を解くとともに、その手順や解の適否を表現することができたか。(主に、ア(9))

図5は、標準問題で立式する型の連立方程式の計算テストの結果である。問題と解答(構想版)作成で、数値が現実的になるように試行錯誤しながら何度も計算をしたり、解説書(決定版)作成で、間違いがないか確認しながら作成したりしたことが有効であった。



図5 連立方程式の正解率

【関心・意欲・態度】自分にとって今何が問題かを進んで把握し、解決しようとしたか。学習したことを振り返り意味付けようとしたか。(主に、イ)

図6は、について、解説書作成直後に実施したアンケートの結果である。それぞれの項目について、「何度もそう思った」、「少しそう思った」、「あまり思わなかった」、「全く思わなかった」の4段階で回答を求め、「何度もそう思った」と回答した生徒の割合である。試行錯誤をしながら数値を合わせて問題と解答を作成し、自分のやっていることや状態について逐次確認しながら解説書作成に取り組んでいたと思われる。自分の問題であるという意識をもったことや、解説の考案が、自作問題と解答作成で自分が考えたことを再度どうしても考えなくてはならない活動となったことが有効であった。

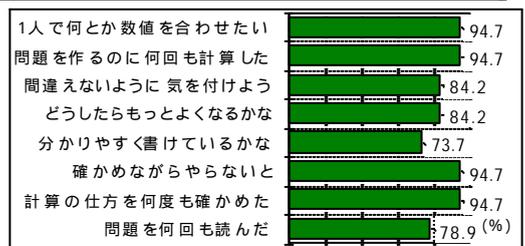


図6 自作問題と解説書作成時の生徒の意識

については、授業後に有効な教訓の獲得ができた生徒は、学習したことを振り返り意味付けることができたものと判断する。表5は、ステップ学習後（1回目）と解説書作成後（2回目）の教訓帰納を比較し、内容の分類と、その記述を行った生徒の数を示している。生徒の記述について「記述が具体的でその記述を行った生徒が、文章題を解くときに役立つ」と思われる度合いを、「A：かなり役立つ」、「B：何らかの形で役立つ」、「C：無効」の3段階で評価した。総記述数は、40から73に増えている。解説書作成後は、文章題のポイントをつかみ有効な教訓として意味付けることができる生徒が増えた（図7）。これらの生徒は、学習経験を資産化し以後に役立つように意味付けておくとこの学び方を身に付けつつあると考える。

表5 生徒が行った教訓帰納記述内容の変容（生徒数=19）

記述	(1回目)	2回目
A：有効な教訓		
問題の大事な言葉や記号，数字に目を付けて意味を考える	(6)	5
意味を忘れていたら，復習する	(1)	5
分かっていることを，図や表にまとめる	(1)	6
式を作るとき，まず何がxで，何がyかを書く	(2)	4
問題を読む時，何を求める問題か分かるところに線を引く	(2)	3
「の%」は，「 $\times / 100$ 」の式で表すのがポイント	(1)	0
自分の解が，問題の答えとして当てはまるか確かめる	(8)	9
間違えた所をメモしておく	(0)	2
方程式の計算を確かめながらやっていく	(2)	2
きちんとした解答の書き方を覚える	(1)	4
自分で問題を作って解いてみる	(0)	4
意味が分からないところをチェックして，何度も聞く	(1)	0
B：何らかの形で役立つ		
問題を区切って読むと分かりやすい	(3)	7
問題の大事な所にペンでチェックをしていく	(1)	6
問題を何回も読む	(1)	1
きちんと見直しをしなくてはいけない	(1)	3
答えまできちんと書く	(1)	3
C：無効な教訓		
「の%」をたくさん練習するとよい	(1)	0
問題をきちんと読むようにする	(4)	3
覚えるまで何回も練習する	(0)	4
計算ミスしないこと	(0)	2
いつも問題をちゃんと読まずに勉強している	(1)	0
今日習ったようにすると問題が解けそう	(1)	0

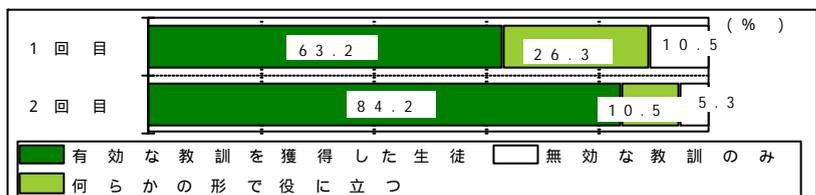


図7 獲得した教訓の内容の変化

7 研究のまとめと今後の課題

(1) 研究のまとめ

「ステップ学習」と「自作問題とその解説書作成」という数学的活動を通して、多くの生徒が、概念の知識や計算手続きの知識を、自ら問題に適用できるようになった。それぞれが獲得した有効な教訓を共有し、図や表を活用して数量関係を表現する解説の考案では、自分の学習の状況を進んで把握し解決していこうとする態度が多くの生徒に見られた。その結果、文章題の解決力が向上し、文章題における学習内容としての基礎・基本が育成できたと考える。また、学び方として自己説明や教訓帰納を繰り返すことによって、より有効な教訓の獲得が可能になり、学習方法としての基礎・基本である学び方の育成につながると考える。

(2) 今後の課題

数学の基礎・基本として明示すべき、中学生の発達段階に応じた学び方、すべての単元に有効な学び方、単元特有の学び方を探り、指導事項として明確に位置付けて生徒の指導に当たりたい。

《参考文献》

- ・ 文部省 『中学校学習指導要領（平成10年12月）解説 - 数学編 - 』 平成11年 文部省
- ・ 根本 博著 『中学校新教育課程の解説 数学』 平成11年 第一法規
- ・ 市川伸一編 『認知カウンセリングから見た学習方法の相談と指導』 1998年 プレーン出版
- ・ 根本 博著 『数学的活動と反省の経験』 1999年 東洋館出版社